

Novi inverzni model vrijeme-brzina karakteristike asinhronne mašine pri gravitacionom opterećenju zasnovan na iterativnoj Lambert W funkciji

Ilija Knežević, Tatijana Dlabac

Pomorski fakultet Kotor

Univerzitet Crne Gore

Kotor, Crna Gora

ilijak@ucg.ac.me, tanjav@ucg.ac.me

Martin Čalasan

Elektrotehnički fakultet

Univerzitet Crne Gore

Podgorica, Crna Gora

martinc@ucg.ac.me

Sažetak—U ovom radu razvijena je inverzna vrijeme-brzina karakteristika asinhronne mašine (AM) pri direktnom startu pri gravitacionom (konstantnom) opterećenju. Polazeći od parametara zamjenske šeme AM izveden je izraz za vrijeme-brzina zavisnost prilikom startovanja mašine. S obzirom na to da ova jednačina nema analitičko rješenje u zatvorenom obliku, predložen je novi iterativni postupak zasnovan na Lambert W funkciji. Predložena metoda omogućava precizan proračun brzine AM u bilo kojem trenutku tokom pokretanja. Tačnost ovog iterativnog pristupa potvrđena je kroz poređenje rezultata sa literaturno poznatom formulom, kao i sa simulacijama realizovanim u Matlab/Simulink okruženju. Dobijeni numerički rezultati pokazuju veoma dobro slaganje sa realizovanim simulacijama.

Cljučne riječi—*asinhronna mašina; gravitaciono opterećenje; Lambert W funkcija; inverzni model;*

I. UVOD

Asinhronne mašine (AM) su osnovni elementi industrijskih procesa, poznate po visokoj pouzdanosti, jednostavnoj konstrukciji i sposobnosti da izdrže rad u zahtjevnim uslovima. Zbog malih zahtjeva za održavanjem AM je idealan izbor za širok spektar primjena, kao što su proizvodne linije, transportni uređaji, brodski pogoni i različiti industrijski sistemi gdje su stabilnost i pouzdanost rada, naročito pod visokim opterećenjima, od ključnog značaja [1], [2].

Momentne karakteristike opterećenja AM zavise od tipa pomoćnog uređaja koji pokreću i mogu imati različite oblike [1]. Najčešće momentne karakteristike opterećenja su gravitaciona, linearna i ventilatorska. Gravitaciona karakteristika opterećenja podrazumijeva konstantan obrtni moment nezavisan od brzine obrtanja. Ovaj tip opterećenja često se javlja kod kompresora, dizalica, teretnih vitla, liftova. Ova karakteristika se naziva i potencijalnom jer može vraćati mehaničku energiju AM, omogućavajući prelazak u generatorski režim rada. Linearna karakteristika opterećenja, kod koje moment opterećenja raste linearno sa povećanjem brzine obrtanja, prisutna je kod specifičnih uređaja kao što su motalice. Ventilatorska karakteristika opterećenja je vrlo zastupljena i kod nje moment opterećenja raste kvadratno sa

brzinom obrtanja. Ovaj tip opterećenja je prisutan kod pumpi, ventilatora i sličnih sistema. Ventilatorska i linearna karakteristika opterećenja su reaktivne, jer pomoćni uređaji sa ovim karakteristikama nemaju sposobnost da vrate mehaničku energiju asinhronoj mašini, odnosno ne mogu je prevesti u generatorski režim rada [3].

Pokretanje AM zavisi od različitih faktora, a najčešće korišćene metode su direktno pokretanje (*direct-on-line*) i tehnike smanjenog napona [4]. Velike AM podložne su visokim momentima inercije, što može dovesti do rizika od prekomjernih startnih struja, naročito kada vrijeme pokretanja veće od dozvoljenog trajanja u uslovima kratkog spoja. Termičko opterećenje AM je takođe povezano sa dužinom perioda pokretanja [5]. Osim toga, direktno pokretanje velikih AM može uzrokovati značajne padove napona, što negativno utiče na kvalitet električne energije. Precizno određivanje vremena pokretanja AM ključno je za procjenu kvaliteta napajanja [6]. Ovo uključuje analizu trajanja pokretanja i padova napona, što je posebno važno kako bi se izbjegli poremećaji u napajanju, naročito kod osjetljivih potrošača. Tačno utvrđeno vrijeme pokretanja omogućava optimalno podešavanje zaštite od prekomjerne struje, čime se smanjuje rizik od oštećenja mašine i osigurava stabilno napajanje sistema.

Vrijeme pokretanja AM može se precizno odrediti primjenom numeričkih metoda. Ovaj pristup uključuje formulaciju sistema diferencijalnih jednačina koje modeluju dinamičke karakteristike mašine, a njihovo rješavanje se ostvaruje tehnikama numeričke integracije. Pored numeričkih metoda, u literaturi su zastupljeni i analitički pristupi. U radu [7] predstavljena je analitička formula za izračunavanje vremena pokretanja kod konvencionalnih metoda pokretanja. U radovima [8], [9] izvršeno je modelovanje brzinsko-vremenskih karakteristika AM u režimu praznog hoda. U radu [10] prikazano je modelovanje brzina-vrijeme karakteristike AM pri direktnom pokretanju, uzimajući u obzir gubitke u ležajevima. U ovom radu izvedena su dva izraza: prvi je baziran na Klosovoj jednačini za obrtni moment, dok je drugi izveden iz obrtnog momenta dobijenog korišćenjem Teveninovog ekvivalentnog kola mašine. Oba izraza, Klosova

jednačina i izraz obrtnog momenta iz Teveninog ekvivalentnog kola, korišćena su za matematičko modelovanje brzina-vrijeme karakteristike AM koje pogone ventilatorski tip [11]. U radu [12] data je precizna analitička formula za izračunavanje vremena pokretanja AM pri gravitacionom tipu opterećenja.

Modelovanje vremena pokretanja AM zahtijeva rješavanje nelinearnih jednačina, koje su često specifičnog oblika poznatog kao transcendentale jednačine koje imaju analitičko rješenje. Da bi se opisala brzina-vrijeme karakteristika asinhrona mašine pod različitim tipovima opterećenja, pojavljuju se složeni matematički izrazi koji uključuju linearne, eksponencijalne, logaritamske i arkus tangens funkcije. Kod gravitacionog opterećenja, analitičko rješenje izražava zavisnost vremena (t) od klizanja (s), pri čemu se sastoji od linearnog člana i dva nelinearna logaritamska člana. Zbog složenosti ovih funkcija, nije moguće dobiti zatvoreno analitičko rješenje za inverznu zavisnost klizanja u funkciji vremena, što zahtijeva primjenu numeričkih metoda.

Inverzna zavisnost vrijeme-brzina je važna jer omogućava da se u svakom trenutku precizno izračuna brzina na osnovu poznatog vremena ili obrnuto, vrijeme na osnovu zadate brzine. Dostupna literatura pokazuje da je inverzno modelovanje vrijeme-brzina karakteristika asinhronih mašina uglavnom razmatrano u režimu praznog hoda [8], [9]. Ovaj rad ima za cilj da predstavi novu iterativnu proceduru zasnovanu na Lambert W funkciji za modelovanje vrijeme-brzina karakteristika AM pri direktnom pokretanju pod gravitacionim opterećenjem.

Ključni naučni doprinosi ovog istraživanja su:

- Razvoj novog inverznog modela vrijeme-brzina karakteristike direktno startovane AM pri gravitacionom opterećenju, zasnovan na Lambert W funkciji;
- Validacija razvijenog modela izvršena je kroz poređenje sa literaturno poznatom formulom i simulacijama u Matlab/Simulink okruženju, čime je potvrđena tačnost i pouzdanost predloženog pristupa, i
- Preciznost proračuna brzine AM u svakom trenutku u realnim uslovima, pri različitim nivoima snage i napona, što ga čini pogodnim za širok spektar industrijskih primjena.

Ovaj rad organizovan je u pet poglavlja. Drugo poglavlje bavi se modelovanjem brzina-vrijeme karakteristike AM pod gravitacionim opterećenjem, dok treće poglavlje uvodi inverznu karakteristiku vrijeme-brzina za isti tip opterećenja. U četvrtom poglavlju prikazani su numerički rezultati koji potvrđuju tačnost predloženog modela kroz poređenje sa analitičkim formulama i simulacijama. Zaključak ovog rada je dat u petom poglavlju.

II. MODELOVANJE BRZINA-VRIJEME KARAKTERISTIKE ZA GRAVITACIONI TIP OPTEREĆENJA

U radu [12] data je analitička formula za vrijeme-klizanje karakteristiku direktno startovane AM koja je opterećena konstantnim momentom opterećenja. Ista analitička formula se dobija bilo da se koristi izraz za elektromagnetski moment dobijen iz Teveninove zamjenske seme ili Klosov izraz.

Poznato je da kod translatorsnog kretanja tijela mase m koje se kreće brzinom \vec{v} , promjena količine kretanja jednaka je algebarskom zbiru svih sila \vec{F} koje djeluju na to tijelo u pravcu kretanja:

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \sum_i \vec{F}_i \quad (1)$$

Analogno tome kod električnih pogona osnovna mehanička jednačina je sledeća:

$$\frac{d}{dt}(J\omega) = M_{em} - M_L \quad (2)$$

gdje je J moment inercije rotora, ω brzina obrtanja, M_{em} elektromagnetski moment, a M_L mehanički moment. Kada se za izračunavanje elektromagnetskog momenta koristi Teveninov izraz za moment, a mehanički moment je konstantan, tada se jednačina izražena preko klizaja može formulisati na sledeći način:

$$-J\omega_s \frac{ds}{dt} = \left[\frac{3(U_T / \sqrt{3})^2}{\omega_s} \left(\frac{\frac{R_2}{s}}{\left(R_T + \frac{R_2}{s}\right)^2 + (X_T + X_2)^2} \right) - B \right] \quad (3)$$

Iz jednačine (3) se može dobiti ukupno vrijeme pokretanja AM pod konstantnim opterećenjem koje je prikazano u jednačini (4). Jednačina (4) se može jednostavnije napisati u sledećem obliku:

$$t = \int_1^s \frac{\alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3}{\alpha_4 s^2 - \alpha_5 s + \alpha_6} ds \quad (5)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= J\omega_s^2 R_T^2 + J\omega_s^2 (X_T + X_2)^2; \alpha_2 = 2J\omega_s^2 R_2 R_T; \\ \alpha_3 &= J\omega_s^2 R_2 R_T; \alpha_4 = B\omega_s (X_T + X_2)^2 + B\omega_s R_T^2; \\ \alpha_5 &= 3U_T^2 R_2 - 2B\omega_s R_2 R_T; \alpha_6 = B\omega_s R_T^2; \end{aligned} \quad (6)$$

U jednačini (6) parametri $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ zavise od parametara mašine [12]. Podintegralni dio jednačine (5) se može transformisati na sledeći način:

$$\frac{\alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3}{\alpha_4 s^2 - \alpha_5 s + \alpha_6} = \frac{\alpha_1}{\alpha_4} \left[1 + \frac{\left(\frac{\alpha_2 + \alpha_5}{\alpha_1} s + \frac{\alpha_3 + \alpha_6}{\alpha_1} \right)}{s^2 - \frac{\alpha_5}{\alpha_4} s + \frac{\alpha_6}{\alpha_4}} \right] \quad (7)$$

$$t = \int_1^s \frac{\left(J\omega_s^2 R_T^2 + J\omega_s^2 (X_T + X_2)^2 \right) s^2 + \left(2J\omega_s^2 R_2 R_T \right) s + J\omega_s^2 R_2 R_T}{\left(B\omega_s (X_T + X_2)^2 + B\omega_s R_T^2 \right) s^2 - \left(3U_T^2 R_2 - 2B\omega_s R_2 R_T \right) s + B\omega_s R_T^2} ds \quad (4)$$

Polinom u imeniocu jednačine (7) ima dva realna rješenja, pa se ova jednačina može transformisati u oblik dat jednačinom (8):

$$\frac{\left(\frac{\alpha_2 + \alpha_5}{\alpha_1 + \alpha_4}\right)s + \frac{\alpha_3}{\alpha_1} + \frac{\alpha_6}{\alpha_4}}{(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{k_1}{(s-s_1)} + \frac{k_2}{(s-s_2)} \quad (8)$$

Koeficijenti k_1 i k_2 su realni korijeni jednačine i mogu se dobiti preko sledeće matrice:

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -s_2 & -s_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\alpha_2 + \alpha_5}{\alpha_1 + \alpha_4} \\ \frac{\alpha_3}{\alpha_1} + \frac{\alpha_6}{\alpha_4} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Shodno tome, vrijeme pokretanja AM može se dobiti rješavanjem sledeće jednačine:

$$t = \int_1^s \frac{\alpha_1}{\alpha_4} \left[1 + \frac{k_1}{(s-s_1)} + \frac{k_2}{(s-s_2)} \right] ds \quad (11)$$

Konačan izaz za vrijeme-klizanje karakteristiku AM koja je opterećena konstantnim momentom opterećenja se dobija integraljenjem izraza u granicama od $s=1$ do s :

$$t = \frac{\alpha_1}{\alpha_4} (s-1) + \frac{\alpha_1}{\alpha_4} k_1 \log\left(\frac{s-s_1}{1-s_1}\right) + \frac{\alpha_1}{\alpha_4} k_2 \log\left(\frac{s-s_2}{1-s_2}\right) \quad (12)$$

III. INVERZNA VRIJEME-BRZINA KARAKTERISTIKA ZA GRAVITACIONI TIP OPTEREĆENJA

Ako počemo od jednačine za vrijeme-klizanje karakteristiku, ista se može transformisati u sledeći oblik

$$t = A_2 s - A_2 + A_2 k_1 \log(s_a - s) - A_2 k_1 \log(s_a - 1) + A_2 k_2 \log\left(\frac{s-s_b}{1-s_b}\right), \quad (14)$$

odnosno u

$$A_2 s + A_2 k_1 \log(s_a - s) = F_1$$

$$F_1 = t + A_2 + A_2 k_1 \log(s_a - 1) - A_2 k_2 \log\left(\frac{s-s_b}{1-s_b}\right). \quad (15)$$

Ako se jednačina (15) podijeli sa $A_2 k_1$ ista se može napisati u sljedećem obliku

$$\log(s_a - s) = \frac{F_1}{A_2 k_1} - \frac{1}{k_1} s. \quad (16)$$

Zatim, ako se uvede oznaka $s_a - s = \exp(x)$ prethodna jednačina se može napisati u sljedećem obliku

$$x = \frac{F_1}{A_2 k_1} - \frac{1}{k_1} s_a + \frac{1}{k_1} \exp(x). \quad (17)$$

Množenjem jednačine (17) sa $\exp(x)$ dobija se forma iterativne Lambert W jednačine koja ima oblik:

$$x \exp(x) = \frac{F_1}{A_2 k_1} \exp(x) - \frac{1}{k_1} s_a \exp(x) + \frac{1}{k_1} \exp(2x) \quad (18)$$

Prethodna Lambert W iterativna jednačina može se riješiti na sljedeći način. Najprije se uzme početna vrijednost parametra x , označena sa $^{(0)}x$ i izračuna se vrijednost varijable FF koja ima oznaku $^{(0)}FF$ i vrijednost

$$^{(0)}FF = \frac{^{(0)}F_1}{A_2 k_1} \exp(^{(0)}x) - \frac{1}{k_1} s_a \exp(^{(0)}x) + \frac{1}{k_1} \exp(2^{(0)}x) \quad (19)$$

$$^{(0)}F_1 = t + A_2 + A_2 k_1 \log(s_a - 1) - A_2 k_2 \log\left(\frac{s_a - \exp(^{(0)}x) - s_b}{1-s_b}\right)$$

Nakon toga se riješi jednačina

$$x \exp(x) = ^{(0)}FF \quad (20)$$

koja predstavlja Lambert W jednačina, a čije rješenje je nova vrijednost varijable x , označena kao $^{(1)}x$

$$^{(1)}x = W(^{(0)}FF) \quad (21)$$

U sljedećem koraku potrebno je izračunati novu vrijednost varijable FF , označenu sa $^{(1)}FF$,

$$^{(1)}FF = \frac{^{(1)}F_1}{A_2 k_1} \exp(^{(1)}x) - \frac{1}{k_1} s_a \exp(^{(1)}x) + \frac{1}{k_1} \exp(2^{(1)}x) \quad (22)$$

$$^{(1)}F_1 = t + A_2 + A_2 k_1 \log(s_a - 1) - A_2 k_2 \log\left(\frac{s_a - \exp(^{(1)}x) - s_b}{1-s_b}\right)$$

Ako je vrijednost apsolutne razlike varijable $^{(1)}FF$ i $^{(0)}FF$ manja od unaprijed definisanog kriterijuma konverzije, iterativne procedura se zaustavlja. U suprotnom, iterativna procedura se nastavlja pri čemu se uzima da je $^{(0)}x = ^{(1)}x$. Treba naglasiti da zbog prisustva logaritma ne može se uzeti proizvoljna vrijednost početne varijable $^{(0)}x$. Posmatrajući prethodne jednačine jasno je da polazna vrijednost mora biti manja od $\log(s_a - s_b)$.

IV. NUMERIČKI REZULTATI

Da bi se potvrdila tačnost predložene iterativne procedure za modelovanje brzina-vrijeme karakteristike direktno startovane AM pod gravitacionim opterećenjem koriste se dvije različite AM (AM#1 i AM#2). Inverzni model je poređen sa dobro poznatim izrazom za vrijeme pokretanja AM pod gravitacionim opterećenjem, kako je dato u jednačini (12). Pored toga, rezultati dobijeni inverznim modelom su upoređeni sa rezultatima simulacija sprovedenim u Matlab/Simulink okruženju. Validacija modela izvršena je testiranjem pod različitim vrijednostima napona, momenta inercije i gravitacionog koeficijenta opterećenja. Parametri AM#1 i AM#2 korišćeni u numeričkim proračunima prikazani su u Tabeli I.

TABELA I. PARAMETRI ASINHRONIH MAŠINA

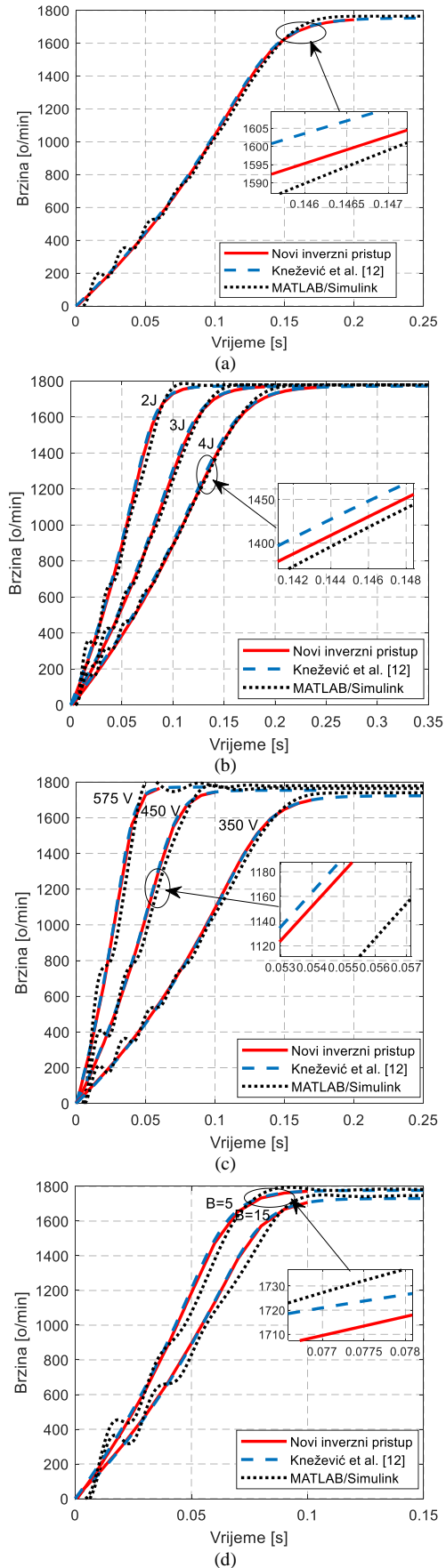
Parametri	AM#1	AM#2
$P_n [W]$	3730	37300
$U [V]$	575	460
$f [Hz]$	60	60
$R_1 [\Omega]$	2.053	0.087
$R_2 [\Omega]$	1.904	0.228
$X_1 [\Omega]$	2.545	0.302
$X_2 [\Omega]$	2.545	0.302
$X_m [\Omega]$	98.77	13.08
$J_n [\Omega]$	0.02	1.662

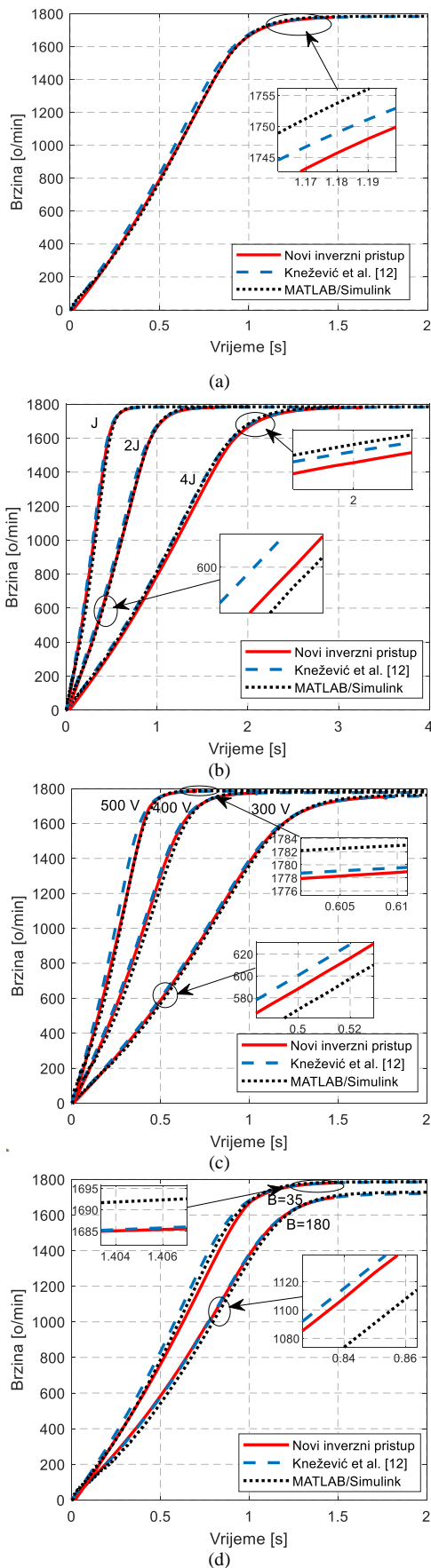
Da bi se ocijenila efikasnost predložene iterativne procedure, numerički rezultati za AM#1 prikazani su u Tabeli II. Ovi rezultati odgovaraju simulacionim rezultatima prikazanim na Slici 1(a) i jasno prikazuju razvoj brzina-vrijeme karakteristika AM tokom početnog perioda rada (direktnog pokretanja) pod gravitacionim opterećenjem. Iz Tabele II se vidi da kako vrijeme (t) raste, vrijednost koeficijenta inverzne funkcije (FF) postepeno raste, dok se klizanje (s) smanjuje. Ova promjena ukazuje na prelazak mašine iz stanja mirovanja u ustaljeno stanje sa smanjenim klizanjem, što potvrđuje efikasnost iterativne procedure u praćenju dinamike pokretanja. Vrijednosti parametra ${}^{(l)}x$, koji predstavlja novu vrijednost varijable x tokom iterativnog postupka, postepeno rastu od početne vrijednosti 1.35 do 1.56, prateći smanjenje klizanja i ubrzanje mašine prema ustaljenom režimu rada. Broj obrtaja n se progresivno povećava, dostigavši konačnu vrijednost blisku stabilnoj brzini pri konstantnom opterećenju od $B=10Nm$. Zbog prisustva gravitacionog opterećenja, koje sprječava mašinu da dostigne brzinu praznog hoda, klizanje ostaje prisutno u ustaljenom stanju, čime se postiže ravnoteža između elektromagnetnog i gravitacionog momenta.

TABELA II. NUMERIČKI REZULTATI ITERATIVNE PROCEDURE ZA AM#1

$t [s]$	FF	s	${}^{(l)}x$	$n [o/min]$
0.01	5.2153	0.9591	1.3509	73.7424
0.04	5.5673	0.8105	1.3886	341.0832
0.08	6.1537	0.5680	1.4473	777.5500
0.12	6.9009	0.2669	1.5157	1319.5179
0.16	7.4016	0.0696	1.5582	1674.6896
0.18	7.4735	0.0415	1.5641	1725.2827

Simulacioni rezultati prikazani na Slici 1 pružaju grafički prikaz dinamike AM#1 pri različitim uslovima rada, dobijeni novom inverznom iterativnom procedurom. Isti su upoređeni sa analitičkim izrazom za vrijeme dobijeni primjenom jednačine (12), kao i sa simulacijama iz Matlab/Simulink okruženja. Na Slici 1 (a) prikazuje se karakteristika brzine AM na naponskom nivou od $U=450 V$, momentom inercije $J=2J_n$ i gravitacionom opterećenju $B=10 Nm$. Zatim, na Slici 1 (b) prikazano je testiranje inverznog postupka pri različitim momentima inercije, što omogućava analizu uticaja inercijalnih svojstava AM na njenu dinamiku pokretanja. Uvid u promjene brzine pri različitim nivoima napona prikazan je na Slici 1 (c). Ponašanje mašine pri različitim gravitacionim koeficijentima opterećenja dato je na Slici 1 (d).

Slika 1. Simulacioni rezultati AM#1 za (a) $U=450 V, J=2J_n, B=10$; (b) $U=575 V, B=10$; (c) $J=J_n, B=10$; (d) $U=450 V, J=J_n$;



Slika 2. Simulacioni rezultati AM#2 za (a) $U=460\text{ V}$, $J=2J_n$, $B=40$; (b) $U=460\text{ V}$, $B=40$; (c) $J=J_n$, $B=40$; (d) $U=460\text{ V}$, $J=2J_n$;

Inverzni pristup zasnovana na Lambert W funkciji pokazuje veoma dobru usaglašenost sa poznatim analitičkim izrazom [12], kao i sa simulacijama dobijenim u Matlab/Simulink, potvrđujući svoju tačnost i pouzdanost u procjeni brzina-vrijeme karakteristika AM pod gravitacionim opterećenjem.

Numerički rezultati za AM#2 dati su u Tabeli III. Za ovu mašinu testiranje inverznog postupka izvedeno je slično kao za AM#1, pri čemu se u ovom slučaju koristi mašina znatno veće snage kako bi se procijenila tačnost i pouzdanost inverznog modela.

TABELA III. NUMERIČKI REZULTATI ITERATIVNE PROCEDURE ZA AM#2

t [s]	FF	s	$^{(1)}x$	n [o/min]
0.05	36.1090	0.9743	2.6224	46.21511
0.25	36.7128	0.8079	2.6345	345.7583
0.50	37.6123	0.5610	2.6520	790.1254
0.75	38.6261	0.2842	2.6713	1288.4945
1.00	39.3927	0.0758	2.6857	1663.6151
1.40	39.6193	0.0143	2.6898	1774.2335

Na Slici 2 (a) prikazana je brzina-vrijeme karakteristika AM#2 pri gravitacionom koeficijentu opterećenja $B=40\text{ Nm}$, $U=460\text{ V}$ i $J=2J_n$. Dodatno, Slika 2 (b), (c) i (d) prikazuju testiranja inverznog modela pod različitim operativnim uslovima, uključujući promjene napona, momenta inercije i gravitacionih koeficijenata opterećenja, respektivno. Ovi rezultati pokazuju izuzetno dobro poklapanje brzina-vrijeme karakteristika dobijenih inverznim modelom sa analitičkim izrazom datim jednačinom (12) i simulacijama u Matlab/Simulink okruženju.

Svi prethodno prikazani rezultati pokazuju tačnost, primjenjivost i opravdanost primjene predložene iterativne procedure za modelovanje brzina-vrijeme karakteristika AM prilikom direktnog starta sa gravitacionom opterećenju.

V. ZAKLJUČAK

U radu je prikazan novi inverzni model brzina-vrijeme karakteristike AM. Numerički rezultati za AM različite snage (AM#1 i AM#2) pokazuju veoma dobro slaganje sa analitičkim izrazom dostupnim u literaturi, kao i odgovarajućim Matlab/Simulink simulacijama.

Primjena ovog inverznog modela omogućava da se u svakom trenutku precizno odredi brzina na osnovu poznatog vremena tokom rada AM pod gravitacionim opterećenjem. S obzirom na dobijene rezultate, predložena metoda predstavlja koristan alat za inženjerske aplikacije, omogućavajući precizno modelovanje brzine direktno startovane AM pri gravitacionom tipu opterećenja, bez potrebe za složenim numeričkim proračunima. U budućem radu analiziraće se primjena predložene metode za druge tipove opterećenja, kao i za proračun struje startovanja AM.

LITERATURA

- [1] V. Vučković, *Električni pogoni*. Beograd, Srbija: Akademska misao, 2002.
- [2] P. C. Krause, O. Wasynczuk, S. D. Sudhoff, and S. D. Pekarek, *Analysis of electric machinery and drive systems*, vol. 75. John Wiley & Sons, 2013.

- [3] L. Mrdovic, N. Pudar, I. Knezevic, M. Calasan, S. Cvrk, and T. Dlabac, "Improvement of education in the field of marine engineering at the Faculty of Maritime Studies Kotor," in *10th International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering (IcETRAN 2023)*, East Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, Jun. 2023, doi: 10.1109/IcETRAN59631.2023.10192127.
- [4] M. Konuhova, "Modeling of Induction Motor Direct Starting with and without Considering Current Displacement in Slot," *Appl. Sci.*, vol. 14, no. 20, Art. no. 20, Jan. 2024, doi: 10.3390/app14209230.
- [5] Y. R. Konda *et al.*, "Thermal Analysis and Cooling Strategies of High-Efficiency Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motors—A Review," *Computation*, vol. 12, no. 1, Art. no. 1, Jan. 2024, doi: 10.3390/computation12010006.
- [6] P. Gnaciński *et al.*, "Power Quality and Energy-Efficient Operation of Marine Induction Motors," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 152193–152203, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3017133.
- [7] P. Aree, "Precise analytical formula for starting time calculation of medium- and high-voltage induction motors under conventional starter methods," *Electr. Eng.*, vol. 100, no. 2, pp. 1195–1203, Jun. 2018, doi: 10.1007/s00202-017-0575-6.
- [8] M. P. Čalasan, "Analytical solution for no-load induction machine speed calculation during direct start-up," *Int. Trans. Electr. Energy Syst.*, vol. 29, no. 4, p. e2777, 2019, doi: 10.1002/etep.2777.
- [9] M. P. Čalasan, "An invertible dependence of the speed and time of the induction machine during no-load direct start-up," *Automatika*, vol. 61, no. 1, Art. no. 1, Jan. 2020, doi: 10.1080/00051144.2019.1689725.
- [10] M. Čalasan, M. Alqarni, M. Rosić, N. Koljčević, B. Alamri, and S. H. E. Abdel Aleem, "A Novel Exact Analytical Solution Based on Kloss Equation towards Accurate Speed-Time Characteristics Modeling of Induction Machines during No-Load Direct Startups," *Appl. Sci.*, vol. 11, no. 11, Art. no. 11, May 2021, doi: 10.3390/app11115102.
- [11] I. Knežević, M. Čalasan, and T. Dlabac, "Novel Analytical Approaches for Induction Machine Direct Start-up Speed–Time Curve Modeling under Fan Load," *Electr. Eng.*, pp. 1–14, 2023, doi: 10.1007/s00202-023-02039-3.
- [12] I. Knežević, T. Dlabac, M. Čalasan, and M. Krčum, "Novel Approaches to Representing the Speed-Time Characteristics of a Direct Start-Up Induction Machine Driving Gravitational-Type Loads," *Brodogr. Teor. Praksa Brodogr. Pomor. Teh.*, vol. 75, no. 4, 2024, doi: 10.21278/brod75402.

ABSTRACT

In this paper, an invertible time-speed characteristic of an induction machine (IM) under direct start and gravitational (constant) load is developed. Based on IM parameters, an analytical expression for the starting time is derived, with this formula reformulated into a nonlinear equation. Given that this equation lacks a closed-form analytical solution, a new iterative procedure based on the Lambert W function is proposed. The suggested method enables precise calculation of the IM speed at any moment during the start-up phase under gravitational load. The accuracy of this iterative approach is confirmed by comparing results with a well-known analytical formula and Matlab/Simulink simulations. The obtained numerical results show a very good agreement with the realized simulations.

A NEW INVERTIBLE TIME-SPEED MODEL OF INDUCTION MACHINE CHARACTERISTICS UNDER GRAVITATIONAL LOAD BASED ON AN ITERATIVE LAMBERT W FUNCTION

Ilija Knežević, Tatijana Dlabac, Martin Čalasan