

Prostiranje elektromagnetnih talasa u superprovodnim kvantnim metamaterijalima

Studentski rad

Ivana Ivković

Student drugog ciklusa studija
Filozofski Fakultet Univerziteta u Istočnom Sarajevu
Pale, Bosna i Hercegovina
ivanaivkovic15@gmail.com

Sažetak — U ovom radu razmatran je prenos elektromagnetnih talasa kroz niz superprovodnih kjobita tj. koherentni sistem dvonivoskih elemenata koji je ugrađen u superprovodni rezonator. Interakcija elektromagnetnih talasa sa nizom kjobita rezultira mnoštvom koherentnih kvantnih fenomena na makroskopskoj skali, kao što su kolektivna kvantna stanja, koherentno širenje elektromagnetnih impulsa i neklasična stanja fotona. Stoga je u ovoj oblasti ključno bilo objasniti kako koherentna kvantna dinamika niza superprovodnih kjobita utiče na prostiranje elektromagnetnih talasa.

Ključne riječi- kjobit; cQED; wQED;

I. UVOD

Prostiranje elektromagnetnih talasa u metamaterijalima – vještačkim medijima sastavljenim od mreža međusobno povezanih elektromagnetnih kola, privlači ogromnu pažnju zbog prirode fizičkih pojava koje se primjećuju u takvim sistemima. Ove mreže su napravljene od metalnih, poluprovodnih, magnetnih ili superprovodnih materijala. Posljednjih godina, poseban akcenat je na mrežama zasnovanim na superprovodnim elektromagnetnim kolima koja su sadržana u jednom ili nekoliko Džozefsonovih spojeva i mogu se precizno opisati kao klasični nelinearni oscilatori. Poznato je da mala superprovodna kola mogu biti postavljena u koherentni makroskopski kvantni režim a u jednostavnom slučaju dinamika takvih kola je ekvivalentna kvantnoj dinamici dvonivoskih sistema odnosno kjobita [1].

Kvantni bitovi (kjobiti) predstavljaju srce šeme za kvantnu obradu informacija i alat za implementaciju kvantnih metamaterijala. Superprovodni kjobiti, gradivni blokovi održivih kvantnih računara, pokazali su relativno dugu vremensku koherentnost, izuzetno nisku disipaciju i skalabilnost. Mogućnost postizanja kvantne koherentnosti u makroskopskim kolima koja sadrže Džozefsonove spojeve po prvi put je demonstrirana u kjobitu naelektrisanja i od tada je otkriveno više vrsta superprovodnih kjobita koji mogu biti organizovani u različite nizove ili rešetke formirajući kvantne elektromagnetne mreže [2]. U superprovodnim kvantnim metamaterijalima mogu se realizovati dvije vrste interakcija: interakcija najbližih susjeda koja je posljedica direktne

induktivne ili kapacitivne elektromagnetne interakcije između susjednih kjobita i dugodometna elektromagnetna interakcija koja nastaje usljed posljedične emisije, propagacije i apsorpcije virtuelnih fotona u rezonatoru niske disipacije koji je u sprezi sa nizom kjobita. Obje interakcije zavise od koeficijenta sprege koji je određen uzajamnom induktivnošću između kjobita ili jednog kjobita i rezonatora. Interakcija najbližih susjeda proporcionalna je koeficijentu sprege a snaga dugodometne interakcije proporcionalna je njegovom kvadratu. Iako je ova druga interakcija prilično slaba, dugoročni karakter takve interakcije omogućava uspostavljanje kolektivnih efekata. Induktivna interakcija između susjednih kjobita može uspostaviti kolektivno sinhronizovane kvantno mehaničke oscilacije koje karakteriše samo nekoliko frekvencija. Slaba induktivna interakcija rezultira blagim povećanjem energije spregnutih kjobita u neekvivalentnim kvantnim stanjima u odnosu na energiju kjobita koji su u ekvivalentnim kvantnim stanjima [3].

Ono na šta ćemo se mi bazirati jeste povezivanje više kjobita na zajednički talasovod. Ovakav sistem dozvoljava nove načine kontrole širenja elektromagnetnih talasa koji nisu dostupni u klasičnim strukturama, stavljajući akcenat na terahercne elektromagnetne talase budući da koherentna kvantna dinamika kjobita određuje “terahercne” optičke osobine sistema. Sa tehnološke tačke gledišta elektromagnetni talas se može posmatrati kao “bit” optičke informacije; njegovo usporavanje ili potpuno zaustavljanje u određenom vremenskom intervalu može se koristiti za skladištenje podataka u kvantnom računaru. Do sada postoji nekoliko teorijskih publikacija u kojima se raspravlja o fizici jednodimenzionalnih nizova kjobita povezanih sa rezonatorima dalekovoda ali je bilo malo eksperimentalnog napretka u realizaciji [4].

II. ANALOGIJA SA QED ŠUPLJINAMA

Za razliku od binarnog klasičnog pandana, kvantno stanje kjobita dozvoljava bilo koju složenu superpoziciju njegovih kvantnih stanja. Tokom godina, realizovane su različite fizičke implementacije kjobita uključujući praznine azota u dijamentima (Dut et al., 2007) [5], zarobljene jone (Libfrid et al., 2003) [6], polarizovane fotone (Nil et al., 2001) [7],

kvantne tačke (Peta, 2005) [8] i superprovodne kjubite (Klark i Vilhelm, 2008) [9]. Od demonstracije prvog superprovodnog kjubita 1999. godine (Nakamura et al., 1999) [10] postignut je ogroman eksperimentalni napredak sa eksponencijalnim povećanjem koherentnosti kjubita (Devoret, 2013) [11].

Iako najsavremeniji kjubiti i dalje donekle pate od dekoherentnosti, superprovodni kjubiti su jedna od najperspektivnijih platformi za buduću realizaciju kvantnih računara. Ključni sastojak kvantnog računarstva i kvantne obrade informacija je jaka interakcija svjetlosti i materije. Fotoni se ne koriste samo za pobuđivanje, manipulaciju i očitavanje kjubita već su takođe potrebni da posreduju interakcijama između njih. Grubo govoreći, granica jake sprege je definisana kao granica gdje sprega kjubita sa željenim kanalom prevazilazi spregu sa drugim disipativnim kanalima (Valraf et al., 2004) [12]. U većini današnjih kvantnih informacionih sistema jaka sprega se postiže ugrađivanjem kjubita u rezonator ili šupljinu. Interakcija kjubita sa kvantizovanim pojedinačnim modovima šupljine tretira se u okviru kvantne elektrodinamike šupljine (Cavity Quantum Electrodynamics – cQED). Kroz rezonator se može realizovati snažna sprega i kjubit je istovremeno zaštićen od buke koja dolazi iz okoline (Blez et al., 2004) [13]. No, potreban je drugačiji pristup kada kjubiti treba da budu snažno povezani u svrhu širenja svjetlosti koja se koristi za razmjenu informacija umjesto stojećih talasa u šupljini. Povezivanje sa propagirajućom svjetlošću može se postići kada su kjubiti elektromagnetno povezani sa kontinuumom modova talasovoda. Međutim, u trodimenzionalnim talasovodima teško je postići koherentnu i jaku interakciju svjetlosti i kjubita zbog neusklađenosti prostornog režima. Ograničavanjem talasovoda na jednu dimenziju mogu se postići jake ili čak ultra jake interakcije svjetlosti sa kjubitima (Forn-Diaz et al., 2006) [14].

Analogno sa kvantnom elektrodinamikom šupljina, interakciju kjubita sa jednodimenzionalnim otvorenim prostorom talasovoda proučava kvantna elektrodinamika talasovoda (Waveguide Quantum Electrodynamics – wQED). wQED sistemi imaju privlačnu karakteristiku da obezbjeđuju nelinearnost koja je vidljiva na nivou jednog fotona u konfiguraciji otvorenog prostora. Ako je više kjubita povezano sa zajedničkim talasovodom, može se pokazati da kjubiti ostvaruju interakciju beskonačnog opsega posredovanu virtuelnim i stvarnim fotonima u talasovodu (Lalumier et al., 2013) [15]. Štaviše, ova interakcija takođe vodi ka kolektivnim ekscitacijama kjubita koje mogu imati mnogo veći životni vijek zračenja (subzračenje) ili mnogo manji (superzračenje) od onog kog posjeduju konstitutivni kjubiti. Interakcija beskonačnog opsega između kjubita mogla bi biti od velike koristi za kvantno računarstvo sa više čvorova i kvantne mreže, gdje se propagirajući fotoni koriste za prenos informacija između lokalnih procesorskih jedinica. Posljednjih godina predložene su brojne primjene multi kjubit wQED sistema: proizvoljna sinteza Fokovog stanja (Pauliš et al., 2018) [16], atomska ogledala (Čeng et al., 2012) [17], kvantno računarstvo (Pauliš et al., 2016) [18] i stvaranje neklasične svjetlosti (Feng et al., 2014) [19]. Još jedna veoma relevantna primjena bila bi realizacija sporog ili čak zaustavljenog svjetla i kvantne memorije.

Razmotrimo sada multi kjubit wQED sisteme u kontekstu kvantnih metamaterijala. Oni proširuju ideju klasičnih metamaterijala na režim u kome njegovi meta – atomi (kjubiti) mogu zadržati svoju kvantnu koherentnost duže od prelaska svjetlosnog impulsa medijumom. Slično klasičnim metamaterijalima, veliki ansambl kjubita sa periodičnim ali subtalasnim razmacima omogućava efektivni opis medijuma. Očekuje se, između ostalog, da će kvantni metamaterijal imati egzotične lokalizovane polaritonske ekscitacije. Zbog toga, veliki multi kjubit wQED sistem ne samo da nudi brojne aplikacije u kvantnoj obradi podataka već se može koristiti i za proučavanje fundamentalnih pobuda u čvrstim tijelima.

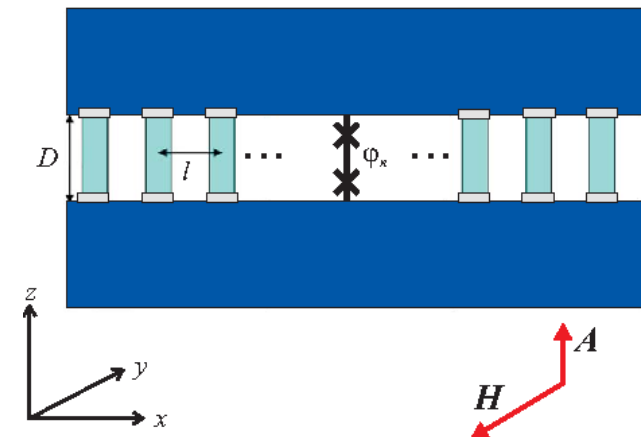
Eksperimentalno su proučavani superprovodni wQED sistemi sa pojedinačnim kjubitima. Prva demonstracija rezonantne fluorescencije koju je izveo Astafjev et al., 2010 [20], koristeći fluks kjubite spojene na talasovod, praćena je demonstracijom vremenski rješive dinamike, Autler – Taunsovog efekta (Abdumalikov et al., 2010) [21] kao i drugih nelinearnih efekata kao što je miješanje i pojačanje frekvencija. Slični eksperimenti sa transmonima pokazali su generisanje neklasične svjetlosti, foton – foton korelacija i implementaciju jednofotonskog rutera. Iako superprovodni kjubiti pokazuju najjaču interakciju svjetlosti i materije u poređenju sa wQED sistemima zasnovanim na drugim fizičkim implementacijama, sistemi sa više kjubita su jedva proučavani do danas. Prva demonstracija super- i subzračenja data je na sistemu od dva kjubita. Atomsko ogledalo i generisanje zapletenih fotona demonstrirani su tek nedavno [22].

Dakle, da rezimiramo, situacija kada “atom” tj. kvantni objekat sa diskretnim energetskim spektrom stupa u interakciju sa jednim modom (ili nekoliko modova) elektromagnetnog polja proučavana je u kvantnoj elektrodinamici šupljina (QED šupljina) (Valter et al., 2006) [23], grani kvantne optike koja posebno istražuje atome u rezonatorima (šupljinama). Opseg frekvencija zavisi od relevantnog atomskog prelaza i zapravo govorimo o optičkom ili mikrotalasnom opsegu (zadnji za Ridbergove atome tj. atome u visoko pobuđenim stanjima). Kjubit ili skup kjubita spojen sa LC kolom predstavlja donekle sličnu fizičku sliku. “Šupljina” je jednodimenzionalna što dovodi do manje efektivne zapremine moda polja i relativno jačeg polja nego u trodimenzionalnim šupljinama ili QED šupljinama. Sprega između moda i kjubita je jača ili uporediva u apsolutnim brojevima a značajno jača relativno (ovo kompenzuje relativno nizak kvalitet superprovodnih kola i do sada – kraće vrijeme dekoherencije mezoskopskih kjubita u čvrstom stanju u poređenju sa prirodnim atomima). “Atomi” mogu biti dizajnirani, proizvedeni i podešeni preko širokog spektra parametara. Na kraju, ali ne i najmanje važno – dok se u QED šupljinama suočavamo sa strujom atoma koji lete kroz rezonator, što ograničava vrijeme interakcije vremenom prenosa i prisiljava atom da prođe regione sa promjenljivim intenzitetom polja, u QED kolu “atom” je čvrsto pozicioniran i njegov položaj se može izabrati tako da maksimizira njegovo povezivanje sa određenim modom polja. Nekoliko kjubita postavljenih u isti rezonator može se koherentno povezati i uplesti kroz svoje interakcije sa modovima polja (Blez et al., 2007) [24].

III. KLASIČNO PROSTIRANJE TALASA KROZ LANAC VIŠE KJUBITA U DALEKOVODU

Vidjeli smo već da se kubit u rezonatoru ponaša kao atom u šupljini. Najjednostavniji analog stvarnog atoma u interakciji sa svjetlošću (mikrotalasi, rendgenski zraci, itd.) u svemiru, dobijamo zamjenom rezonatora, gdje su samo stojeći elektromagnetni talasi dozvoljeni, sa dalekovodom duž kojeg se talasi mogu širiti. Za kubit se doslovno mogu uvesti takva „atomska“ svojstva kao što su amplituda rasijanja, koeficijenti transmisije i refleksije itd. Nakon toga, određeni broj kubitata se može staviti u dalekovod, formirajući 1D „optički kristal“. Ovo je takođe praktičan način dovođenja elektromagnetnih talasa na kubitne čvrstog stanja koji su pozicionirani na podlogu u kriostatu, okruženi kolima za kontrolu i očitavanje i nisu tako lako dostupni spolja. Ovo je samo mala modifikacija rezonatora dalekovoda koji se koriste u eksperimentima sa QED kolom.

Pošto se, u pogledu rasijanja elektromagnetnih talasa, jedan kubit ponaša kao atom u svemiru, logično je očekivati da prostorno periodična multikubit struktura može pokazati transparentna svojstva u odgovarajućem opsegu frekvencija. Kao što znamo, ideja o izgradnji optičkih medija ili metamaterijala od vještačkih elemenata sa propisanim svojstvima umjesto atoma nastala je u optici i danas je u aktivnom razvoju. Specifičnost korišćenja kubitata nije ni u tome što su vještački, niti u tome što su kvantni (prirodni atomi u normalnim optičkim medijima su kvantni koliko je to moguće). Ono što kubitne čini interesantnim jeste mogućnost individualnog pristupa i kontrole kvantnog stanja svakog konstitutivnog kubitata kao i kontrolisanje kvantne koherentnosti cijele strukture, a očekuju se i neka nova svojstva specifična za kvantne metamaterijale.



Slika 1. Identični kubitni naelektrisanja na rastojanju l između masivnih superprovodnika na rastojanju D

Razmotrimo periodičnu strukturu superprovodnih kubitata naelektrisanja u dalekovodu formiranom od dva masivna superprovodnika (Slika 1). Kubit naelektrisanja formiran je od sićušnog superprovodnog ostrva spojenog Džozefsonovim spojem sa superprovodnim rezervoarom, dok Džozefsonov spoj možemo definisati kao sistem od dva superprovodnika

odvojena izolacionim slojem kroz koji parovi elektrona (Kuperovi parovi) mogu tunelirati. Ekvivalentna rastojanja između kubitata u ovom modelu označićemo sa l a rastojanje između masivnih superprovodnika koji formiraju talasovod sa D . Slijedeći pristup Rahmanova (2008) [4] direktno ćemo zapisati energiju sistema u terminima superprovodnih faza na kubitnim ostrvima, φ_n i vektorskog potencijala elektromagnetnog polja, \mathbf{A} :

$$E = \sum_n \left\{ \frac{E_j}{2\omega_j^2} \left[\left(\frac{2\pi D \dot{A}_{zn}}{\phi_0} + \dot{\varphi}_n \right)^2 + \left(\frac{2\pi D \dot{A}_{zn}}{\phi_0} - \dot{\varphi}_n \right)^2 \right] + \frac{Dl}{8\pi} \left(\frac{A_{z,n+1} - A_{z,n}}{l} \right)^2 - E_j \left[\cos \left(\frac{2\pi D \dot{A}_{zn}}{\phi_0} + \varphi_n \right) + \cos \left(\frac{2\pi D \dot{A}_{zn}}{\phi_0} - \varphi_n \right) \right] \right\}, \quad (1)$$

gdje tačke označavaju prostorni izvod. Magnetno polje elektromagnetnog prostiranja talasa u ovoj strukturi mora biti paralelno superprovodnim rezervoarima a ako zanemarimo gubitke energije, takođe mora biti normalno na smjer prostiranja talasa, stoga $\mathbf{H} = H e_y = \nabla \times \mathbf{A}$, te možemo izabrati $\mathbf{A} = A_z(x) e_z$. Pošto razmatramo talasne dužine $\lambda \gg l, D$ (veličina jedinične ćelije), možemo pretpostaviti da je vektorski potencijal približno konstantan unutar ćelije, $A_z(x) \approx A_{zn}$. U jednakosti (1) takođe smo uzeli u obzir da u prisustvu vektorskog potencijala superprovodna faza dobija mjerni član, $\alpha_n = 2\pi D A_{zn} / \phi_0$, gdje je $\phi_0 = hc/2e$ kvant fluksa. Radi jednostavnosti, pretpostavljamo da su svi kubitni identični, sa po dva Džozefsonova spoja sa kritičnom strujom I_c i kapacitivnošću C i $\omega_j^2 = eI_c / \hbar C$; $E_j = I_c \phi_0 / 2\pi c$, gdje su ω_j i E_j Džozefsonova frekvencija i Džozefsonova energija, respektivno. Uvođenjem bezdimenzionirane energije, vremena i vektorskog potencijala, kao $\varepsilon = E/E_j$, $\tau = \omega_j t$ i α_n , respektivno, možemo napisati (1) kao

$$E = \sum_n \left[\left(\frac{\partial \varphi_n}{\partial \tau} \right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha_n}{\partial \tau} \right)^2 - 2 \cos \alpha_n \cos \varphi_n + \beta^2 (\alpha_{n+1} - \alpha_n)^2 \right], \quad (2)$$

gdje

$$\beta^2 = [(\phi_0/2\pi)^2 / 8\pi l D E_j], \quad (3)$$

karakteriše odnos elektromagnetne i Džozefsonove energije u sistemu. Razmatramo klasično polje, pa se (bezdimenzioni) Hamiltonijan sistema dobija jednostavno zamjenom energije naelektrisanja n -tog kubitata u jednakosti (2) sa operatorom $-(\partial_{\varphi_n})^2$. Tako dobijamo

$$H = \sum_n \left[H_n + \left(\frac{\partial \alpha_n}{\partial \tau} \right)^2 + \beta^2 (\alpha_{n+1} - \alpha_n)^2 \right]. \quad (4)$$

Izraz

$$H_n = - \left(\frac{\partial}{\partial \varphi_n} \right)^2 - 2 \cos \alpha_n \cos \varphi_n \rightarrow - \left(\frac{\partial}{\partial \varphi_n} \right)^2 + \alpha_n^2 \cos \varphi_n \quad (5)$$

je Hamiltonijan n -tog kubitata u granici slabog klasičnog elektromagnetnog polja što odgovara $\alpha_n \ll 1$. Kubitni u ovoj

šemi komuniciraju samo preko elektromagnetnog talasa, i možemo koristiti teoriju perturbacije, pod pretpostavkom da je inicijalno stanje kjubita faktorizovano, tako da se svaki od njih može okarakterisati posebnom matricom gustine ili talasnom funkcijom, $|\Psi_n(\tau)\rangle$. Kao i obično, ograničićemo stanja svakog kjubita na njegovo osnovno stanje $|0\rangle$, sa energijom E_0 , ili pobuđeno stanje $|1\rangle$ sa energijom E_1 . Ako uvedemo Hajzenbergova osnovna stanja [25]

$$\left\{ |0\rangle e^{i\epsilon_q\tau/2}, |1\rangle e^{-i\epsilon_q\tau/2} \right\} \quad (6)$$

gdje je $\epsilon_q = \frac{E_1 - E_0}{\hbar\omega_0}$ bezdimenzionalna energija ekscitacije kjubita, tada je talasna funkcija n -tog kjubita, Ψ_n , suma

$$\Psi_n = C_0^n |0\rangle e^{i\epsilon_q\tau/2} + C_1^n |1\rangle e^{-i\epsilon_q\tau/2}. \quad (7)$$

Koristeći standardnu vremenski zavisnu teoriju perturbacije [25] u kontinualnoj aproksimaciji gdje je n zamijenjeno bezdimenzionalnom kontinualnom promjenljivom ξ , dobijamo talasnu jednačinu

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \tau^2} - \beta^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \xi^2} + \alpha \langle \Psi(\xi) | \cos \varphi(\xi) | \Psi(\xi) \rangle = 0 \quad (8)$$

gdje β igra ulogu bezdimenzionane fazne brzine.

Za tipičan kjubit naelektrisanja u trakastom rezonatoru (Gambeta et al., 2006) [26] Džozefsonova energija je $\sim \hbar \times 6$ GHz, tri reda veličine veća od brzine defaziranja kjubita (~ 5 MHz); brzina propuštanja rezonatora je ~ 0.5 MHz. Uzimajući veličinu jedinične ćelije $D \sim l \sim 10 \mu\text{m}$, dobijamo $\beta \sim 30$ (tokom perioda oscilovanja talas će putovati preko ~ 30 jediničnih ćelija). Stoga je opravdano da u prvoj aproksimaciji koristimo jednačinu kontinuiranog talasa i zanemarimo efekte dekoherencije.

Za lanac kjubita fluksa induktivno spojenih na dalekovod pogodniji pristup je direktna upotreba standardnog kola [27]. Razlike između ova dva slučaja ne utiču na njihovu suštinsku ekvivalenciju. U oba slučaja klasični elektromagnetni talas se prostire kroz liniju kjubita što izgleda kao neprekidni medijum koji karakteriše „lokalno kvantno stanje“, $|\Psi(\xi)\rangle$ (ili $|\Psi(x)\rangle$), što se može unaprijed specificirati. Situacija je, u izvjesnom smislu, komplementarna klasičnom eksperimentu sa dvostrukim ili višestrukim prorezom, kada je kvantna čestica rasijana nadograđenim klasičnim objektom. Sada rasijavamo klasične talase na nadograđenom kvantnom objektu sa kontrolisanim svojstvima (uključujući njegovo kvantno stanje).

Vratimo se na metamaterijal sa kjubitima naelektrisanja iz jednačine (8), za koji je neka teorijska predviđanja dao Rahmanov et al., (2008) [4]. Proširivanjem „lokalne“ talasne funkcije preko osnovnih stanja kjubita u Hajzenbergovoj reprezentaciji,

$$|\Psi(\xi, \tau)\rangle = C_0(\xi, \tau) |0\rangle_\xi e^{-i\epsilon_q\tau/2} + C_1(\xi, \tau) |1\rangle_\xi e^{i\epsilon_q\tau/2} \quad (9)$$

gdje je ϵ_q razmak među nivoima u jedinicama $\hbar\omega_j$, i koristeći standardnu vremenski zavisnu teoriju perturbacije (Landau i Lifšic, 2003) [25], nalazimo

$$i \frac{dC_j(\xi, \tau)}{d\tau} = \alpha^2(\xi, \tau) \sum_{k=0,1} V_{jk}(\xi, \tau) C_k(\xi, \tau) \quad (10)$$

gdje je $V_{jk}(\xi, \tau) \equiv \langle j | \cos \varphi(\xi, \tau) | k \rangle$. Proširivanjem amplitude talasa i koeficijenata talasne funkcije u red teorije perturbacije $\alpha(\xi, \tau) = \alpha^0(\xi, \tau) + \alpha^1(\xi, \tau) + \dots$, $C_j(\xi, \tau) = C_j^0(\xi) + C_j^1(\xi, \tau) + \dots$, pronalazimo

$$iC_0^1(\xi, \tau) = \int_0^\tau d\hat{t} (\alpha^0(\xi, \hat{t}))^2 (V_{00}C_0^0(\xi) + V_{01}C_1^0(\xi)) e^{-i\epsilon_q\hat{t}}$$

$$iC_1^1(\xi, \tau) = \int_0^\tau d\hat{t} (\alpha^0(\xi, \hat{t}))^2 (V_{11}C_1^0(\xi) + V_{10}^*C_0^0(\xi)) e^{i\epsilon_q\hat{t}} \quad (11)$$

Kao rezultat, za neperturbovan talas dobijamo

$$\frac{\partial^2 \alpha^0}{\partial \tau^2} - \beta^2 \frac{\partial^2 \alpha^0}{\partial \xi^2} + V^0 \alpha^0 = 0. \quad (12)$$

Specifičnosti kvantnog metamaterijala sakrivene su u koeficijentu

$$V^0(\xi, \tau) = |C_0^0(\xi)|^2 V_{00} + |C_1^0(\xi)|^2 V_{11} + (C_0^0(\xi) C_1^{0*}(\xi)) e^{i\epsilon_q\tau} V_{10} + H.c.) \quad (13)$$

gdje H.c. označava hermitski konjugat. Sada direktno vidimo da je „optika“ prostiranja elektromagnetnog talasa kroz sistem određena kvantnim stanjem i kvantnom dinamikom kjubita, koji bi trebalo da budu pod našom direktnom kontrolom.

Radi jednostavnosti, pretpostavićemo da je α^0 stojeći talas, $\alpha^0 = A \cos(\omega\tau) \cos[k(\omega)\xi]$. Ako su svi kjubiti u početku u osnovnom stanju tada $C_0^0 = 1$ i $C_1^0 = 0$. U ovom slučaju $V^0 = V_{00}$ i iz jednakosti (12) slijedi zakon disperzije

$$k(\omega) = \frac{1}{\beta} \sqrt{\omega^2 - V_{00}}. \quad (14)$$

Dakle, metamaterijal je transparentan za talase čija frekvencija prelazi $(V_{00})^{1/2}$. Iz jednakosti (11) dobijamo

$$\frac{C_0^1(\xi, \tau)}{V_{00}} = -\frac{iA^2 \cos^2 k\xi}{2} \left\{ \tau + \frac{\sin 2\omega\tau}{2\omega} \right\}$$

$$\frac{C_1^1(\xi, \tau)}{V_{01}} = -\frac{A^2 \cos^2 k\xi}{2} \left\{ \frac{e^{i\epsilon_q\tau} - 1}{\epsilon_q} + \frac{\epsilon_q + e^{i\epsilon_q\tau} [2i\omega \sin(2\omega\tau) - \epsilon_q \cos(2\omega\tau)]}{4\omega^2 - \epsilon_q^2} \right\}. \quad (15)$$

Početni poremećaj talasne funkcije proizvešće poremećaj α^1 u propagirajućem talasu. Za ovu perturbaciju nalazimo

$$\frac{\partial^2 \alpha^1}{\partial \tau^2} - \beta^2 \frac{\partial^2 \alpha^1}{\partial \xi^2} + V_{00} \alpha^1 + \Delta V^0 \alpha^0 = 0 \quad (16)$$

gdje je ΔV^0 perturbacija sprege polje – kjubit. Iz jednakosti (15) nalazimo

$$\Delta V^0(\tau) = -|V_{01}|^2 A^2 \cos^2 k\xi \times \left\{ \frac{1}{\epsilon_q} - \frac{2(2\omega^2 - \epsilon_q^2) \cos \epsilon_q \tau + \epsilon_q^2 \cos(2\omega\tau)}{\epsilon_q(4\omega^2 - \epsilon_q^2)} \right\}. \quad (17)$$

Vidimo da je elektromagnetni talas u rezonanciji sa nizom kjubita ako je njegova frekvencija jednaka polovini udaljenosti između nivoa, $\omega = \epsilon_q/2$. Dobićemo gotovo identičan rezultat ako su kjubiti u početku u pobuđenom stanju. Potrebno je samo zamijeniti $0 \leftrightarrow 1$ i $\epsilon_q \leftrightarrow -\epsilon_q$ u jednakostima (14)–(17). Sada je zakon disperzije dat sa

$$k(\omega) = \frac{1}{\beta} \sqrt{\omega^2 - V_{11}}. \quad (18)$$

Za elektromagnetni talas dobijamo

$$\frac{\partial^2 \alpha^1}{\partial \tau^2} - \beta^2 \frac{\partial^2 \alpha^1}{\partial \xi^2} + V_{11} \alpha^1 + \Delta V^1 \alpha^0 = 0 \quad (19)$$

gdje je $\Delta V^1(\tau) = -\Delta V^0(\tau)$.

Ako su svi kjubiti u početku u pobuđenom stanju metamaterijal je aktivni medijum i stoga treba očekivati rezonantno pojačanje propagirajućeg talasa. Međutim, prethodne jednakosti predviđaju $\Delta V^1 \rightarrow 0$ kada $2\omega \rightarrow \epsilon_q$ (i $\Delta V^0 \rightarrow 0$ kada $2\omega \rightarrow \epsilon_q$). Srećom, ovaj „paradoks“ odražava samo ograničenja aproksimacije perturbacije prvog reda. U ovom slučaju energija kjubita se jednostavno ne mijenja. Da bismo opisali pojačanje signala neophodni su nam termini višeg reda što zahtjeva kvantni opis elektromagnetnog polja. Interesantniji je slučaj kada su kjubiti u početku u stanju superpozicije, $C_0^0 = C_1^0 = 1/2$. Zbog koherentnih kvantnih otkucaja

$$V^0(\tau) = \frac{1}{4} [V_{00} + V_{11} + 2|V_{01}| \cos(\epsilon_q \tau)] \quad (20)$$

i

$$k(\omega, \tau) \approx \sqrt{\omega^2 - \frac{V_{00} + V_{11} + 2|V_{01}| \cos(\epsilon_q \tau)}{4\beta^2}} \quad (21)$$

pod pretpostavkom da je frekvencija elektromagnetnog talasa visoka, $\omega \gg \epsilon_q$. Prema tome, ako je frekvencija upadnog talasa ω blizu praga $\omega_c = \sqrt{V_{00} + V_{11}}/2\beta$, materijal će se smjenjivati između transparentnog i reflektujućeg stanja sa frekvencijom kvantnih otkucaja ϵ_q (i takođe generisati signal na frekvencijama ϵ_q i $\omega \pm \epsilon_q$). Takav sistem, ukoliko bi se realizovao, obezbijedio bi medijum koji može postojati u superpoziciji stanja sa različitim indeksima prelamanja (optička Šredingerova mačka). Bilo bi zaista zanimljivo vidjeti kako to izgleda, čak i samo u mikrotalasnom opsegu.

Pretpostavimo sada da smo uspjeli da kreiramo prostorno periodično početno stanje kjubita, na primjer, najjednostavnije, sa naizmjeničnim dijelovima jednake dužine Λ , koji su u stanju $|A\rangle$ ili $|B\rangle$. To mogu biti svojstvena stanja neperturbovanog kjubit Hamiltonijana ili njihove superpozicije. U posljednjem slučaju, sljedeća diskusija ima smisla samo ako je frekvencija kvantnih otkucaja dovoljno mala, tj. $\epsilon_q^2 \ll V_{00}, V_{11}$. U odgovarajućim dijelovima strukture, koje prepoznajemo kao kvantne analoge jednodimenzionalnog fotonskog kristala, talas će zadovoljavati jednakosti

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \tau^2} - \beta^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \xi^2} + V_{AA} \alpha = 0$$

ili

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \tau^2} - \beta^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \xi^2} + V_{BB} \alpha = 0. \quad (22)$$

Mi ćemo, kao i obično u takvim slučajevima, potražiti rješenje u vidu Blohovog talasa, $\alpha(\xi, \tau) = u(\xi) \exp[ik\xi - i\omega\tau]$, sa 2Λ -periodičnom funkcijom $u(\xi)$ i kvazi impulsom k u prvoj Brillouinovoj zoni, $-\pi/\Lambda \leq k \leq \pi/\Lambda$ (Saleh i Teih, 2007) [28]. Međutim, rješenja jednakosti (22) u A ili B oblasti mogu biti napisana kao sume $\exp[\pm ik\xi]$ članova sa konstantnim koeficijentima. Koristeći kontinuitet α i $\partial_\xi \alpha$ i periodičnost od $u(\xi)$, dobijamo skup linearnih algebarskih jednačina za ove koeficijente, čiji uslov rješenja dovodi do implicitne disperzione relacije $k(\omega)$

$$\cos k_A \Lambda \cos k_B \Lambda - \frac{k_A^2 + k_B^2}{2k_A k_B} \sin k_A \Lambda \sin k_B \Lambda = \cos 2k \Lambda \quad (23)$$

gdje je

$$k_A^2 = \frac{\omega^2 - V_{AA}}{\beta^2}; k_B^2 = \frac{\omega^2 - V_{BB}}{\beta^2}. \quad (24)$$

Iz jednakosti (23) slijedi da će spektar $\omega(k)$ sadržati procjepje ako je razlika između k_A i k_B dovoljno velika, tj. $|k_A^2 - k_B^2| \gtrsim 1$, ili

$$|V_{AA} - V_{BB}| \gtrsim \beta^2. \quad (25)$$

Dakle, da bi se formirao fotonski kristal u nizu kjubita, Džozefsonova energija E_j mora biti velika u poređenju sa magnetnom energijom ili, prema jednakosti (3),

$$E_j \gg \frac{1}{8\pi} \left(\frac{\Phi_0}{\pi D l} \right)^2, \quad (26)$$

što je u skladu sa uslovima primjenjivosti našeg perturbativnog pristupa. Procjep u fotonskom spektru zavisi od kvantnih stanja kjubita koja se mogu kontrolisati spolja što znači da se bavimo kvantnim fotonskim kristalom – promjena mikroskopskog kvantnog stanja kjubita mijenja makroskopski elektromagnetni odgovor sistema.

IV. ZAKLJUČAK

Na prelazu između dva vijeka došlo je do dva izuzetna napretka u fizici. Prvo, razvijeno je nekoliko tipova skalabilnih kvantnih bitova u čvrstom stanju, koji su pokazali kontrolisanu kvantnu koherentnost u vještačkim mezoskopskim strukturama što je na kraju dovelo do razvoja struktura koje sadrže mnoštvo kjubita i pokazuju osobine globalne kvantne koherentnosti. Paralelno se uviđalo da interakcija superprovodnih kjubita sa modovima kvantizovanog elektromagnetnog polja produkuje, u mikrotalasnom opsegu, niz efekata poznatih iz kvantne optike, sa kjubitima koji igraju ulogu atoma [29]. Polazna tačka bio je zahtjev da sistem kjubita održava kvantnu koherentnost na vremenskoj skali širenja elektromagnetnog impulsa, u očekivanju da će koherentna kvantna dinamika kjubita koji

intereaguju sa elektromagnetnim poljem upravljati optičkim osobinama metamaterijala. Kvantni metamaterijal se sa ove tačke gledišta može definisati kao vještački optički medijum takav da: a) sastoji se od kvantnih koherentnih jediničnih elemenata sa željenim (projektovanim) parametrima; b) kvantna stanja ovih elemenata mogu se direktno kontrolisati; c) može održati globalnu koherentnost tokom vremena koje prekoračuje vrijeme prolaska relevantnog elektromagnetnog signala. Sveukupnost ovih osobina čini metamaterijale kvalitativno različitim sistemima sa mnoštvom neobičnih osobina i primjena. Nameće se još jedan ključni zahtjev – veličina jedinične ćelije sistema mora biti mnogo manja (u praksi najmanje duplo manja) od talasne dužine relevantnog elektromagnetnog signala. Tretman ovog sistema uključuje aproksimativnu talasnu funkciju na elementarnom nivou, odnosno klasično tretiranje elektromagnetnog polja.

LITERATURA

- [1] [M. V. Fistul, M. A. Iontsev](#) “Electromagnetic wave propagation through an array of superconducting qubits: Manifestations of nonequilibrium states of qubits”, *Phys.RevA*.100.023844;
- [2] [Z. Ivić, N. Lazarides, G.P. Tsironis](#) “Qubit lattice coherence induced by electromagnetic pulses in superconducting metamaterials”. *Sci.Rep.* 6, 29374; doi:10.1038/srep29374 (2016);
- [3] [M. V. Fistul](#) “Quantum synchronization in disordered superconducting metamaterials”. *Sci. Rep.* 7, 43657; doi: 10.1038/srep43657 (2017);
- [4] [A. L. Rakhmanov et al.](#), “Quantum metamaterials: Electromagnetic waves in Josephson qubit lines”. *Phys.RevB*.77.144507; doi: 10.1103 (2008);
- [5] [M. V. G. Dutt et al.](#) “Quantum register based on individual electronic and nuclear spin qubits in diamond”. *Science* 316.5829 (2007), pp. 1312-1316. doi: 10.1126/science.1139831;
- [6] [D. Leibfried et al.](#) “Quantum dynamics of single trapped ions”. *Reviews of Modern Physics* 75.1 (2003), pp. 281-324. doi: 10.1103/revmodphys.75.281;
- [7] [E. Knill, R. Laflamme, G. J. Milburn](#) “A scheme for efficient quantum computation with linear optics”. *Nature* 409.6816 (2001), pp. 46-52. doi: 10.1038/35051009;
- [8] [J. R. Petta](#) “Coherent manipulation of coupled electron spins in semiconductor quantum dots”. *Science* 309.5744 (2005), pp. 2180-2184. doi: 10.1126/science.1116955;
- [9] [J. Clarke, F. K. Wilhelm](#) “Superconducting quantum bits”. *Nature* 453.7198 (2008), pp. 1031-1042. doi: 10.1038/nature07128;
- [10] [Y. Nakamura, Y. A. Pashin, J. S. Tsai](#) “Coherent control of macroscopic quantum states in a single-Cooper-pair box.” *Nature* 398.6730 (1999), pp. 786-788. doi: 10.1038/19718;
- [11] [M. H. Devoret, R. J. Schoelkopf](#) “Superconducting circuits for quantum information: An outlook.” *Science* 339.6124 (2013), pp. 1169-1174. doi: 10.1126/science.1231930;
- [12] [A. Wallraff et al.](#) “Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics.” *Nature* 431.7005 (2004), pp. 162-167. doi: 10.1038/nature02851;
- [13] [A. Blais et al.](#) “Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation.” *Phys.Rev A* 69.6 (2004), doi: 10.1103/PhysRevA.69.062320;
- [14] [P. Forn-Diaz et al.](#) “Ultrastrong coupling of a single artificial atom to an electromagnetic continuum in the nonperturbative regime.” *Nature Physics* 13.1 (2016), pp. 39-43. doi: 10.1038/nphys3905;

- [15] [K. Lalumiere et al.](#) “Input-output theory for waveguide QED with an ensemble of inhomogeneous atoms.” *Phys. Rev. A* 88.4 (2013), p. 043806. doi: 10.1103/PhysRevA.88.043806;
- [16] [V. Paulisch et al.](#) “Generation of single- and two-mode multiphoton states in waveguide QED.” *Phys. Rev. A* 97.5 (2018), p. 053831. doi: 10.1103/PhysRevA.97.053831;
- [17] [D. E. Chang et al.](#) “Cavity QED with atomic mirrors.” *New Journal of Physics* 14.6 (2012), p. 063003. doi: 10.1088/1367-2630/14/6/063003;
- [18] [V. Paulisch, H. J. Kimble, A. Gonzales-Tudela](#) “Universal quantum computation in waveguide QED using dekoherence free subspaces.” *N. J. of Phys.* 18.4 (2016), p. 043041. doi: 10.1088/1367-2630/18/4/043041;
- [19] [Y.-l. L. Fang, H. Zheng, H. U. Baranger](#) “One-dimensional waveguide coupled to multiple qubits: photon-photon correlations.” *EPJ Quantum Technology* 1.1 (2014), p. 3. doi: 10.1140/epjqt3;
- [20] [O. Astafiev et al.](#) “Resonance Fluorescence of a single artificial atom.” *Science* 327.5967 (2010), pp. 840-843. doi: 10.1126/science.1181918;
- [21] [A. A. Abdumalikov et al.](#) “Electromagnetically induced transparency on a single artificial atom.” *Physical Review Letters* 104.19 (2010), p. 193601. doi: 10.1103/PhysRevLett.104.193601;
- [22] [Jan David Brehm](#) “Superconducting Quantum Metamaterials”, *Karlsruher Instituts fur Technologie (KIT)*, 2021;
- [23] [H. Walther et al.](#), “Cavity quantum electrodynamics” *Rep.Prog. Phys.*, 69, 1325-1382 (2006);
- [24] [A. Blais et al.](#), “Quantum information processing with circuit quantum electrodynamics”, *Phys. Rev. A*. 75. 032329 (2007);
- [25] [L. D. Landau, E. M. Lifshitz](#) “Quantum mechanics (non-relativistic theory)”, 3rd edn. (2003);
- [26] [J. Gambetta et al.](#), “Qubit-photon interactions in a cavity: Measurement induced dephasing and number splitting”, *Phys. Rev. A*. 74. 042318, (2006);
- [27] [A. M. Zagoskin et al.](#), “Noise-induced quantum coherence and persistent Rabi oscillations in a Josephson flux qubit”, *Phys. Rev. B* 80. 212503 (2009);
- [28] [B. E. A. Saleh, M. C. Teich](#) “Fundamentals of photonics”, 2nd edn. (2007);
- [29] [A. M. Zagoskin, D. Felbacq, E. Rousseau](#) “Quantum metamaterials in the microwave and optical ranges” (2016).

ABSTRACT

In this paper, the transmission of electromagnetic waves through a series of superconducting qubits, ie. a two-level coherent system embedded in a superconducting resonator, was considered. The interaction of electromagnetic waves with an array of qubits results in a multitude of coherent quantum phenomena on a macroscopic scale, such as collective quantum states, coherent propagation of electromagnetic pulses, and non-classical photon states. Therefore, it was crucial in this field to explain how the coherent quantum dynamics of a series of superconducting qubits affects the propagation of electromagnetic waves.

ELECTROMAGNETIC-WAVE PROPAGATION IN SUPERCONDUCTING QUANTUM METAMATERIALS

Ivana Ivković

