

Анализа кратких спојева синхроних машина примјеном динамичког модела

Студентски рад

Емилија Мрђен

Студент другог циклуса студија
Електротехнички факултет
Бања Лука, Босна и Херцеговина
emilija.mrdjen@student.etf.unibl.org

Садржај—У раду је формиран динамички математички модел синхроног хидрогенератора, погодан за анализу кратких спојева симулацијама на рачунару. Симулирана је (типично) најкритичнија врста квара – трополни кратак спој без електричног лука. Резултати добијени примјеном динамичког модела, упоређени су са аналитичким изразима који се уобичајено користе при пројектовању разводних постројења.

Кључне ријечи—трополни кратак спој; струја квара; динамички модел синхроне машине

I. УВОД

Кварови у електроенергетском систему (ЕЕС-у) су неизбежне појаве, а најчешћи су кратки спојеви. Настају када дође до физичког контакта између дијелова кола, који су у нормалном радном режиму на различитим потенцијалима [1]. Могу бити трополни, двополни, двополни са земљом и једнополни кратки спојеви, те пролазног и трајног карактера. При њиховом настанку, долази до великих динамичких и термичких напрезања опреме у ЕЕС-у, те из овог разлога прорачун кратких спојева има велики значај за анализу рада, пројектовање постројења и заштиту ЕЕС-а.

Тренутна вриједност струје квара зависи од тренутка настанка квара, а описује се кроз три режима: суптранзијентни, транзијентни и устаљени. Вриједност струје квара синхроних машина у суптранзијентном периоду је мјеродавна за димензионисање опреме у погледу динамичких напрезања, док се струја у транзијентном периоду користи за димензионисање у погледу термичких напрезања. Поред тога, ови прорачуни су битни и за провјеру транзијентне стабилности ЕЕС-а. Како би се пренос електричне енергије вршио на поуздан начин, потребно је у што краћем периоду отклонити квар, за шта су заслужни прекидач и релејна заштита.

У оквиру овог рада, анализира се метални трополни кратак спој на прикључцима синхроног генератора примјеном динамичког модела. У другом поглављу, наведене су једначине динамичког модела трофазне двополне синхроне хидромашине у оригиналном и синхроно-ротирајућем dq систему везаном за ротор. Треће поглавље се односи на извођење аналитичког израза за струју трополног кратког споја на прикључцима

генератора примјеном динамичког модела, као и изношење принципа за његово поједностављење, у сврху пројектовања елемената ЕЕС-а. У посљедњем, четвртном поглављу, извршено је поређење резултата добијених примјеном динамичког и поједностављеног модела, који се уобичајено користи при пројектовању постројења.

II. ДИНАМИЧКИ МОДЕЛ СИНХРОНЕ ХИДРОМАШИНЕ

Динамички математички модел служи за проучавање стационарних и прелазних појава у машини, што може бити од користи при димензионисању дијелова опреме и пројектовању генератора или мотора. Математички модел се састоји из четири групе диференцијалних и једне групе алгебарских једначина, које описују електромагнетске и механичке процесе у машини, и изводе се уз сљедеће апроксимације:

1. трофазна машина је уравнотежена, са синусном расподелом поља у зазору (не постоје виши хармоници);
2. занемарује се појава засићења магнетског кола и губици у гвожђу;
3. параметри машине се сматрају константним (отпорности намотаја не зависе од температуре, а реактансе од засићења).

A. Динамички модел у трофазном abc систему

Електрични подсистем машине, описује се помоћу једначина напонске равнотеже:

$$\underline{u}_s^{abc} = [R_s] \cdot \underline{i}_s^{abc} + \frac{d}{dt} \{ \underline{\psi}_s^{abc} \}, \quad (1)$$

$$\underline{u}_r^{abc} = [R_r] \cdot \underline{i}_r^{dq} + \frac{d}{dt} \{ \underline{\psi}_r^{abc} \}, \quad (2)$$

једначина флуксних обухвата:

$$\underline{\psi}_s^{abc} = [L_s^{abc}] \cdot \underline{i}_s^{abc} + [L_{sr}^{abc}] \cdot \underline{i}_r^{dq}, \quad (3)$$

$$\underline{\psi}_r^{abc} = [L_r^{dq}] \cdot \underline{i}_r^{dq} + [L_{sr}^{abc}]^T \cdot \underline{i}_s^{abc}, \quad (4)$$

те моментне једначине:

$$m_c = \frac{1}{2} (\underline{i}^{abc})^T \cdot \frac{d}{d\theta_m} \{ [L^{abc}] \} \cdot \underline{i}^{abc}, \quad (5)$$

ТАБЕЛА I. ПАРКОВ ДИНАМИЧКИ МОДЕЛ СИНХРОНЕ МАШИНЕ

Једначине напонске равнотеже статора	$u_d = R_s i_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \omega_s \Psi_q$
	$u_q = R_s i_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \omega_s \Psi_d$
Једначине напонске равнотеже ротора	$u_p = R_p i_p + \frac{d\Psi_p}{dt}$
	$0 = R_D i_D + \frac{d\Psi_D}{dt}$
	$0 = R_Q i_Q + \frac{d\Psi_Q}{dt}$
Једначине флуksних обухвата статора	$\Psi_d = L_d i_d + M_d i_p + M_d i_D$
	$\Psi_q = L_q i_q + M_q i_Q$
Једначине флуksних обухвата ротора	$\Psi_p = M_d i_d + L_{pp} i_p + M_d i_D$
	$\Psi_D = M_d i_d + L_{DD} i_D + M_d i_p$
	$\Psi_Q = M_q i_q + L_{QQ} i_Q$
Моментна једначина	$m_c = \frac{3}{2} p (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d)$

III. АНАЛИТИЧКИ ИЗРАЗ СТРУЈЕ КВАРА

A. Примјена динамичког модела

Поступак извођења аналитичког израза за струју трополног кратког споја (Зпкс), због једноставности, биће извршен уз занемарење пригушног намотаја и форсирања побуде, те уз претпоставку да је генератор прије квара био неоптерећен [2]. У Табели 2 су дате дефиниције реактанси и временских константи, које се користе при извођењу. У прелазном процесу суптранзијентног периода квара, учествују пригушни, побудни и статорски намотај, у прелазном процесу транзијентног периода побудни и статорски намотај, а у устаљеном периоду само статорски намотај.

ТАБЕЛА II. РЕАКТАНСЕ И ВРЕМЕНСКЕ КОНСТАНТЕ ГЕНЕРАТОРА

Суптранзијенте реактансе и временске константе статора по d и q оси	$X_d'', X_q'', T_d'', T_q''$
Транзијента реактанса и временска константа статора по d оси	X_d', T_d'
Устаљене реактансе статора по d и q оси	X_d, X_q
Апериодска временска константа	T_a

Примјеном Лапласове трансформације, једначине напонске равнотеже генератора постају:

$$u_d(s) = 0 = R_s i_d(s) + s\Psi_d(s) - \Psi_d(0) - \omega_s \Psi_q(s), \quad (8)$$

$$u_q(s) = 0 = R_s i_q(s) + s\Psi_q(s) - \Psi_q(0) + \omega_s \Psi_d(s), \quad (9)$$

$$u_p(s) = R_p i_p(s) + s\Psi_p(s) - \Psi_p(0), \quad (10)$$

при чему су: $\underline{u}_s^{abc} = [u_a \ u_b \ u_c]^T$, $\underline{u}_r^{abc} = [u_p \ u_D \ u_Q]^T$, $\underline{i}_s^{abc} = [i_a \ i_b \ i_c]^T$, $\underline{i}_r^{dq} = [i_p \ i_D \ i_Q]^T$, $\underline{\Psi}_s^{abc} = [\Psi_a \ \Psi_b \ \Psi_c]^T$, $\underline{\Psi}_r^{abc} = [\Psi_p \ \Psi_D \ \Psi_Q]^T$ вектор – колоне напона, струја и флуksева намотаја статора и ротора. $[R_s]$ и $[R_r]$ су дијагоналне матрице отпорности статора и ротора, а $[L_s^{abc}]$, $[L_r^{dq}]$ и $[L_{sr}^{abc}]$ матрице сопствених индуктивности статора и ротора, те матрица међусобних индуктивности. Кратко спојен пригушни намот на ротору, еквивалентиран је намотајима по d и q оси, при чему је d оса система оријентисана у правцу истурења ротора, док q оса предњачи за 90° .

Механички подсистем машине, описује се помоћу Њутнове једначине обртног кретања и израза који повезује механичку брзину и положај ротора:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = m_c - m_{opt}, \quad (6)$$

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt}, \quad (7)$$

гдје је J моменат инерције, а m_{opt} моменат оптерећења. Једначине (6) и (7) имају увијек исти облик, без обзира на то у којем систему су написане једначине модела.

Недостаци математичког модела машине у оригиналном трофазном abc домену су:

1. систем једначина је високог, осмог реда (електрични подсистем је шестог, а механички другог реда),
2. матрица свих индуктивности $[L^{abc}]$ зависи од положаја ротора и није константна, што отежава рачунарску симулацију модела,
3. статорске величине су изражене у непокретном abc систему, а роторске у синхроно-ротирајућем dq систему.

B. Динамички модел у двофазном dq систему

Због претходно наведених недостатака, трофазни систем на статору се своди на двофазни, примјеном Кларкине трансформације, чиме се редукује број једначина модела, преласком у непокретни $\alpha\beta$ систем, везан за статор. Након тога, примјеном Паркове трансформације, тј. преласком у синхроно-ротирајући dq систем везан за ротор, као и свођењем роторских величина на статор, постиже се константност матрице индуктивности система, јер и величине статора и ротора бивају изражене у истом координатном систему, а све међусобне индуктивности намотаја по истој оси постају једнаке.

Приказ динамичког модела синхроне хидромашине (1)-(5), након извршене Кларкине и Паркове трансформације (које заједно чине Блонделову трансформацију), у dq систему, у развијеном облику, дат је у Табели 1. Кларкина трансформација је извршена тако да се постигне инваријатност амплитуда свих величина у abc и новонасталом, непокретном $\alpha\beta$ систему.

при чему су почетни услови (квар се десио у тренутку $t=0$):

$$\Psi_d(0) = M_d i_p(0), \quad (11)$$

$$\Psi_q(0) = 0, \quad (12)$$

$$\Psi_p(0) = L_{pp} i_p(0). \quad (13)$$

Уврштавањем (11)-(13) у (8)-(10), као и адекватних израза за флуksеве статора у комплексном домену, и сређивањем, добија се:

$$M_d i_p(0) = (R_s + sL_d) i_d(s) + sM_d i_p(s) - \omega_s L_q i_q(s), \quad (14)$$

$$0 = (R_s + sL_q) i_q(s) + \omega_s M_d i_p(s) + \omega_s L_d i_d(s), \quad (15)$$

$$\frac{u_p}{s} + L_{pp} i_p(0) = (R_p + sL_{pp}) i_p(s) + sM_d i_d(s). \quad (16)$$

Из система једначина (14) - (16), могу се добити изрази за струје статора по d и q оси:

$$i_d(s) = \frac{-\omega_s E_{ofm} \left(s + \frac{1}{T_{d0}} \right)}{sL'_d \left(s + \frac{1}{T'_d} \right) (s^2 + \omega_s^2 + 2as)}, \quad (17)$$

$$i_q(s) = -\frac{E_{ofm}}{L_q} \frac{1}{s^2 + \omega_s^2 + 2as}, \quad (18)$$

док је при рјешавању тог система кориштено следеће:

1. сопствена транзијентна статорска индуктивност по d оси у комплексном домену је:

$$L'_d(s) = L'_d \left[\frac{s + \frac{1}{T'_d}}{s + \frac{1}{T'_{d0}}} \right],$$

2. модуо полифазора фазне електромоторне силе једнак је амплитуди фазора истоимене величине:

$$E_{ofm} = \sqrt{2} E_{of} = |U_{q0}| = |E_{q0}| = \omega_s M_d \frac{u_p}{R_p};$$

3. коефицијент a уважава постојање једносмјерне (апериодске) компоненте струје квара:

$$2a = \omega_s R_s \left(\frac{1}{X_q} + \frac{1}{X_d} \right) = \frac{2}{T_a}.$$

Помоћу инверзне Лапласове трансформације, струје (17) и (18), трансформишемо назад у временски домен:

$$i_d(t) = -\frac{E_{ofm}}{X_d} - E_{ofm} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} - \frac{E_{ofm}}{X_d} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos \omega_s t, \quad (19)$$

$$i_q(t) = -\frac{E_{ofm}}{X_q} e^{-\frac{t}{T_a}} \sin \omega_s t. \quad (20)$$

Коначни изрази за струје статора Парковог динамичког модела током 3пкс, добијају се уважавањем и пригушног намотаја, тј. суптранзијентног периода [2]:

$$i_d(t) = -\frac{E_{ofm}}{X_d} - E_{ofm} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} - E_{ofm} \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_d} \right) e^{-\frac{t}{T''_d}} + \frac{E_{ofm}}{X''_d} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos \omega_s t, \quad (21)$$

$$i_q(t) = -\frac{E_{ofm}}{X''_q} e^{-\frac{t}{T_a}} \sin \omega_s t, \quad (22)$$

док се струја квара у фазном домену добија примјеном инверзне Паркове и Кларкине трансформације:

$$i_a(t) = -E_{ofm} \left[\left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{1}{X_d} \right] \cos(\omega_s t + \theta_0) + \frac{E_{ofm}}{2} \left(\frac{1}{X''_d} + \frac{1}{X'_q} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\theta_0) + \frac{E_{ofm}}{2} \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_q} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(2\omega_s t + \theta_0). \quad (23)$$

Струје фаза b и c касне за 120° , односно 240° , јер је 3пкс симетричан квар. Да је генератор прије квара био оптерећен, радна струја би се суперпонирала са струјом квара (23).

Струја 3пкс генератора се састоји из три компоненте:

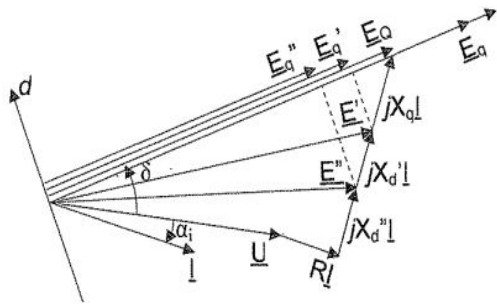
1. наизмјеничне компоненте, коју чине суптранзијентна, транзијентна и устаљена струја квара;
2. једносмјерне (апериодске) компоненте, која зависи од положаја ротора у тренутку настанка квара θ_0 , а последица је теореме о конзервацији флуksа;
3. другог хармоника наизмјеничне компоненте, који је последица директне компоненте индукованог поља на ротору, настао услед једносмјерне компоненте.

В. Упростићен аналитички израз струје квара

У циљу димензионисања опреме генератора и елемената разводних постројења у погледу динамичких и термичких напрезања, користи се нешто једноставнији израз за струју квара, који је довољно тачан за ове сврхе.

Претпоставке на којима се заснива поједностављени израз су следеће [3], [4]:

1. други хармоник струје има занемариво малу вриједност;
2. квар се десио у тренутку кад се ротор поклопио са неком од магнетских оса намотаја;
3. у прорачуну се користе електромоторне силе које генеришу струје које нису строго по d оси (Сл. 1).



Слика 1. Електромоторне силе у режиму прије квара [3]

На основу претходних апроксимација, израз (23) постаје:

$$i_a(t) = -\left[\left(\frac{\sqrt{2}E''}{X_d''} - \frac{\sqrt{2}E'}{X_d'}\right)e^{-\frac{t}{T_d''}} + \left(\frac{\sqrt{2}E'}{X_d'} - \frac{\sqrt{2}E_{of}}{X_d}\right)e^{-\frac{t}{T_d'}} + \frac{\sqrt{2}E_{of}}{X_d}\right]\cos\omega_s t + \frac{\sqrt{2}U_{fn}}{X_d''}e^{-\frac{t}{T_{a..}}} \quad (24)$$

C. Ударна струја квара и ударни коефицијент

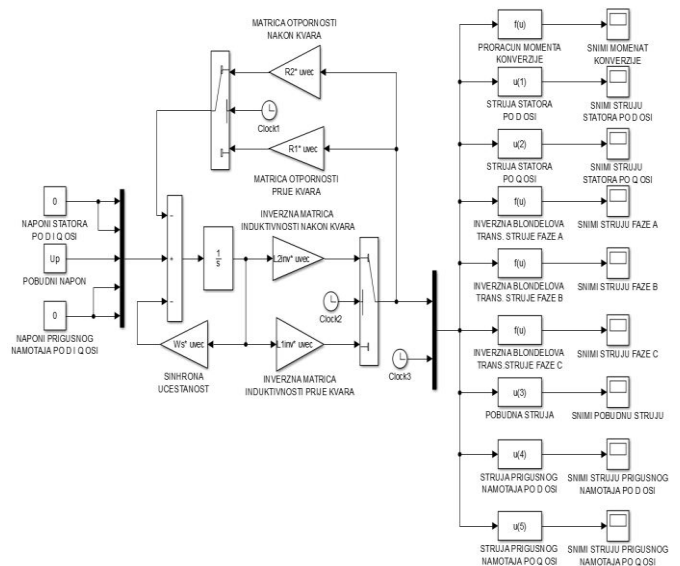
Показује се да је за практичне прорачуне довољно одредити почетне вриједности суптранзијентне, транзијентне и устаљене струје квара из израза (24) и сматрати их константним током одговарајућег периода. Међутим, да би се уважило повећање суптранзијентне струје услед постојања једносмјерне компоненте, она се множи са тзв. ударним коефицијентом. Наиме, ударна, тј. максимална тренутна вриједност струје квара настаје 10 ms након настанка квара, што се лако може закључити из израза (24). На основу тога, долази се до вриједности ударног коефицијента, који се апроксимира као [4]:

$$k_u \approx 1 + e^{-\frac{0,01}{T_a}} \quad (25)$$

IV. ВЕРИФИКАЦИЈА ДОБИЈЕНИХ МОДЕЛА

A. Верификација динамичког модела

Реализација симулационог модела Зпкс генератора у програмском пакету *Matlab*[®], у окружењу *Simulink*[®], приказаног на Сл. 2, извршена је под претпоставком да се брзина обртања ротора током квара није промијенила, те су из тог разлога изостављене једначине механичког подсистема машине. Први дио симулације, до $t = 1$ s, представља симетричан режим без квара, гдје се примјењује метода продуженог статора. Тиме су параметри ЕЕС-а придружени параметрима статорског намота. Тренутак настанка квара је $t = 1$ s, након чега импеданса ЕЕС-а постаје једнака нула. Трајање симулација је подешено на $t = 20$ s.



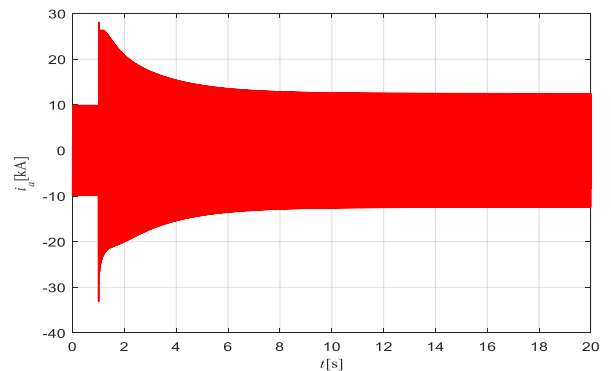
Слика 2. Симулациони блок-дијаграм Зпкс генератора

Струје квара су анализирани у два карактеристична случаја [5]. Први, када је захваћени флуks једне фазе, нпр. намотаја фазе *a* једнак нула у тренутку квара, а други када је максималан. Ови случајеви су одабрани зато што у тој фази, у првом случају, не постоји једносмјерна компонента струје квара, док у другом она има максималну вриједност.

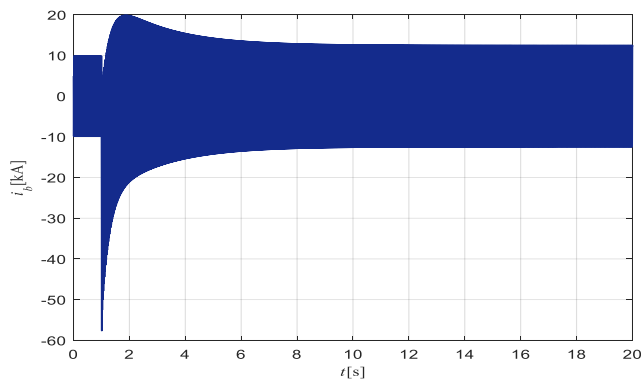
1) Случај када је захваћени флуks једнак нула

Да би у тренутку квара флуksни обухват намотаја фазе *a* био нула, потребно је да почетни угао ротора буде $\theta_0 = 90^\circ$.

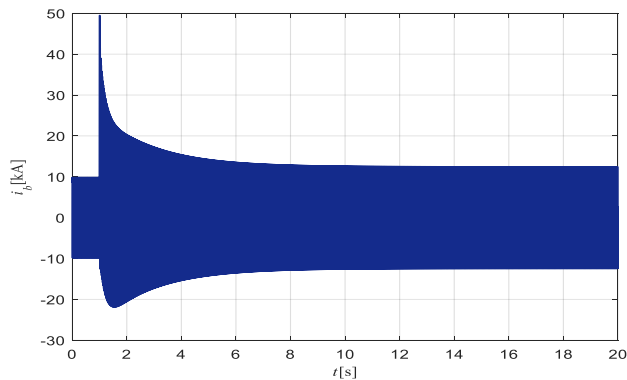
На Сл. 3-5, приказани су таласни облици фазних струја Зпкс. У режиму прије квара, генератор је био номинално оптерећен, и струје су симетричне. Након квара, види се да једносмјерна компонента не постоји у струји фазе *a* јер је и даље симетрична, док су једносмјерне компоненте у струјама намотаја фазе *b* и *c* једнаке, али супротног знака. На графицима се такође могу уочити сва три карактеристична периода квара: суптранзијентни (који траје реда неколико десатака милисекунди), транзијентни (који траје све док амплитуда струје не постане константна, реда више секунди) и устаљени период.



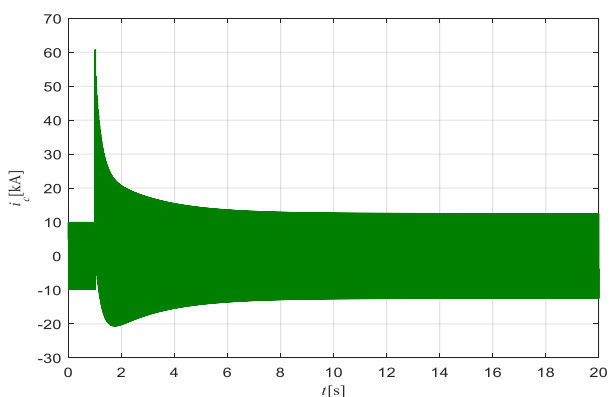
Слика 3. Струја квара фазе *a*, за $\theta_0 = 90^\circ$



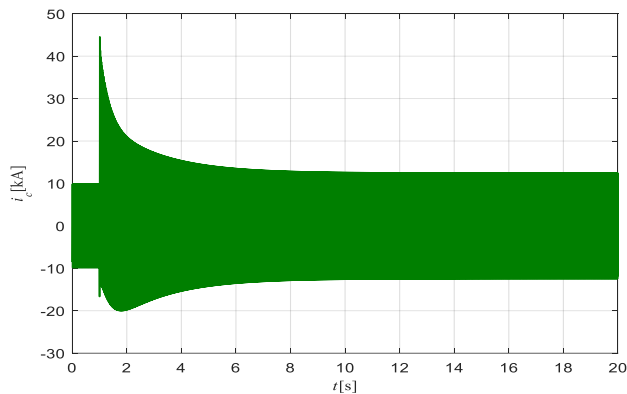
Слика 4. Струја квара фазе b , за $\vartheta_0 = 90^\circ$



Слика 7. Струја квара фазе b , за $\vartheta_0 = 0^\circ$



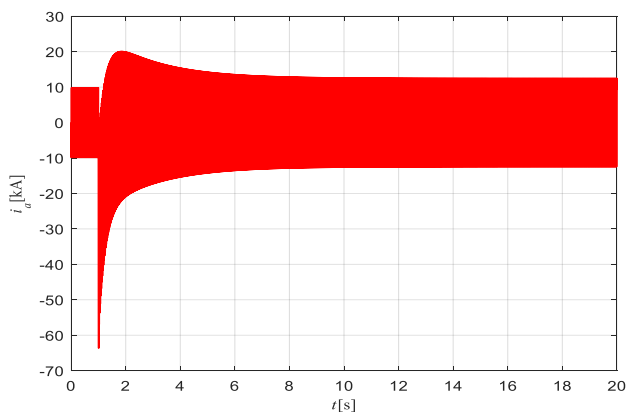
Слика 5. Струја квара фазе c , за $\vartheta_0 = 90^\circ$



Слика 8. Струја квара фазе c , за $\vartheta_0 = 0^\circ$

2) Случај када је захваћени флуks максималан

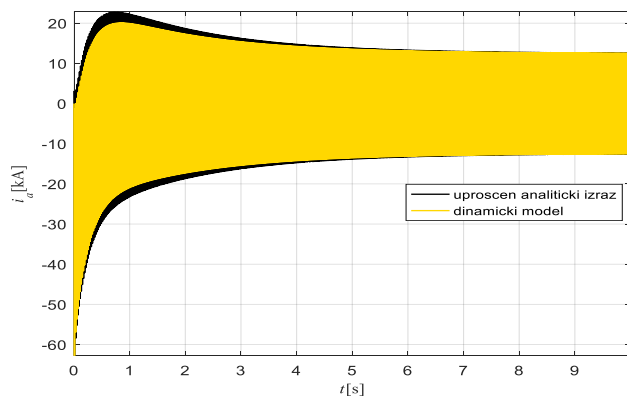
Да би у тренутку квара флуksни обухват намотаја фазе a био максималан, потребно је да почетни угао ротора буде $\vartheta_0 = 0^\circ$. Резултати су приказани на Сл. 6-8, гдје се може уочити да једносмјерна компонента струје постоји у све три фазе на статору, при чему је у фази a двоструко већа и супротног знака него у остале двије, па је самим тим и укупна фазна струја квара у том намотају највећа.



Слика 6. Струја квара фазе a , за $\vartheta_0 = 0^\circ$

V. Верификација упрошћеног аналитичког израза струје квара

Поређење таласних облика струје Зпкс добијених примјеном динамичког модела (са Сл. 6) и упрошћеног аналитичког израза (24), илустровано је на Сл. 9. Оба резултата важе под претпоставком да је квар настао када је положај ротора био $\vartheta_0 = 0^\circ$, те да је генератор претходно био номинално оптерећен. Тренутак појаве квара је подешен на $t = 0$ s.



Слика 9. Струја квара фазе a добијена примјеном динамичког модела и упрошћеног аналитичког израза

Ударне вриједности струја су у оба случаја приближно једнаке (око -64 kA), док у почетку транзијентног периода упрошћен модел даје нешто већу вриједност струје квара (око -53 kA). Амплитуде устаљених струја су идентичне (12,5 kA), јер се поредећи (23) и (24) рачунају према истим изразима, а једносмјерна компонента је потпуно ишчезла.

С. Ударна вриједност струје квара добијена помоћу ударног коефицијента

Као што је објашњено у трећем поглављу, код пројектовања елеманата разводних постројења, могу се узети у обзир само почетне вриједности струја у сваком периоду квара из израза (24). Ударна струја квара, добијена множењем максималне суптранзијентне струје и ударног коефицијента (25), те максималне вриједности струја у транзијентном и устаљеном периоду износе:

1. $k_u \frac{\sqrt{2}E''}{x_d''} \approx 69,19 \text{ kA}$, што је нешто веће него на Сл. 9, како је и очекивано;
2. $\frac{\sqrt{2}E'}{x_d'} \approx 29,42 \text{ kA}$, при чему овдје није уважено постојање једносмјерне компоненте на почетку транзијентног периода, па је мања него у случају на Сл. 9;
3. $\frac{\sqrt{2}E_{of}}{x_d} \approx 12,5 \text{ kA}$.

V. ЗАКЉУЧАК

С обзиром на претходну анализу, може се закључити да вриједност струје квара зависи од тренутка настанка квара, као и од радног режима генератора који је претходио квару. Ако се истурење ротора поклопи са магнетском осом неког од намотаја, једносмјерна компонента ће у том намотају имати максималну вриједност, што утиче и на повећање укупне струје квара у тој фази. Због тога се овај случај узима за димензионисање опреме у ЕЕС-у, у погледу динамичких и термичких напрезања.

Према добијеним резултатима, може се уочити да је израз за струју квара (24) поприлично тачан, у поређењу са сложенијим изразом (23), добијеним помоћу динамичког модела генератора. Међутим, у циљу пројектовања опреме у ЕЕС-у, довољно је користити и потпуно поједностављен принцип и сматрати да су струје константне у сваком периоду квара и једнаке њиховим почетним вриједностима, а суптранзијентну струју помножити са ударним коефицијентом (25).

ЗАХВАЛНИЦА

Дипломски рад под називом „Анализа кратких спојева синхроних машина примјеном динамичког модела“, урађен је под менторством проф. др Петра Матића.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Н. Рајаковић, „Анализа електроенергетских система 1“, Академска мисао, Београд, 2002.
- [2] Т. Lipo, “Analysis of Synchronous Machines”, CRC Press, New York, 2012.
- [3] М. Ђурић, „Високонапонска постројења“, Беопрес, Београд, 2009.
- [4] Ј. Нахман, „Струје кратких спојева у електроенергетским системима“, Беопрес, Београд, 1996.
- [5] Е. Мрђен, „Анализа кратких спојева синхроних машина примјеном динамичког модела“, дипломски рад, 2023.

ABSTRACT

In this paper, a dynamic mathematical model of a synchronous hydrogenerator is developed, specifically designed for analyzing short-circuits through computer simulations. The simulation focuses on the most critical fault type: a three-phase short-circuit without an electric arc. The findings obtained from the dynamic model are then compared with the analytical expressions traditionally used in the design of electrical substations.

Analysis of Short-Circuits of Synchronous Machines using a Dynamic Model

Emilija Mrdjen