

# Kompenzacija poremećaja u sistemima upravljanja sa diskretnim kliznim režimima-upoređenje dve metode

Goran Milosavljević

Akademija tehničko-vaspitačkih strukovnih studija  
Niš, Srbija  
[goran.milosavljevic@akademijanis.edu.rs](mailto:goran.milosavljevic@akademijanis.edu.rs)

Milutin Petronijević

Elektronski fakultet, Katedra za energetiku  
Univerzitet u Nišu  
Niš, Srbija  
[milutin.petronijevic@elfak.ni.ac.rs](mailto:milutin.petronijevic@elfak.ni.ac.rs)

**Sažetak**—U radu se upoređuju dve metode za estimaciju i kompenzaciju poremećaja u diskretnim sistemima promenljive strukture sa kliznim radnim režimom. Obe metode detektuju poremećaj, sa kašnjenjem od jednog koraka diskretizacije, koji deluje u kanalu upravljanja. Prva metoda se zasniva na nominalnom diskretnom modelu objekta upravljanja i može se primeniti u mnogim diskretnim sistemima upravljanja. Druga metoda je primenljiva samo za sisteme upravljanja sa diskretnim kliznim režimom, a detektuje poremećaj merenjem klizne funkcije sistema. Osnovni zadatak rada je da ispita ponašanje navedenih metoda u primeni na servosistem sa nemodelovanom dinamikom usled neidealnosti tipa inercijalnih kašnjenja u aktuatoru i ili senzorima pozicije i brzine. Pokazano je da u nominalnim uslovima obe metode daju potpuno iste rezultate, dok u prisustvu značajnije nemodelovane dinamike druga metoda je superiornija. Rezultati se ilustruju simulacijom na računaru.

**Ključne reči**-servosistemi; estimacija poremećaja; klizni režimi.

## I. UVOD

Analogni sistemi promenljive strukture sa kliznim režimom (KR) su invarijantni na poremećaje u kanalu upravljanja, t.j. ako ispunjavaju uslove poklapanja (*matching condition*) [1]. Način projektovanja ovih sistema je sledeći: u prostoru stanja sistema  $\mathbf{x}(t)$  izabere se odgovarajuća funkcija  $s(\mathbf{x})=0$  koju, u opštem slučaju, geometrijski identifikujemo kao hiperpovrš, odnosno hiperavan u posebnom slučaju. Kod sistema drugog reda to je linija, a u sistemima prvog reda – tačka. Zadatak je da se  $\mathbf{x}(t)$ , iz bilo kog početnog uslova, za konačno vreme dovede na  $s(\mathbf{x})=0$  i drži u tom stanju, bez obzira na poremećaje. Ta hiperpovrš  $s(\mathbf{x})=0$  sadrži stanje ravnoteže sistema  $\dot{\mathbf{x}}=0$ .  $s(\mathbf{x})=0$  je dinamička jednačina željenog kretanja sistema. Zadatak je da se  $\mathbf{x}(t)$  dovede u poziciju  $\mathbf{x}=0$ , svo vreme nalazeći se na  $s(\mathbf{x})=0$ . Taj oblik kretanja se naziva *klizanjem*, a  $s(\mathbf{x})$  je *klizna funkcija*. Kada se radi o linearним sistemima, lako se može naći upravljanje koje će nominalni sistem (sistem bez poremećaja) voditi duž  $s(\mathbf{x})=0$  sa početnim uslovom na  $s(\mathbf{x}(0))=0$ . To upravljanje se naziva *ekvivalentnim upravljanjem*,  $\mathbf{u}_{eq}(t)$ . Međutim, kod linearnih kontinualnih sistema nije moguće dovesti sistem na  $s(\mathbf{x})=0$  iz bilo kog početnog stanja  $s(\mathbf{x}(0)) \neq 0$ . Zbog toga se mora uvesti dodatno nelinearno upravljanje – *upravljanje dosezanja* (engl. *reaching control*)  $\mathbf{u}_r(t)$ . Dakle, kod kontinualnih KR-a, upravljanje sadrži dve komponente: *ekvivalentno upravljanje* i *upravljanje dosezanja*:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{eq}(t) + \mathbf{u}_r(t). \quad (1)$$

$\mathbf{u}_{eq}(t)$  se određuje metodom alokacije polova sistema, a  $\mathbf{u}_r(t)$  je oblika

$$\mathbf{u}_r = \alpha \text{sign}(\mathbf{s}(\mathbf{x})) ; \mathbf{u}_r \in \mathbb{R}^m ; \alpha = \text{dij}(\alpha_i > 0). \quad (2)$$

$$\text{sign}(\mathbf{s}(\mathbf{x})) = [\text{sign}(s_1(\mathbf{x})) \quad \dots \quad \text{sign}(s_m(\mathbf{x}))]^T, \quad (3)$$

$$\text{sign}(s_i(\mathbf{x})) = \begin{cases} \frac{s_i(\mathbf{x})}{|s_i(\mathbf{x})|} & \text{za } s_i(\mathbf{x}) \neq 0, \\ 0 & \text{za } s_i(\mathbf{x}) = 0, \end{cases}$$

je prekidna funkcija.

Funkcija (3) drži stanje sistema na  $\mathbf{s}(\mathbf{x}) = 0$ , ako nema kašnjenja u obradi informacija, što je ostvarivo kod vremenski kontinualnih sistema. Ako, pak, u sistemu postoji kašnjenje u obradi informacija (čisto, inercijalno ili histerezis) sistem ne može ostvariti  $\mathbf{s}(\mathbf{x}) = 0$  već će se kretati u okolini tog stanja, pa se shodno (2)  $s(\mathbf{x})$  naziva i *prekidačka funkcija* (engl. *Switching function*), jer se upravljanje neprestano menja sa pozitivne na negativnu vrednost. To dovodi do parazitnih oscilacija koje nazivamo *četering* (*chattering*). Amplituda četeringa stvara zonu klizanja oko  $\mathbf{s}(\mathbf{x}) = 0$ . Što je ta zona uža, sistem je kvalitetniji. Četering je osnovni nedostatak i problem šire primene sistema sa KR-om, pored zahteva za poznavanjem svih koordinata stanja objekta upravljanja.

Savremeni sistemi se konstruišu na bazi elemenata sa vremenski diskretnom obradom informacije. Od pojave prvih mikrokontrolera, pređen je značajan put u pogledu brzine i tačnosti obrade informacija. Međutim, ma kolika da je brzina digitalne obrade informacija, uvek će postojati kašnjenje od jedne periode odabiranja. Osim toga, najveći broj upravljalih objekata je kontinualan, sa poremećajima koji ne podležu merenju i diskretizaciji. To znači, da će digitalna realizacija analognog upravljanja KR-om dovesti do pojave četeringa [2] i da se u diskretnim KR-ima ne može postići invarijantnost. Na sreću postiže se značajna robustnost, ali, u mnogim slučajevima, nedovoljna. Zbog toga se poremećaji često kompenzuju.

Ono što odlikuje diskrete KR-e u primeni kod linearnih objekata upravljanja je da digitalno ekvivalentno upravljanje sadrži i upravljanje dosezanja [3 – 8], koje je dovoljno da

sistem, u nominalnim uslovima (bez spoljašnjih ili unutrašnjih poremećaja), doveđe u stanje  $s(\mathbf{x})=0$  i drži ga u tom stanju, u svakom diskretnom trenutku odabiranja. U radu [8] su navedena upravljanja razdvojena korišćenjem  $\delta$ -diskretnog modela sistema umesto uobičajenog šift modela.

Tom jedinstvenom upravljanju se, zbog kompenzacije poremećaja, mora dodati nelinearna komponenta oblika (2), koja će srednju vrednost sistema držati na  $s(\mathbf{x})=0$ , što će, takođe, dovesti do četeringa. U cilju minimizacije četeringa, potrebno je estimirati i, u najvećoj mogućoj meri, kompenzovati poremećaj, tako da veličina  $\alpha$  u (2) zavisi samo od nekompenzovanog dela poremećaja. Time se širina zone kvazikliznog režima smanjuje i kvalitet sistema poboljšava.

U dosadašnjoj teoriji i praksi koriste se opserveri poremećaja Luenbergovog tipa, aktivni estimatori poremećaja i dr. U ovom radu akcenat je na dve jednostavne metode estimacije i kompenzacije poremećaja u diskretnim sistemima. Prva metoda u KR-u je najpre primenjena u radu [5], a kasnije i u drugim radovima [9]. Ona estimira poremećaj sa kašnjenjem od jednog koraka diskretizacije. Zbog toga ćemo je u ovom radu zvati skraćeno OSD (Engl. *One Step Delay*) ili *prva metoda estimacije*. Druga metoda estimacije se zasniva na detekciji poremećaja merenjem klizne funkcije  $s(\mathbf{x})$ , u kojoj se poremećaj „vidi“ sa jednim korakom diskretizacije kašnjenja, kao i kod OSD, ali se ne može direktno iskoristiti za kompenzaciju, već se mora vršiti dalja obrada, što se svodi na integraljenje klizne funkcije  $s(\mathbf{x})$ . Zbog toga ćemo je zvati i integraciona (skraćeno: INT) metoda. Metoda je prvi put primenjena i upoređena sa OSD u [10], a eksperimentalno proverena u [11] na pozicionom servosistemu, teorijski obrazložena u [12] i dalje verifikovana u upravljanju brzinom ili pozicijom motora jednosmerne struje ili asinhronih motora [13], [14].

Zadatak rada je da izvrši upoređenje dve navedene metode u primeni na pozicioni servosistem iz [9], u različitim uslovima: nominalnog sistema sa spoljašnjim poremećajima bez nemodelovane dinamike i u uslovima kada postoji nemo-delovana dinamika, koja može biti prisutna u pojačavaču snage (aktuatoru), senzorima pozicije i brzine. Na osnovu toga, na kraju rada, biće dati integralni zaključci i preporuke. Prema našem uvidu u literaturu, slično istraživanje ne postoji.

U drugom odeljku rada daju se teorijske osnove, preuzete iz citirane literature [5] – [9], u cilju razumevanja problema o kojima je reč. Treći odeljak daje primer servosistema i simulacione rezultate upoređivanja navedenih metoda kompenzacije. Rad se završava zaključcima i spiskom literature.

## II. OPIS SISTEMA I OSNOVI TEORIJE KLIZNIH REŽIMA

Dat je linearни vremenski invarijantan linearni objekat upravljanja opisan dinamičkim modelom u vremenski kontinualnom domenu sa:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}\mathbf{f}(t), \quad (4)$$

gde je  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  - merljiv vektor stanja objekta,  $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$  i  $\mathbf{f}(t) \in \mathbb{R}^l$  su upravljanje i poremećaj, respektivno,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  i  $\mathbf{D}$  su konstantne matrice odgovarajućih dimenzija.

Prepostavlja se da poremećaj deluje preko kanala upravljanja, tj. da ispunjava tzv. uslove poklapanja [1]:

$$\text{rank}([\mathbf{BD}]) = \text{rank}(\mathbf{B}), \quad (5)$$

i da je ograničen:  $|f(t)| \leq f_0 < \infty$ ;  $|\dot{f}(t)| < \infty$ .

Diskretna realizacija (4), periodom diskretizacije  $T$ , dovodi do modela ( $\mathbf{x}(kT) \equiv \mathbf{x}_k$   $k \in N$ ):

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d\mathbf{u}_k + \mathbf{v}_k, \quad (6)$$

gde su:  $\mathbf{A}_d = e^{AT}$ ;  $\mathbf{B}_d = \int_0^T e^{A\tau} d\tau \mathbf{B}$ ,

$$\mathbf{v}_k = \int_0^T e^{A\tau} \mathbf{D}\mathbf{f}(k+1)T - \tau) d\tau.$$

### A. Vremenski diskretni klizni režim

Ako sistem ispunjava uslove (5) i poremećaj je sporopromenljiv i konstantan u toku periode odabiranja, tada se vektor  $\mathbf{v}_k$  može izraziti preko novog vektora  $\mathbf{d}_k$ :

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{B}_d \mathbf{d}_k, \quad (7)$$

pa (6) postaje

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d(\mathbf{u}_k + \mathbf{d}_k). \quad (8)$$

Zadatak je da se na funkciji

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{C}_d \mathbf{x}_k = 0, \quad \mathbf{C}_d \in \mathbb{R}^{m \times n}, \quad \mathbf{C}_d = [\mathbf{c}_{d1} \dots \mathbf{c}_{dm}]^T \quad (9)$$

ostvari neprekidni diskretni KR bez obzira na početno stanje sistema, koje može ali ne mora ispunjavati relaciju (9). Uslov nastanka diskretnog KR-a je [3] – [5]:

$$\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{C}_d \mathbf{x}_{k+1} = 0 \text{ za } \forall \mathbf{x}_k, \quad (10)$$

što znači da se od sistema zahteva da za jedan korak integracije dođe na zadatu kliznu funkciju (9).

Zamenom (8) u (10) dobija se

$$\mathbf{C}_d \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{C}_d \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{C}_d \mathbf{B}_d (\mathbf{u}_k + \mathbf{d}_k) = 0. \quad (11)$$

Odatde se određuje upravljanje koje treba da ispuni (10)

$$\mathbf{u}_k = -(\mathbf{C}_d \mathbf{B}_d)^{-1} \mathbf{C}_d \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k - \mathbf{d}_k, \quad \mathbf{C}_d \mathbf{B}_d \neq 0 \quad (12)$$

Upravljanje (12), u opštem slučaju, je neostvarivo zbog nemerljivosti poremećaja  $\mathbf{d}_k$ . Zbog toga se definije *ekvivalentno upravljanje* za nominalni sistem ( $\mathbf{d}_k=0$ ):

$$\mathbf{u}_{eq,k} = -(\mathbf{C}_d \mathbf{B}_d)^{-1} \mathbf{C}_d \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k, \quad (13)$$

a radi postizanja potrebne širine KR-a, poremećaj se estimira i kompenzuje.

### B. Metode estimacije poremećaja

#### B1. Prva metoda estimacije

Zasniva se na diskretnom modelu nominalnog objekta upravljanja (4) iskazanom relacijom (6). Kao što je rečeno, u diskretnom KR-u je prvi put primenjena 1993. u [5].

Sistem (6) se može napisati u ekvivalentnom obliku

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{v}_{k-1}, \quad (14)$$

odakle sledi

$$\mathbf{v}_{k-1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{A}_d \mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{k-1}, \quad (15)$$

uz napomenu da  $\mathbf{v}_k$ , u opštem slučaju, ne zadovoljava (5). Međutim, ako je perioda diskretizacije  $T$  dovoljno mala, komponenta poremećaja koja ne zadovoljava (5) je zanemarljiva u odnosu na onu koja ih ispunjava [8], što ćemo nadalje pretpostavljati. U tom slučaju je  $\mathbf{v}_k = \mathbf{B}_d \mathbf{d}_k$ , i (6) se može napisati u obliku (8).

Uvođenjem kompenzacionog upravljanja  $\mathbf{u}_{c,k} = -\mathbf{v}_{k-1} = -\mathbf{B}_d \mathbf{d}_{k-1}$  u (6) sa suprotnim znakom u odnosu na  $\mathbf{d}_k$  dobija se

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d (\mathbf{u}_k + \mathbf{d}_k - \mathbf{d}_{k-1}). \quad (16)$$

Ako je poremećaj neprekidan i ograničen,  $\mathbf{d}_k - \mathbf{d}_{k-1}$ , kao nekompenzovani ekvivalentni poremećaj je reda  $O(T^2)$  [5].

Dakle, sada će, umesto  $\mathbf{d}_k$ , postojati poremećaj

$$\mathbf{d}_{n,k} = \mathbf{d}_k - \mathbf{d}_{k-1}, \quad (17)$$

pa  $\alpha_i$  u (2) dobijaju značajno manje vrednosti ( $\alpha_i \geq |\mathbf{d}_{n,k,i}|$ ), čime se amplituda prekidnog upravljanja oblika (2) drastično smanjuje, a samim tim i nivo četeringa.

## B2. Druga metoda estimacije

Ova metoda se zasniva na činjenici da se poremećaj, koji ispunjava (5), direktno odslikava, sa kašnjenjem od jedne periode odabiranja, u kliznoj funkciji (9) dostupnoj za merenje. Međutim, za razliku od prethodne metode, mereni signal se ne može direktno dodati upravljanju radi kompenzacije poremećaja, već se mora na osnovu njega rekonstruisati signal poremećaja. To dovodi do procesiranja klizne funkcije pomoću integratora. Ova kompenzacija asocira na klasično proporcionalno-integralno (PI) upravljanje, pri čemu se, umesto signala greške, koristi signal klizne funkcije, koja je linearna kombinacija koordinata stanja sistema.

Razmotrimo sada relaciju (8), čiju ćemo levu i desnu stranu pomnožiti sa  $\mathbf{C}_d$  i, u tako dobijenoj jednačini, zameniti ekvivalentno upravljanje (13) u njoj, što daje:

$$\mathbf{C}_d \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{C}_d \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{C}_d \mathbf{B}_d (-(\mathbf{C}_d \mathbf{B}_d)^{-1} \mathbf{C}_d \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k) \quad (18)$$

odnosno,

$$\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{C}_d \mathbf{B}_d \mathbf{d}_k \leftrightarrow \mathbf{d}_{k-1} = (\mathbf{C}_d \mathbf{B}_d)^{-1} \mathbf{s}_k. \quad (19)$$

Na taj način dobija se veoma jednostavna estimirana vrednosti poremećaja, umesto (15). Međutim, estimirana vrednost  $\mathbf{d}_{k-1} = (\mathbf{C}_d \mathbf{B}_d)^{-1} \mathbf{s}_k$  iz (19) ne može se direktno primeniti kao u prethodnom slučaju. Da to obrazložimo.

Množeći levu i desnu stranu (17) sa  $\mathbf{C}_d$  i zamenjujući  $\mathbf{d}_{k-1}$  iz (19) dobija se:

$$\mathbf{s}_{k+1} = -\mathbf{s}_k + \mathbf{d}_k, \quad (20)$$

što dovodi do oscilacija. Na primer, u slučaju konstantnog poremećaja, to se lako može proveriti. Neka je sistem, do trenutka  $t=t_k$ , bio bez poremećaja i  $\mathbf{s}_k = 0$ . U  $t=t_{k+1}$  biće  $\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{d}_k$ , u  $t=t_{k+2}$ ,  $\mathbf{s}_{k+2} = 0$ , i t. d. Dakle sistem osciluje.

Potražimo drugi put za kompenzaciju poremećaja na osnovu estimirane vrednosti  $\mathbf{d}_{k-1}$  iz (19).

Uvedimo kompenzaciono upravljanje  $\mathbf{u}_{c,k}$  u sistem. Tada će

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{k+1} &= \mathbf{C}_d \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{c,k} + \mathbf{d}_k \leftrightarrow \mathbf{s}_k = \mathbf{C}_d \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{c,k-1} + \mathbf{d}_{k-1} \rightarrow \\ \mathbf{d}_{k-1} &= \mathbf{s}_k - \mathbf{C}_d \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{c,k-1}. \end{aligned} \quad (21)$$

Usvajajući da je  $\mathbf{C}_d \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{c,k} = -\mathbf{d}_{k-1}$ , dobija se rekurentna relacija

$$\mathbf{C}_d \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{c,k} = \mathbf{C}_d \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{c,k-1} - \mathbf{s}_k. \quad (22)$$

Relacija (22) u kompleksnom domenu postaje [12]

$$\mathbf{u}_c(z) = -(\mathbf{C}_d \mathbf{B}_d)^{-1} \frac{z}{z-1} \mathbf{s}(z). \quad (23)$$

**Napomena 1.** U praksi se, radi suzbijanja četeringa usled nemodelovane dinamike, umesto (23) koristi

$$\mathbf{u}_c(z) = -\mathbf{k}_{int} \frac{z}{z-1} \mathbf{s}(z), \quad 0 < \mathbf{k}_{int} \leq (\mathbf{C}_d \mathbf{B}_d)^{-1}, \quad (24)$$

što ima veliku prednost u odnosu na prvu metodu estimacije, a biće ilustrovano u sledećem odeljku na sistemu sa nemodelovanom dinamikom.

## III. PONAŠANJE SISTEMA SA NEMODELOVANOM DINAMIKOM

U ovom odeljku ispitacemo ponašanje sistema sa navedenim estimatorima poremećaja u prisustvu nemodelovane inercijalne dinamike u aktuatoru i ili u senzorima pozicije i brzine na primeru pozicionog servosistema čiji je model (1) drugog reda sa skalarnim upravljanjem:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} (u(t) + f(t)). \quad (25)$$

$x_1, x_2$  su pozicija i brzina kao koordinate stanja koje su direktno merljive. Sistemi takvog tipa su razmatrani u mnogim radovima. U radu [9] je prikazan sistem sa kompenzacijom poremećaja na osnovu prve metode (15), dok je u [11] primenjena INT kompenzacija poremećaja (24). Ovdje ćemo koristiti podatke za sistem iz [9] i izvršiti upoređenje kompenzatora u prisustvu nemodelovane dinamike u:

1. aktuatoru (pojačavaču snage);
2. senzoru pozicije;
3. senzoru brzine;
4. svim navedenim elementima kontrolera.

Parametri objekta upravljanja su:  $a = -144$ ,  $b = 6$ . Perioda diskretizacije je  $T = 1$  ms, a  $\mathbf{c}_d = [0.5 \quad 0.5]$ . U ovom radu ćemo koristiti složeniji poremećaj u odnosu na dat u radu [9]:

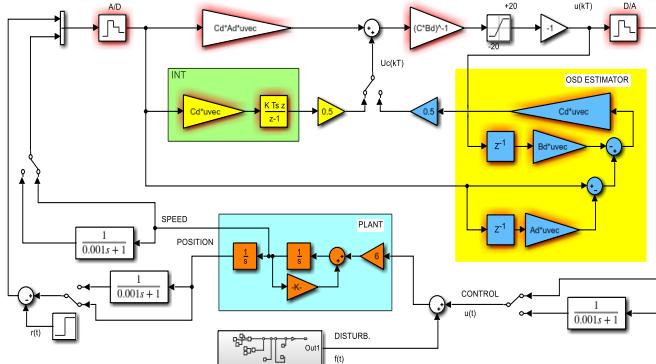
$$f(t) = \frac{5}{6} ((h(t-20) - 2h(t-30)) + (h(t-40) - h(t-60)) \sin 0.5\pi t + 4h(t-60) + 4h(t-70) \sin (0.125\pi t)),$$

koji predstavlja spoljni poremećaj usled promene mehaničkog opterećenja. Pored toga, uvešćemo i ograničenje na upravljanje  $|u_k| \leq 20$ .

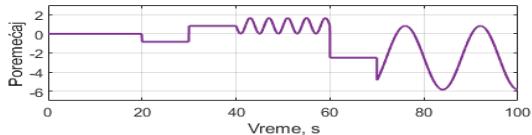
Na sl. 1 je dat MATLAB/Simulink model sistema. Rezultati simulacije prikazani su na slikama 2 - 11.

Na sl. 2 dat je spoljašnji poremećaj koji je korišćen tokom ispitivanja. On se sastoji iz konstantnih delova i delova sinusoidalnog tipa datih frekvencija i amplituda.

**Napomena 2:** U ovom radu nećemo primenjivati dodatno upravljanje tipa (2), jer upoređujemo metode kompenzacije, kada u mnogim slučajevima nije neophodno primenjivati (2).

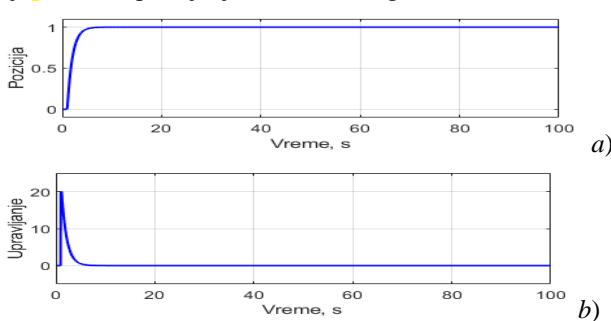


Sl. 1. MATLAB/Simulink model sistema. Blokovi bele boje su elementi regulatora. Blokovi narančaste boje čine objekat upravljanja (plant), blokovi plave boje su sastavni delovi OSD kompenzatora, a žute - INT kompenzatora.

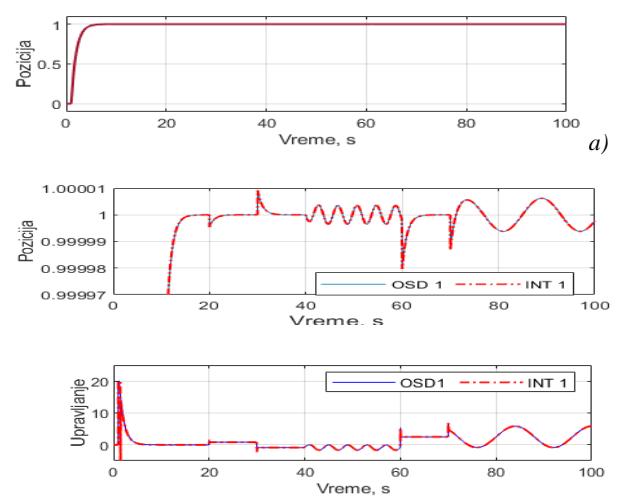
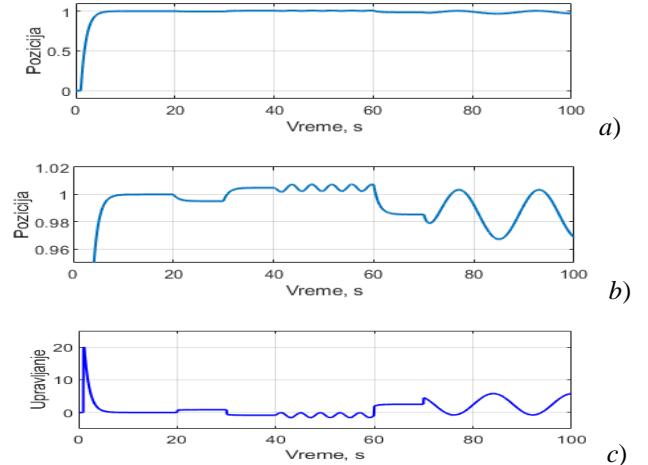


Najpre su, na sl. 3, dati: odziv sistema (a) i upravljanje (b) bez poremećaja i bez kompenzatora, za referentnu vrednost  $r(t)=h(t-1)$ . Sistem nema staticku grešku niti četering.

Zatim je sistem podvrgnut datom poremećaju ali bez kompenzatora. Rezultati se vide na sl. 4. Sa te slike se vidi da sistem ima dobar odziv (sl. 4a) ali nema visoku tačnost pri delovanju datog poremećaja, što je prikazano na uvećanom detalju, sl. 4b. Upravljanje nema četering.



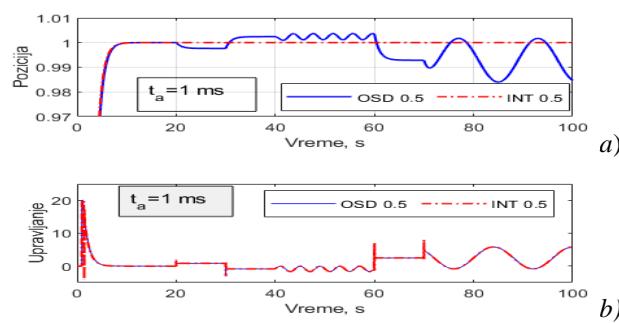
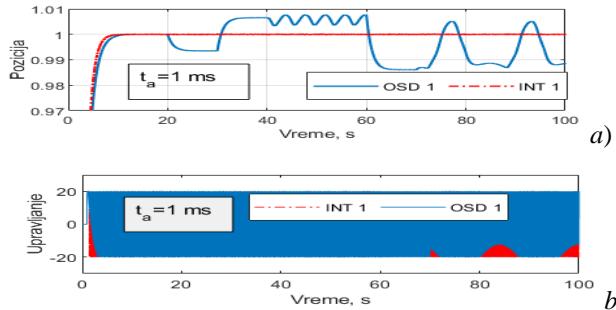
Ako se primene kompenzatori poremećaja, dobija se rezultat dat na sl. 5, gde se uočava postizanje visoke tačnosti pozicioniranja, sl. 5b, a oba kompenzatora daju iste efekte na nominalnom sistemu sa poremećajem.



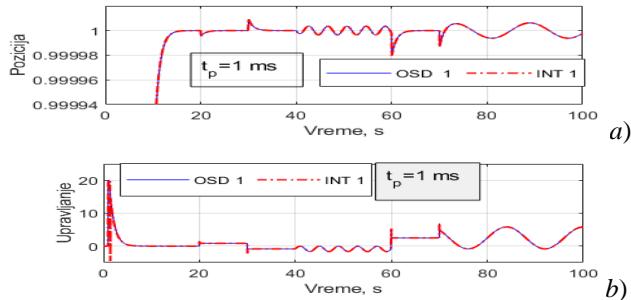
Ako se u sistem uvede nemodelovana inercijalna dinamika u aktuator sa vremenskom konstantom  $t_a = 1$  ms, javlja se četering u upravljanju, sl. 6b, amplitude 20, koliko iznosi ograničenje upravljanja. Pri tome, sistem sa OSD kompenzatorom ispada iz režima klizanja i ne potiskuje poremećaj u potpunosti, dok sistem sa INT kompenzatorom ostaje u kvazikliznom režimu i na njega ne utiče poremećaj. Međutim, oscilacije u upravljanju ovog intenziteta (amplitude) nisu poželjne. Zbog toga treba ići na kompromis, dozvoliti manje potiskivanje poremećaja uz eliminaciju četeringa.

Ako se pojačanje kompenzatora INT tipa smanji na polovicu, četering nestaje, što se vidi na sl. 7b, i sistem veoma

efikasno potiskuje poremećaj (sl. 7a, crvena linija). Ako se pojačanje OSD kompenzatora postavi na tu istu vrednost, sistem je bez četeringa ali i sa značajnim odstupanjem od referentne vrednosti (sl. 7a, plava linija).

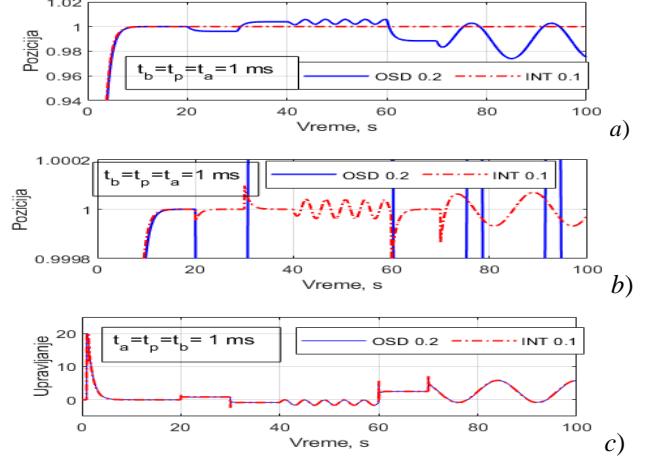
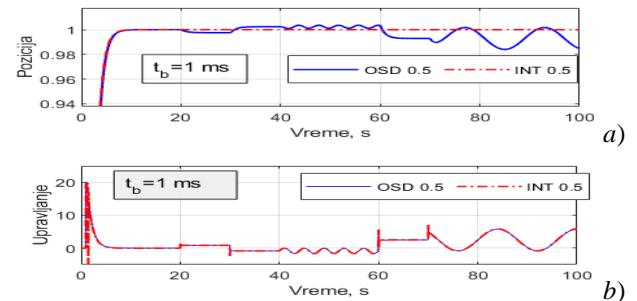
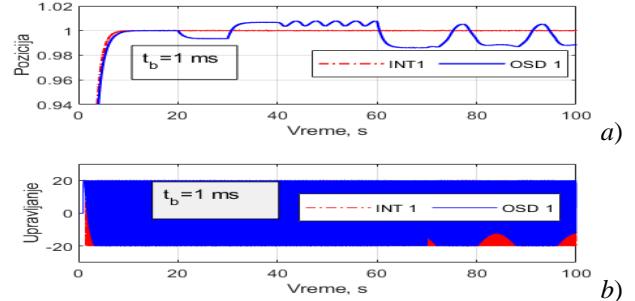


Na slici 8 prikazan je slučaj kada se inercijalna nemodelovana dinamika unosi u senzor pozicije od 1ms. Uočava se da sistem nije osetljiv na ove poremećaje nemodelovane dinamike. Simulacija je ponovljena za nemodelovanu dinamiku od 5 ms i 10 ms. Dobijeni su isti rezultati.



Nasuprot tome, unošenje nemodelovane dinamike od 1 ms samo u senzor brzine dovodi do četeringa (sl. 9b), kao u slučaju nemodelovane dinamike u aktuatoru. Četering se eliminiše ako se pojačanja kompenzatora postave na 0.5 nominalne vrednosti. Pri tome, kao i ranije, kompenzator drugog tipa je mnogo efikasniji, što je prikazano na sl. 10.

Do istih zaključaka se dolazi i ako se nemodelovana dinamika od 1 ms unese u aktuator i senzore. Javlja se četering. Ali i sistem sa pojačanjem kompenzatora 0,5 nominalne vrednosti dovodi do četeringa, a sa pojačanjima od 0.2 i 0.1, respektivno za prvi i drugi tip kompenzatora, eliminise se četering. Sistem sa kompenzatorom drugog tipa je daleko efikasniji, sl. 11.



Na kraju treba ukazati da se u praksi kao senzor pozicije koristi enkoder koji generiše digitalni signal bez inercijalnog kašnjenja. S tim u vezi, navedeni rezultati za nemodelovanu

dinamiku senzora pozicije nemaju praktičan značaj, osim da pokaže slabu osetljivost sistema na nemodelovanu dinamiku u merenju regulisane veličine. S druge strane, prisustvo inercijalne nemodelovane dinamike u aktuatoru (pojačavaču) snage je veoma realno. U slučaju motora jednosmerne struje obično se pri projektovanju zanemaruje dinamika struje rotora u pozicionom sistemu, koja se može poistovetiti sa dinamikom aktuatora. Što se tiče merenja brzine, u praksi se najčešće brzina estimira te i taj signal može biti sa nemodelovanom dinamikom o čemu se mora voditi računa u projektovanju i podešavanju pozicionog servosistema visoke klase tačnosti.

Sprovedeno istraživanje pokazuje na ograničenost primene kompenzatora na osnovu diskretnog modela objekta upravljanja zbog nemodelovane dinamike i praktičnog nepostojanja mogućnosti promene parametara istog, što nije slučaj sa kompenzatorom drugog tipa koji ima integralno delovanje i mogućnost podešavanja nezavisno od promene modela objekta upravljanja. Treba istaći da promena parametara modela  $a$  i  $b$  ima praktično zanemarljiv uticaj na kompenzaciju poremećaja, jer obe te promene se reflektuju kao poremećaji u kanalu upravljanja.

## ZAKLJUČCI

U radu je analiziran sistem upravljanja linearnim invariantnim kontinualnim objektima primenom diskretnih kliznih režima sa estimatorom/kompenzatorom poremećaja. Razmatrana su dva jednostavna tipa estimatora. Oba generišu poremećaj sa kašnjenjem od jedne periode diskretizacije  $T$ . Jedan se zasniva na nominalnom diskretnom modelu objekta upravljanja, a drugi na činjenici da se poremećaj, koji dolazi preko kanala upravljanja objektom, direktno „vidi“ u kliznoj funkciji, iz koje se datim postupkom estimacije izdvaja. U radu je pokazano da oba estimatora/kompenzatora daju potpuno iste rezultate u slučaju nominalnog objekta (bez nemodelovane dinamike) a da u prisustvu nemodelovane inercijalne dinamike u aktuatoru i/ili senzorima brzine postoje razlike. Sistem je najmanje osetljiv na nemodelovanu dinamiku u senzoru pozicije, dok je dosta osetljiv na nemodelovanu dinamiku u aktuatoru i/ili senzoru brzine. Kompenzator poremećaja na osnovu klizne funkcije može se, promenom pojačanja, jednostavno podesiti da u sistemu nema četeringa i da u potpunosti eliminiše konstantne poremećaje, a da uticaj promenljivih poremećaja ublaži, dok kompenzator baziran na nominalnom modelu objekta smanjenjem pojačanja može eliminisati četering ali ne čak ni konstantne poremećaje. Prema tome, pored jednostavnije realizacije, kompenzator poremećaja na bazi klizne funkcije obezbeđuje eliminaciju poremećaja konstantog tipa i umanjuje uticaj vremenski promenljivih poremećaja utoliko više ukoliko pripadaju klasi sporopromenljivih funkcija u odnosu na frekvenciju odabiranja regulatora, a eliminacija četeringa se postiže smanjenjem pojačanja kompenzatora.

Dalja istraživanja biće usmerena na izučavanju moguće adaptacije prvog tipa estimatora za primenu u uslovima prisutne nemodelovane dinamike i upoređenju oba estimatora sa drugim tipovima estimatora poremećaja, pre svega sa estimatorom Luenbergerovog tipa.

## REFERENCE

- [1] B. Draženović, (1969). The invariance conditions in variable structure systems. *Automatica*, 5(3), 287–295.
- [2] Č. Milosavljević (1985). General conditions for existence of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems, *Automatic Remote Control*, 46 307-314
- [3] Z. Bučevac (1985) Sintesa digitalno diskretnih sistema sa kliznim režimom, doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, Mainski fakultet.
- [4] V.I. Utkin, S. Drakunov (1989), On discrete-time sliding mode control, IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, Capry, Italia, 484-489.
- [5] W.-C. Su, S.V. Drakunov and U. Ozguner(1993), Sliding Mode Control in Discrete Time Linear Systems, IFAC 12th Triennial World Congress. Sydney. Australia.
- [6] A. Bartoszewicz (1998), Discrete-time quasi-sliding-mode control strategies, *IEEE Trans on Ind. Electron.* 45 (4) 633–637.
- [7] W. Gao, Y. Wang, A Homaiqa (1995), Discrete-time variable structure control systems. *IEEE Trans Ind Electron.* 42(2):117-122.
- [8] G. Golo, Č. Milosavljević (2000), Robust discrete-time chattering free sliding mode control, *Systems & Control Letters* 41, 119-28.
- [9] H. Du, X. Yu, MZQ Chen, S.Li (2016), Chattering-free discrete-time sliding mode control. *Automatica*; 68:87-91.
- [10] Č. Milosavljević (2004), “Discrete-time Sliding Mode”. Chapter V in Variable Structure Systems from principle to Implementation”, A. Šabanović, S. Spurgeon, L. Fridman (Eds), Tthe IEE Press
- [11] Č. Milosavljević, B. Perunić-Draženović, B. Veselić, D. Mitić (2005), A new design of servomechanisms with digital sliding mode, *Electrical Engineering* 1-12.
- [12] M. Lješnjanin, B. Drazenović, Č. Milosavljević, B. Veselić (2011), Disturbance compensation in digital sliding mode, in: 2011 IEEE EUROCON-Intern. Conf. on Computer as a Tool, IEEE, , pp.1–4.
- [13] B. Veselić, B. Perunić-Draženović, Č. Milosavljević (2008), “High performance position control of induction motor using discrete-time sliding mode control,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 11, pp. 3809–3817.
- [14] Č. Milosavljević, B. Perunić-Draženović, B. Veselić (2012), Discrete-time velocity servo system design using sliding mode control approach with disturbance compensation, *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 9 (2920-927.

## ABSTRACT

This work is intended to compare two methods for disturbances estimation and compensation in discrete-time variable structure systems with sliding modes. Both methods detect disturbance, which appear in control channel with time delay of one sampling time. The first method is based on nominal discrete-time plant model and can be used in many types of discrete-time control systems. The second method detects disturbance by measurement of sliding function, and it is applicable in discrete time sliding mode control systems only. The main task of the work is to check behaviours of the given methods in presence of nonmodeled inertial dynamics in actuators, position, and velocity sensors of a positional servo system. It is shown that both methods give identical results in the nominal case while the second method is superior in presence of unmodelled dynamics. Results of research are illustrated by computer simulation of an example of positional servo system.

## DISTURBANCE COMPENSATION IN DT SLIDING MODE BASED CONTROL SYSTEMS - A COMPARISON OF TWO METHODS

Goran Milosavljević and Milutin Petronijević