

Definicije snaga za električna kola sa harmonijskim izobličenjima napona i struja

Jovan Mikulović
Univerzitet u Beogradu
Elektrotehnički fakultet
Beograd, Srbija
mikulovic@etf.bg.ac.rs

Sažetak— U radu je izvršena sistematizacija i uporedna analiza postojećih teorija koje se bave definicijama snaga u prisustvu viših harmonika napona i struja. Izloženi su osnovni principi na kojima se zasnivaju pojedine definicije, kao i informacije koje definišu veličine pružaju za potrebe projektovanja uređaja za popravku faktora snage. Na primerima jednostavnih električnih kola ispitana je usaglašenost pojedinih definicija sa osnovnim zakonima teorije kola. U skladu sa izvršenim analizama postojećih teorija i standarda, u radu su predložene definicije za kompleksnu, prividnu, aktivnu i reaktivnu snagu, kao i za druge komponente neaktivne snage.

Ključne reči— *prividna snaga; reaktivna snaga; simetrične komponente napona i struja*

I. UVOD

U linearnim sistemima sa prostoperiodičnim i simetričnim naponima i strujama, poznate su i opšte prihvaćene definicije za snage. Međutim, zbog korišćenja sve većeg broja uređaja sa poluprovodničkim elementima i nelinearnim impedansama (regulisani elektromotorni pogoni, sistemi za besprekidno napajanje, računari, indukzione peći, transformatori u zasićenju, elektrolučne peći, itd.) javlja se prisustvo viših harmonika i talasni oblici napona i struja postaju izobličeni (složenoperiodični). U ovom slučaju se ne mogu koristiti definicije koje važe za sisteme sa prostoperiodičnim i simetričnim naponima i strujama.

Definicije snaga u električnim kolima sa harmonijskim izobličenjima i nesimetričnim naponima i strujama su predmet istraživanja i debata kroz ceo XX vek. Razvijen je veliki broj teorija i „škola“ sa različitim interpretacijama snaga i velikim brojem publikovanih radova i knjiga, a pojedine definicije su korišćene i u nastavi na univerzitetima. I pored toga, još uvek se nije došlo do opšte prihvaćenih definicija za snage koje imaju jasnu fizičku interpretaciju. Zbog brojnih nesuglasica i različitih stavova naučnika i istraživača u ovoj oblasti, inženjeri elektrotehnike ne mogu da dođu do jasnih informacija kako da izračunaju snage u električnim kolima sa harmonijskim izobličenjima napona i struja. Cilj ovog rada je da ispita usaglašenost najpoznatijih definicija sa principima teorije kola i da ukaže na različite koncepte u definisanju snaga. U skladu sa izvršenim analizama postojećih teorija, u radu će biti predložene definicije snaga za jednofazne sisteme, kao i za

trofazne trožične i trofazne četvorožične sisteme za opšti slučaj složenoperiodičnih i nesimetričnih napona i struja.

II. DEFINICIJE SNAGA ZA JEDNOFAZNE SISTEME

U jednofaznim električnim kolima sa naponima i strujama u prisustvu viših harmonika, trenutne vrednosti napona i struje su složenoperiodične funkcije vremena i mogu se prikazati sumama harmonijskih komponenti:

$$u = \sum_{k=1}^n \sqrt{2} U_k \cos(\omega_k t + \theta_k) \quad (1)$$

$$i = \sum_{k=1}^m \sqrt{2} I_k \cos(\omega_k t + \psi_k) \quad (2)$$

gde U_k i I_k predstavljaju efektivne vrednosti k -tih harmonika napona i struje sa odgovarajućim faznim uglovima θ_k i ψ_k , n je red najvišeg harmonika napona, m je red najvišeg harmonika struje i ω_k je ugaona učestanost k -tog harmonika.

Trenutna snaga u jednofaznom sistemu se definiše kao proizvod trenutne vrednosti napona i trenutne vrednosti struje:

$$p = u \cdot i \quad (3)$$

Aktivna snaga P se definiše kao srednja vrednost trenutne snage u osnovnoj periodi $T=2\pi/\omega_1$ i može se prikazati kao suma aktivnih snaga pojedinih harmonijskih komponenti P_k :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \sum_{k=1}^{\min(n,m)} U_k I_k \cos \varphi_k = P_k \quad (4)$$

gde je $\varphi_k = \theta_k - \psi_k$ fazni pomeraj između napona i struje.

Prividna snaga potrošača se definiše se kao proizvod efektivne vrednosti napona U i efektivne vrednosti struje I , uz uvažavanje prisustva viših harmonika:

$$S = U \cdot I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\sum_{k=1}^n U_k^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^m I_k^2} \quad (5)$$

Faktor snage se definiše kao odnos aktivne i prividne snage:

$$\lambda = \frac{P}{S} \quad (6)$$

A. Fryze-ova definicija

Fryze je uveo vremenski domen u definisanju snaga i razložio je struju na aktivnu komponentu i_p (koja je u fazi sa naponom u i obezbeđuje istu aktivnu snagu P) i na preostalu reaktivnu komponentu i_q [1]:

$$i_p = \frac{P}{U^2} u = Gu, \quad i_q = i - i_p \quad (7)$$

Reaktivna snaga prema Fryze-u je definisana kao proizvod efektivnih vrednosti napona U i efektivne vrednosti reaktivne struje I_q :

$$Q_F = U I_q \quad (8)$$

B. Budeanu-ova definicija

Budeanu je definisao reaktivnu snagu Q u jednofaznim sistemima kao sumu reaktivnih snaga svih harmonika [1]:

$$Q = \sum_{k=1}^{\min(n,m)} U_k I_k \sin \varphi_k = Q_k \quad (9)$$

Na osnovu proizvoda različitih harmonika struje i napona, Budeanu je definisao snagu deformacije ili distorzije S , tako da je kompletirao jednačinu za ortogonalnost snaga:

$$D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad (10)$$

C. Definicija Kusters-a i Moore-a

Definicija Kusters-a i Moore-a se zasniva na minimizaciji efektivne vrednosti struje u napojnom vodu potrošača korišćenjem optimalne kapacitivnosti kondenzatora C_{opt} ili induktivnosti prigušnice L_{opt} za kompenzaciju neaktivne snage potrošača [2]:

$$C_{opt} = -\frac{\frac{1}{T} \int_0^T \dot{u} i dt}{\frac{1}{T} \int_0^T \dot{u}^2 dt} = \frac{1}{\omega_1} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{\min(n,m)} k U_k I_k \sin \varphi_k}{\sum_{k=1}^n k^2 U_k^2} \quad (11)$$

$$L_{opt} = -\frac{\frac{1}{T} \int_0^T \tilde{u}^2 dt}{\frac{1}{T} \int_0^T \tilde{u} i dt} = \frac{1}{\omega_1} \cdot \frac{\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} U_k^2}{\sum_{k=1}^{\min(n,m)} \frac{1}{k} U_k I_k \sin \varphi_k} \quad (12)$$

$$\text{gde su: } \dot{u} = \frac{du}{dt} \quad \text{i} \quad \tilde{u} = \frac{1}{T} \int u dt.$$

Na osnovu optimalnih vrednosti kapacitivnosti i induktivnosti za kompenzaciju neaktivne snage, Kusters i Moore su definisali kapacitivnu i induktivnu reaktivnu struju, a na osnovu njih i kapacitivnu i induktivnu reaktivnu snagu:

$$i_{qC} = C_{opt} \dot{u} \Rightarrow Q_C = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{qC}^2 dt} \quad (13)$$

$$i_{qL} = \frac{1}{L_{opt}} \tilde{u} \Rightarrow Q_L = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{qL}^2 dt} \quad (14)$$

D. Czarnecki-eva definicija

Czarnecki je koristio ekvivalentnu konduktansu G_e potrošača da bi definisao aktivnu struju na isti način kao i Fryze, a takođe je definisao i ekvivalentnu admitansu Y_k potrošača pri učestanosti k -tog harmonika [3]:

$$G_e = \frac{P}{U^2} \quad (15)$$

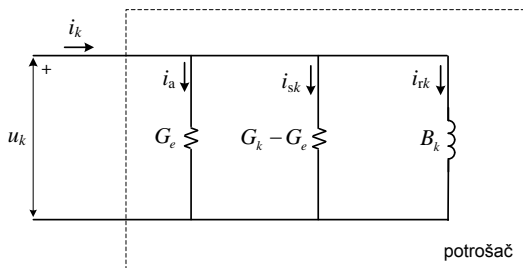
$$Y_k = G_k + jB_k = \frac{I_k}{U_k} = \frac{S_k^*}{U_k^2} \quad (16)$$

Ekvivalentni parametri potrošača pri učestanosti k -tog harmonika na osnovu kojih je Czarnecki izvršio razlaganje struje su prikazani na Sl. 1. Koristeći uvedene ekvivalentne parametre potrošača, Czarnecki je ukupnu struju razložio na aktivnu i_a , rasipnu i_s i reaktivnu struju i_r :

$$i_a = \frac{P}{U^2} u = G_e u \quad (17)$$

$$i_s = \sum_{k=1}^n (G_k - G_e) u_k \quad (18)$$

$$i_r = \sum_{k=1}^n B_k \frac{du_k}{d(\omega_k t)} \quad (19)$$



Slika 1. Model potrošača na kome se zasniva Czarnecki-ova definicija

Czarnecki je za uvedene struje dao fizičke interpretacije i zbog toga je svoju teoriju nazvao teorijom fizičkih komponenti struja (*Current Physical Component – CPC theory*). Aktivna struja je struja minimalne efektivne vrednosti za istu aktivnu snagu P i proporcionalna je naponu. Rasipna struja je posledica toga što se ekvivalentna konduktansa potrošača G_k menja sa redom harmonika i odstupa od konduktanse G_e . Reaktivna struja je posledica faznog pomeraja između napona i struje i predstavlja meru oscilatorne razmene energije između potrošača i izvora.

Na osnovu efektivnih vrednosti rasipne i reaktivne struje, Czarnecki je definisao rasipnu i reaktivnu snagu:

$$D_s = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_s^2(t) dt} = U \cdot I_s \quad (20)$$

$$Q = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_r^2(t) dt} = U \cdot I_r \quad (21)$$

Snage koje su definisane u Czarnecki-ovoj teoriji fizičkih komponenti struja zadovoljavaju jednačinu ortogonalnosti:

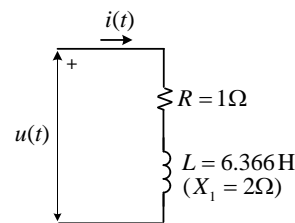
$$S^2 = P^2 + D_s^2 + Q^2 \quad (22)$$

E. Uporedna analiza definicija snaga za jednofazne sisteme

Definicije snaga za jednofazne sisteme su razmatrane na jednostavnom primeru RL potrošača sa parametrima koji su dati na Sl. 2. Usvojeno je da napon na priključcima potrošača sadrži osnovni i peti harmonik:

$$u(t) = \sqrt{2} (230 \cos(\omega_1 t) + 23 \cos(\omega_5 t)) \quad (23)$$

Razmatrane definicije snaga za jednofazne sisteme daju iste vrednosti za prividnu snagu i iste vrednosti za aktivnu snagu potrošača, međutim, dobijene vrednosti za reaktivnu snagu potrošača se razlikuju, kao što se može videti u Tabeli 1.



Slika 2. Ekvivalentna šema i parametri RL potrošača

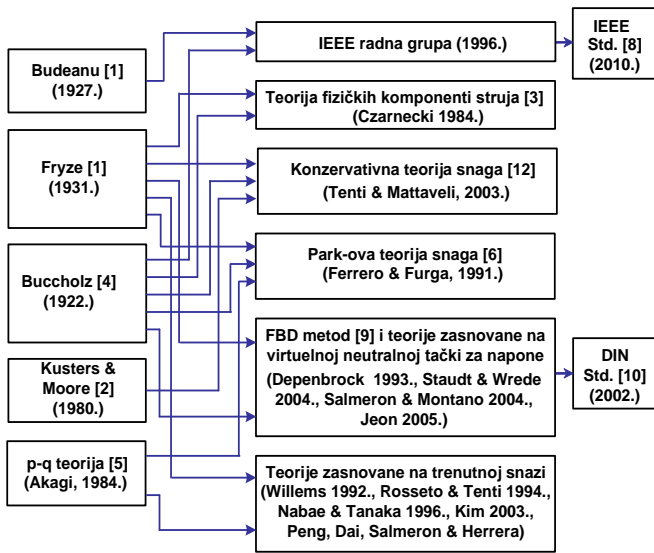
Tabela 1. Snage RL potrošača na osnovu različitih definicija

	S [kVA]	P [kW]	D [kVA]	Q [kvar]	Q_1 [kvar]	Q_5 [kvar]
Budeanu	23.79	10.60	1.89	21.21	21.16	0.052
Kusters&Moore	23.79	10.60		19.26	17.14	0.859
Czarnecki	23.79	10.60	1.00	21.27	21.16	0.052
teorija kola					21.16	0.052

S obzirom da u razmatranom primeru napon sadrži osnovni i peti harmonik, za potrošač se sa stanovišta teorije kola mogu razmatrati dva nezavisna prostoperiodična režima: prvi koji odgovara učestanosti osnovnog harmonika i drugi koji odgovara učestanosti petog harmonika. Korišćenjem osnovnih zakona rešavanja kola za prostoperiodične režime izračunata je reaktivna snaga potrošača pri učestanosti osnovnog i pri učestanosti petog harmonika: $Q_1=21.16$ kvar i $Q_5=0.052$ kvar. Iz Tabele 1 se može videti da jedino definicija Kusters-a i Moore-a ne daje navedene vrednosti za Q_1 i Q_5 , što znači da ova definicija ne opisuje ispravno svojstva potrošača u pogledu snaga. Definicija Kusters-a i Moore-a daje reaktivnu snagu kompenzatora, a ne reaktivnu snagu potrošača. Prema Budeanu-ovoj definiciji se dobijaju tačne vrednosti za reaktivne snage potrošača pri učestanosti osnovnog i petog harmonika, Q_1 i Q_5 , ali je neispravno te vrednosti sabirati u cilju dobijanja ukupne reaktivne snage. U Czarnecki-ovoj definiciji reaktivne snage pri učestanostima različitih harmonika se koriste za izračunavanje odgovarajućih reaktivnih struja, a zatim se sabiranjem reaktivnih struja za različite učestanosti harmonika dobija ukupna reaktivna struja koja se koristi za izračunavanje reaktivne snage. Zbog toga je Czarnecki-eva definicija potpuno u saglasnosti sa principima teorije kola.

III. DEFINICIJA PRIVIDNE SNAGE ZA TROFAZNE SISTEME

Za trofazne sisteme sa naponima i strujama koji sadrže više harmonika postoji veliki broj definicija za snage, kao što prikazano na Sl. 3 [1]-[15]. Pored Fryze-ove definicije aktivne struje, značajan uticaj na definicije snaga u trofaznim sistemima je imala Buccholz-ova definicija prividne snage [4]. Strelice na Sl. 3 prikazuju uticaj jednih definicija na druge. Mnoge od prikazanih definicija su proistekle iz definicija za jednofazne sisteme, a na osnovu dve grupe definicija su doneta dva standarda koji se bave definicijama snaga u prisustvu viših harmonika: IEEE Standard 1459-2010 i DIN Standard 40110 [8],[10].



Slika 3. Blok dijagram definicija za snage sa njihovim međusobnim uticajima

A. IEEE Standard 1459-2010

IEEE Standard 1459-2010 je dao veliki broj definicija snaga za trofazne sisteme: za slučaj prostoperiodičnih i balansiranih napona i struja, za slučaj prostoperiodičnih i nebalansiranih napona i struja, kao i za slučaj složenoperiodičnih i nebalansiranih napona i struja [8].

U slučaju trofaznih trožičnih sistema, IEEE standard kao referentnu tačku za fazne napone u_a , u_b , i u_c usvaja veštačku neutralnu tačku koja se dobija pomoću tri impedanse vezane u zvezdu. U slučaju trofaznih četvorožičnih sistema, IEEE standard usvaja neutralni provodnik kao referentnu tačku za fazne napone u_a , u_b , i u_c .

U slučaju trofaznih sistema sa složenoperiodičnim i nesimetričnim naponima i strujama, IEEE standard definiše efektivnu prividnu snagu S_e na osnovu ekvivalentnih efektivnih vrednosti napona i struje, U_e i I_e :

$$S_e = 3U_e I_e \quad (24)$$

Ekvivalentne efektivne vrednosti struje i napona za trofazni četvorožični sistem se dobijaju izjednačavanjem gubitaka aktivne snage kod aktuelnog potrošača sa gubicima aktivne snage kod idealno simetričnog potrošača koji se sastoji od tri ekvivalentne redne otpornosti R_Y i tri ekvivalentne odočne otpornosti R_Δ :

$$r(I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho I_n^2) = 3rI_e^2 \quad (25)$$

$$\frac{U_a^2 + U_b^2 + U_c^2}{R_Y} + \frac{U_{ab}^2 + U_{bc}^2 + U_{ca}^2}{R_\Delta} = 3\frac{U_e^2}{R_Y} + \frac{9U_e^2}{R_\Delta} \quad (26)$$

gde je sa r označena otpornost provodnika napojnog voda potrošača, ρ je koeficijent koji daje odnos otpornosti

neutralnog provodnika u odnosu na fazne provodnike, I_a , I_b , I_c i I_n su linijske struje, a U_a , U_b , U_c , U_{ab} , U_{bc} i U_{ca} su efektivne vrednosti faznih i međufaznih napona.

Ekvivalentne efektivne vrednosti struje i napona za trofazni četvorožični sistem su:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho I_n^2}{3}} \quad (27)$$

$$U_e = \sqrt{\frac{3(U_a^2 + U_b^2 + U_c^2) + \xi(U_{ab}^2 + U_{bc}^2 + U_{ca}^2)}{9(1 + \xi)}} \quad (28)$$

gde ξ predstavlja odnos otočnih i rednih gubitaka u potrošaču, $\xi = P_\Delta / P_Y = 3R_Y / R_\Delta$.

Ako koeficijenti ρ i ξ nisu poznati, IEEE preporučuje da se za njih usvoji vrednost 1. Efektivna prividna snaga za trofazni četvorožični sistem u tom slučaju je:

$$S_e = 3 \cdot \sqrt{\frac{3(U_a^2 + U_b^2 + U_c^2) + (U_{ab}^2 + U_{bc}^2 + U_{ca}^2)}{18}} \cdot \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}{3}} \quad (29)$$

Efektivna prividna snaga za trofazni trožični sistem je:

$$S_e = 3U_e I_e = 3 \cdot \sqrt{\frac{U_{ab}^2 + U_{bc}^2 + U_{ca}^2}{9}} \cdot \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} \quad (30)$$

B. DIN Standard 40110

U slučaju višefaznih sistema sa n provodnika, DIN Standard 40110 ne koristi napone provodnika u odnosu na proizvoljnu referentnu tačku ρ u sistemu, već napone $u_{\mu 0}$ ($\mu=1,2,\dots,n$) u odnosu na virtuelnu neutralnu tačku 0 koja se dobija spregom jednakih impedansi u zvezdu [10]:

$$u_{\mu 0} = \frac{1}{n} \sum_{\nu=1}^n u_{\mu\nu} = u_{\mu\rho} - \frac{1}{n} \sum_{\nu=1}^n u_{\nu\rho}, \quad \rho \in \{1,2,\dots,n\} \quad (31)$$

Virtuelna neutralna tačka obezbeđuje da zbir napona bude jednak 0 i prikazana je na Sl. 4.

DIN standard definiše aktivne struje $i_{\mu\rho}$ i neaktivne struje $i_{\mu q}$, pri čemu se koriste naponi n provodnika $u_{\mu 0}$ ($\mu=1,2,\dots,n$) u odnosu na virtuelnu neutralnu tačku 0:

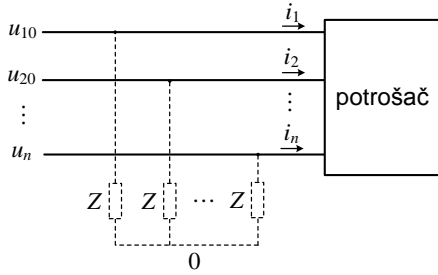
$$i_{\mu\rho} = G u_{\mu 0} = \frac{P_\Sigma}{U_\Sigma^2} u_{\mu 0}, \quad i_{\mu q} = i_\mu - i_{\mu\rho}, \quad \mu = 1, \dots, n \quad (32)$$

DIN standard takođe definiše kolektivnu prividnu snagu S_Σ na osnovu kolektivnih efektivnih vrednosti napona i struja, U_Σ i I_Σ :

$$S_{\Sigma} = U_{\Sigma} I_{\Sigma}, \quad U_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^n U_{\mu 0}^2}, \quad I_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^n I_{\mu}^2} \quad (33)$$

Neaktivna snaga $Q_{\Sigma \text{tot}}$ se definiše preko sumarnih efektivnih vrednosti napona U_{Σ} i sumarnih efektivnih vrednosti neaktivnih komponenti struja $I_{\Sigma q}$:

$$Q_{\Sigma \text{tot}} = U_{\Sigma} \cdot I_{\Sigma q}, \quad U_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^n U_{\mu 0}^2}, \quad I_{\Sigma q} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^n I_{\mu q}^2} \quad (34)$$



Slika 4. Virtuelna neutralna tačka za definisanje napona u DIN standardu

U slučaju trofaznog četvorožičnog sistema, izraz za kolektivnu prividnu snagu izveden korišćenjem efektivnih vrednosti napona između svaka dva provodnika provodnika je:

$$S_{\Sigma} = \sqrt{\frac{U_{an}^2 + U_{bn}^2 + U_{cn}^2 + U_{ab}^2 + U_{bc}^2 + U_{ca}^2}{4}} \cdot \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2} \quad (35)$$

U slučaju trofaznog trožičnog sistema, izraz za kolektivnu prividnu snagu izveden korišćenjem efektivnih vrednosti napona između svaka dva provodnika provodnika je:

$$S_{\Sigma} = \sqrt{\frac{U_{ab}^2 + U_{bc}^2 + U_{ca}^2}{3}} \cdot \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2} \quad (36)$$

C. Usporedna analiza IEEE i DIN standarda za snage

U slučaju trofaznih četvorožičnih sistema, IEEE i DIN standard koriste različite referentne tačke za napone. Da bi se ispitivalo kako izbor referentne tačke utiče na definicije snaga, razmatrano je jednostavno električno kolo na Sl. 5 u kome se tri otpornička potrošača napajaju korišćenjem tri ista napona:

$$u = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \theta) \quad (37)$$

Korišćenjem osnovnih zakona rešavanja kola iz teorije električnih kola, dobija se da je kompleksna snaga u kolu na Sl. 5 jednaka prividnoj, odnosno aktivnoj snazi u kolu:

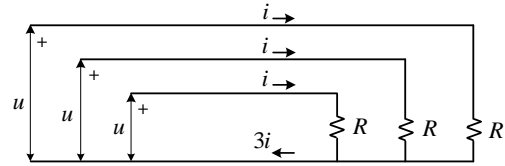
$$\underline{S} = 3 \underline{U} \underline{I}^* = S = P = 3 \frac{U^2}{R} \quad (38)$$

Električno kolo na Sl. 5 se može takođe razmatrati kao trofazni četvorožični sistem. Prividna snaga prema IEEE standardu u razmatranom kolu na osnovu izraza (29) je:

$$S_e = 3 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 3U^2 + 3 \cdot 0^2}{18}} \cdot \sqrt{\frac{1}{3} \left(3 \frac{U^2}{R^2} + 9 \frac{U^2}{R^2} \right)} = 3\sqrt{2} \frac{U^2}{R} \quad (39)$$

Prividna snaga prema DIN standardu u razmatranom kolu na osnovu izraza (35) je:

$$S_{\Sigma} = \sqrt{\frac{3U^2 + 3 \cdot 0^2}{4}} \cdot \sqrt{3 \frac{U^2}{R^2} + 9 \frac{U^2}{R^2}} = 3 \frac{U^2}{R} \quad (40)$$



Slika 5. Primer jednostavnog električnog kola

Korišćenjem definicije za prividnu snagu iz IEEE standarda dobijena je $\sqrt{2}$ puta veća vrednost za prividnu snagu. Razlog tome je što IEEE standard koristi neutralni provodnik kao referentnu tačku za napone u trofaznom četvorožičnom sistemu tako da je u razmatranom primeru zbir napona različit od 0:

$$u_{an} + u_{bn} + u_{cn} + u_{nn} = 3u \neq 0 \quad (41)$$

Korišćenjem definicije za prividnu snagu iz DIN standarda dobija se ista vrednost koja se dobija rešavanjem kola primenom osnovnih zakona iz teorije kola. DIN standard koristi virtuelnu neutralnu tačku kao referentnu tačku za napone, tako da su korišćeni naponi za proračun prividne snage u razmatranom primeru:

$$u_{a0} = u_{b0} = u_{c0} = u - \frac{u + u + u + 0}{4} = \frac{1}{4}u, \quad u_{n0} = -\frac{3}{4}u \quad (42)$$

Zbir prethodnih napona prema virtuelnoj neutralnoj tački je jednak 0:

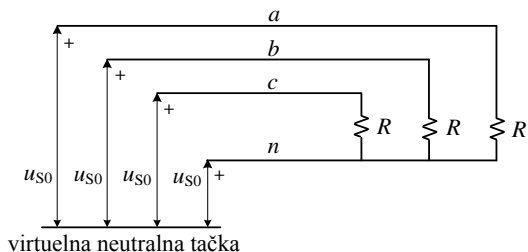
$$u_{a0} + u_{b0} + u_{c0} + u_{n0} = 0 \quad (43)$$

Ako bi se trofazni četvorožični sistem na Sl. 5 razmatrao kao četvorofazni sistem, onda bi simetrične nulte komponente napona za takav četvorofazni sistem bile:

$$u_{s0} = \frac{u_{an} + u_{bn} + u_{cn} + u_{nn}}{4} = \frac{3}{4}u \quad (44)$$

Simetrične nulte komponente napona za četvorofazni (četvorožični) sistem ne doprinose prenosu snage do potrošača [11], što može lako da se zaključiti na osnovu Sl. 6.

S obzirom da simetrične nulte komponente napona za četvorofazni (četvorožični) sistem ne doprinose prenosu snage do potrošača, DIN standard korišćenjem virtuelne neutralne tačke eliminiše ove komponente napona. Međutim, IEEE standard korišćenjem neutralnog provodnika kao referentne tačke za napone ne eliminiše simetrične nulte komponente napona za četvorofazni (četvorožični) sistem, tako da daje netačan rezultat za prividnu snagu u slučaju nebalansiranih napona u trofaznom četvorožičnom sistemu.



Slika 6. Potošač u četvorožičnom sistemu priključen na simetrične nulte komponente napona za četvorofazni sistem

IV. DEFINICIJA PRIVIDNE SNAGA ZA TROFAZNE SISTEME KORIŠĆENJEM SIMETRIČNIH KOMPONENTI NAPONA I STRUJA

A. Trofazni trožični sistem

Postavlja se pitanje definisanja simetričnih komponenti napona i struja u prisustvu viših harmonika. Jedan mogući način uvođenja simetričnih komponenti je da se Fortescue-ova transformacija primeni na svaki harmonik napona i struja, čime bi se simetrične komponente definisale za svaki harmonik. Međutim, jednostavniji način uvođenja simetričnih komponenti u prisustvu viših harmonika je da se najpre formiraju vremenski promenljivi fazori napona i struja [13]:

$$\underline{U}_j = \sum_{k=1}^{m_j} U_{jk} e^{j(\omega_k t + \theta_{jk})}, \quad j = a, b, c \quad (45)$$

$$\underline{I}_j = \sum_{k=1}^{m_j} I_{jk} e^{j(\omega_k t + \psi_{jk})}, \quad j = a, b, c \quad (46)$$

Primenom Fortescue-ove transformacije na vremenski promenljive fazore napona i struja, dobijaju se vremenski promenljivi fazori simetričnih komponenti napona i struja:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{S0} \\ \underline{U}_{S+} \\ \underline{U}_{S-} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{S0} \\ \underline{I}_{S+} \\ \underline{I}_{S-} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \end{bmatrix} \quad (48)$$

gde je $\underline{a} = e^{j2\pi/3}$.

Kompleksna snaga izražena preko vremenski promenljivih fazora simetričnih komponenti napona i struja u trofaznom trožičnom sistemu je:

$$\underline{S} = 3(\underline{U}_{S+} \underline{I}_{S+}^* + \underline{U}_{S-} \underline{I}_{S-}^*) \quad (49)$$

gde \underline{U}_{S+} , \underline{I}_{S+} , \underline{U}_{S-} i \underline{I}_{S-} predstavljaju vremenski promenljive fazore napona i struja direktnog i inverznog redosleda.

Prividna snaga izražena preko modula fazora simetričnih komponenti napona i struja u trofaznom trožičnom sistemu je:

$$S = 3 \cdot \sqrt{U_{S+}^2 + U_{S-}^2} \cdot \sqrt{I_{S+}^2 + I_{S-}^2} \quad (50)$$

Prethodni izraz za prividnu snagu je dat i u IEEE standardu, ali samo za slučaj nebalansiranih prostoperiodičnih napona i struja u trofaznom trožičnom sistemu [7].

B. Trofazni četvorožični sistem

Vremenski promenljivi fazori napona i struja u trofaznom četvorožičnom sistemu su:

$$\underline{U}_j = \sum_{k=1}^{m_j} U_{jk} e^{j(\omega_k t + \theta_{jk})}, \quad j = a, b, c, n \quad (51)$$

$$\underline{I}_j = \sum_{k=1}^{m_j} I_{jk} e^{j(\omega_k t + \psi_{jk})}, \quad j = a, b, c, n \quad (52)$$

Primenom Fortescue-ove transformacije na vremenski promenljive fazore napona i struja, dobijaju se vremenski promenljivi fazori simetričnih komponenti napona i struja:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{S0} \\ \underline{U}_{S+} \\ \underline{U}_{S00} \\ \underline{U}_{S-} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 & \underline{a}^3 \\ 1 & \underline{a}^2 & 1 & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^3 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \\ \underline{U}_n \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{S0} \\ \underline{I}_{S+} \\ \underline{I}_{S00} \\ \underline{I}_{S-} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 & \underline{a}^3 \\ 1 & \underline{a}^2 & 1 & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^3 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \\ \underline{I}_n \end{bmatrix} \quad (54)$$

gde je $\underline{a} = e^{j2\pi/4}$.

Kompleksna snaga izražena preko vremenski promenljivih fazora simetričnih komponenti napona i struja u trofaznom četvorožičnom sistemu je:

$$\underline{S} = 4(\underline{U}_{S+}\underline{I}_{S+}^* + \underline{U}_{S00}\underline{I}_{S00}^* + \underline{U}_{S-}\underline{I}_{S-}^*) \quad (55)$$

gde \underline{U}_{S+} , \underline{I}_{S+} , \underline{U}_{S-} i \underline{I}_{S-} predstavljaju vremenski promenljive fazore napona i struja direktnog i inverznog redosleda, a \underline{U}_{S00} i \underline{I}_{S00} su vremenski promenljivi fazori napona i struja pseudonultog redosleda.

Prividna snaga izražena preko modula fazora simetričnih komponenti napona i struja u trofaznom četvorožičnom sistemu je:

$$S = 4 \cdot \sqrt{U_{S+}^2 + U_{S00}^2 + U_{S-}^2} \cdot \sqrt{I_{S+}^2 + I_{S00}^2 + I_{S-}^2} \quad (56)$$

Prethodni izraz daje istu vrednost za prividnu snagu u trofaznim četvorožičnim sistemima kao i DIN standard.

Za slučaj kola na Sl. 5, simetrične komponente prostoperiodičnih napona i struja za četvorofazni sistem su:

$$\underline{U}_{S0} = \frac{3}{4}\underline{U}, \underline{U}_{S+} = \frac{1}{4}j\underline{U}, \underline{U}_{S00} = \frac{1}{4}\underline{U}, \underline{U}_{S-} = -\frac{1}{4}j\underline{U}, \underline{I}_{S0} = 0, \\ \underline{I}_{S+} = j\frac{\underline{U}}{R}, \underline{I}_{S00} = \frac{\underline{U}}{R}, \underline{I}_{S-} = -j\frac{\underline{U}}{R}.$$

Kompleksna i prividna snaga u kolu na Sl. 5 su:

$$\underline{S} = 4\left(\frac{1}{4}j\underline{U}j\frac{\underline{U}^*}{R} + \frac{1}{4}\underline{U}\frac{\underline{U}^*}{R} + \frac{1}{4}j\underline{U}j\frac{\underline{U}^*}{R}\right) = 3\frac{U^2}{R} \quad (57)$$

$$S = 4 \cdot \sqrt{\left(\frac{U}{4}\right)^2 + \left(\frac{U}{4}\right)^2 + \left(\frac{U}{4}\right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{R}\right)^2} = 3\frac{U^2}{R} \quad (58)$$

V. DEFINICIJA REAKTIVNE SNAGE ZA TROFAZNE SISTEME

A. Trofazni trožični sistem

Czarnecki je svoju teoriju fizičkih komponenti struja proširio i na trofazne trožične sisteme [3]. Da bi definisao aktivne struje potrošača koristio je tri ekvivalentne konduktanse G_e vezane u zvezdu, a takođe je definisao i tri ekvivalentne admitanse Y_k vezane u zvezdu pri učestanosti k -tog harmonika:

$$G_e = \frac{P}{U_a^2 + U_b^2 + U_c^2} \quad (59)$$

$$Y_k = G_k + jB_k = \frac{\underline{S}_k^*}{U_{ak}^2 + U_{bk}^2 + U_{ck}^2} \quad (60)$$

gde je P aktivna snaga trofaznog potrošača, \underline{S}_k je kompleksna snaga potrošača pri učestanosti k -tog harmonika, U_a , U_b i U_c su naponi provodnika prema virtuelnoj neutralnoj tački, U_{ak} , U_{bk} i U_{ck} su isti naponi pri učestanosti k -tog harmonika.

Koristeći uvedene ekvivalentne parametre potrošača, Czarnecki je definisao aktivne i_{aj} , rasipne i_{sj} , reaktivne i_{rj} i nebalansirane i_{uj} struje ($j=a,b,c$):

$$i_{aj} = G_e u_j, \quad j = a, b, c \quad (61)$$

$$i_{sj} = \sum_{k=1}^n (G_k - G_e) u_{jk}, \quad j = a, b, c \quad (62)$$

$$i_{rj} = \sum_{k=1}^n B_{ek} \frac{du_{jk}}{d(\omega_k t)}, \quad j = a, b, c \quad (63)$$

$$i_{uj} = \sum_{k=1}^n \sqrt{2} \operatorname{Re}\{(\underline{I}_{jk} - \underline{Y}_{ek} \underline{U}_{jk})e^{j\omega_k t}\}, \quad j = a, b, c \quad (64)$$

Nebalansirane struje se javljaju zato što aktuelne struje potrošača mogu da se razlikuju od struja koje protiču kroz ekvivalentne admitanse potrošača.

Na osnovu efektivnih vrednosti rasipne, reaktivne i nebalansirane struje, Czarnecki je definisao rasipnu, reaktivnu i nebalansiranu snagu:

$$D_s = \sqrt{U_a^2 + U_b^2 + U_c^2} \cdot \sqrt{I_{sa}^2 + I_{sb}^2 + I_{sc}^2} \quad (65)$$

$$Q = \sqrt{U_a^2 + U_b^2 + U_c^2} \cdot \sqrt{I_{ra}^2 + I_{rb}^2 + I_{rc}^2} \quad (66)$$

$$D_u = \sqrt{U_a^2 + U_b^2 + U_c^2} \cdot \sqrt{I_{ua}^2 + I_{ub}^2 + I_{uc}^2} \quad (67)$$

Snage koje su definisane u Czarnecki-ovoj teoriji fizičkih komponenti struja za trofazne trožične sisteme zadovoljavaju jednačinu ortogonalnosti:

$$S^2 = P^2 + D_s^2 + Q^2 + D_u^2 \quad (68)$$

B. Trofazni četvorožični sistem

Czarnecki je predložio teoriju fizičkih komponenti struja za trofazne četvorožične sisteme sa balansiranim naponima [14]. Predložena teorija je praktično ista kao i za slučaj trofaznih trožičnih sistema. Primena teorije na trofazne četvorožične sisteme sa nebalansiranim naponima, zahteva korišćenje četiri ekvivalentne konduktanse G_e vezane u zvezdu za definisanje aktivnih struja i takođe četiri ekvivalentne admitanse Y_k vezane u zvezdu pri učestanosti k -tog harmonika [15]:

$$G_e = \frac{P}{U_{a0}^2 + U_{b0}^2 + U_{c0}^2 + U_{n0}^2} \quad (69)$$

$$Y_k = G_k + jB_k = \frac{S_k^*}{U_{a0k}^2 + U_{b0k}^2 + U_{c0k}^2 + U_{n0k}^2} \quad (70)$$

gde U_{a0} , U_{b0} , U_{c0} i U_{n0} predstavljaju napone provodnika prema virtuelnoj neutralnoj tački, U_{a0k} , U_{b0k} , U_{c0k} i U_{n0k} su isti naponi pri učestanosti k -tog harmonika.

Na osnovu uvedenih ekvivalentnih parametara porošača mogu se definisati aktivne i_{aj} , rasipne i_{sj} , reaktivne i_{rj} i nebalansirane i_{uj} struje ($j=a,b,c,n$) na sledeći način:

$$i_{aj} = G_e u_{j0}, \quad j = a, b, c, n \quad (71)$$

$$i_{sj} = \sum_{k=1}^n (G_k - G_e) u_{j0k}, \quad j = a, b, c, n \quad (72)$$

$$i_{rj} = \sum_{k=1}^n B_{ek} \frac{du_{j0k}}{d(\omega_k t)}, \quad j = a, b, c, n \quad (73)$$

$$i_{uj} = \sum_{k=1}^n \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ (\underline{I}_{jk} - \underline{Y}_{ek} \underline{U}_{j0k}) e^{j\omega_k t} \right\}, \quad j = a, b, c, n \quad (74)$$

Nebalansirane struje u ovom slučaju se javljaju zbog nesimetrije potrošača u četvorofaznom smislu.

Na osnovu efektivnih vrednosti prethodnih neaktivnih struja, može se definisati rasipna, reaktivna i nebalansirana snaga:

$$D_s = \sqrt{U_{a0}^2 + U_{b0}^2 + U_{c0}^2 + U_{n0}^2} \cdot \sqrt{I_{Sa}^2 + I_{Sb}^2 + I_{Sc}^2 + I_{Sn}^2} \quad (75)$$

$$Q = \sqrt{U_{a0}^2 + U_{b0}^2 + U_{c0}^2 + U_{n0}^2} \cdot \sqrt{I_{ra}^2 + I_{rb}^2 + I_{rc}^2 + I_{rn}^2} \quad (76)$$

$$D_u = \sqrt{U_{a0}^2 + U_{b0}^2 + U_{c0}^2 + U_{n0}^2} \cdot \sqrt{I_{ua}^2 + I_{ub}^2 + I_{uc}^2 + I_{un}^2} \quad (77)$$

Snage koje su definisane u teoriji fizičkih komponenti struja za trofazne četvorofazne sisteme zadovoljavaju jednačinu ortogonalnosti:

$$S^2 = P^2 + D_s^2 + Q^2 + D_u^2 \quad (78)$$

VI. ZAKLJUČAK

Snage u električnim kolima moraju biti jednoznačno određene. Korišćenje dve definicije za prividnu snagu u električnom kolu je neprihvatljivo, i pored toga što su relativne razlike u rezultatima male zbog malih nesimetrija napona u elektroenergetskim sistemima.

Za izračunavanje snaga treba koristiti definicije koje su u skladu za osnovnim zakonima elektrotehnika i teorije kola. U slučaju jednofaznih električnih kola, Czarnecki-eva teorija fizičkih komponenti struja omogućava izračunavanje prividne, aktivne, rasipne i reaktivne snage u potpunoj saglasnosti sa principima teorije kola.

U slučaju trofaznih trožičnih sistema, IEEE standard i DIN standard koriste napone provodnika prema virtuelnoj neutralnoj tački, tako da daju iste vrednosti za prividnu snagu. Za izračunavanje reaktivne snage u trofaznim trožičnim sistemima treba koristiti Czarnecki-ovu teoriju fizičkih komponenti struja.

U slučaju trofaznih četvorofaznih sistema, izračunavanje prividne snage treba vršiti prema DIN standardu ili prema definiciji prividne snage koja koristi simetrične komponente za četvorofazne sisteme. Za izračunavanje reaktivne snage u trofaznim četvorofaznim sistemima u opštem slučaju treba koristiti proširenje teorije fizičkih komponenti struja koje uvažava nebalansiranost napona.

ZAHVALNICA

Autor se zahvaljuje Ministarstvu za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije za finansijsku podršku ovom radu u okviru tehnoloških projekata TR-33037 i III4009.

LITERATURA

- [1] L. S. Czarnecki, "Budeanu and Fryze: Two frameworks for interpreting power properties of circuits with nonsinusoidal voltages and currents," *Electr. Eng.*, vol. 80, no. 6, pp. 359–367, Dec. 1997.
- [2] N. L. Kusters, W. J. M. Moore, "On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions", *IEEE Trans. Pow. Appar. Syst.*, vol. PAS-99, no. 5, pp. 1845-1854, 1980.
- [3] L. Czarnecki, "Currents' Physical Components (CPC) Concept: a Fundamental of Power Theory," in *2008 International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation*, Lagow, Poland, June 2008
- [4] A. E. Emanuel, "The Buchholz-Goodhue apparent power definition: the practical approach for nonsinusoidal and unbalanced systems," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 13, no. 2, pp. 344–350, Apr. 1998.
- [5] H. Akagi, Y. Kanazawa, and A. Nabae, "Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices without Energy Storage Components," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-20, no. 3, pp. 625–630, May 1984.
- [6] A. Ferrero and G. Superti-Furga, "A new approach to the definition of power components in three-phase systems under nonsinusoidal conditions," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 40, no. 3, pp. 568–577, Jun. 1991
- [7] J. L. Willems, J. A. Ghijselen, and A. E. Emanuel, "The Apparent Power Concept and the IEEE Standard 1459-2000," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 20, no. 2, pp. 876–884, Apr. 2005.
- [8] IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities under Sinusoidal, Non-sinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions. IEEE Standard 1459, 2010, New York USA.
- [9] M. Depenbrock, "The FBD-method, a generally applicable tool for analyzing power relations," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 8, no. 2, pp. 381–387, May 1993.
- [10] H. Späth, "A general purpose definition of active current and non-active power based on German standard DIN 40110," *Electr. Eng.*, vol. 89, no. 3, pp. 167–175, Jan. 2007.
- [11] J. Mikulović, T. Šekara, "A New Formulation of Apparent Power for Nonsinusoidal Unbalanced Polyphase Systems", in *2010 International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation*, Lagow, Poland, June 15-18, 2010
- [12] P. Tenti, P. Mattavelli, and H. K. Morales Paredes, "Conservative Power Theory, sequence components and accountability in smart grids," *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 6, pp. 30-37, 2010.
- [13] J. Mikulović, B. Škrbić, Ž. Đurišić, "Power definitions for polyphase systems based on Fortescue's symmetrical components", *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, June 2018, vol. 98, pp. 455-462

- [14] L.S. Czarnecki, P.M. Haley, "Power properties of four-wire systems at nonsinusoidal supply voltage", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 31, no. 2, pp. 513-521, 2016.
- [15] B. Škrbić, J. Mikulović, T. Šekara, "Extension of the CPC power theory to four-wire power systems with non-sinusoidal and unbalanced voltages", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, February 2019, vol. 105, pp. 341-350

ABSTRACT

The systematization and comparative analysis of existing power theories in the presence of voltage and current harmonics are presented in this paper. The basic principles of definitions and information necessary for the design of the

power factor correction device are presented. On the examples of simple electric circuits, the conformity of definitions with the basic laws of circuit theory has been examined. In line with the analyzes of existing theories and standards, the paper provides definitions for complex, apparent, active and reactive powers, as well as for other components of non-active power.

POWER DEFINITIONS FOR ELECTRICAL CIRCUITS WITH HARMONIC DISTORTIONS OF VOLTAGES AND CURRENTS

Jovan Mikulović