

Uporedna analiza kriterijuma optimalnosti za projektovanje PID regulatora pod ograničenjima na robusnost i osetljivost na merni šum

Lana T. Stojić, Vladislav G. Milenković,

Tomislav B. Šekara

Elektrotehnički fakultet

Univerzitet u Beogradu

Beograd, Srbija

lane.stojic@gmail.com, vladislavmilenk@mts.rs,

tomi@etf.rs,

Milan R. Rapaić

Fakultet tehničkih nauka

Univerzitet u Novom Sadu

Novi Sad, Srbija

rapaja@uns.ac.rs

Sažetak—U radu je prikazana uporedna analiza efikasnih metoda za podešavanje parametara proporcionalno-integralno-diferencijalnog (PID) kontrolera, koje se zasnivaju na optimizaciji kriterijumskih funkcija u vremenskom domenu. Skup podesivih parametara čine proporcionalno pojačanje K , vremenska konstanta integralnog dejstva T_i i vremenska konstanta diferencijalnog dejstva T_d kontrolera, kao i željena vrednost maksimalne osetljivosti na merni šum M_n . Za zadato M_n i željenu vrednost maksimuma osetljivosti M_s , optimalne vrednosti parametara kontrolera dobijaju se minimizacijom sledećih kriterijumskih funkcija: integral kvadrata greške (ISE), integral apsolutne greške (IAE), integral kvadrata greške pomnožene vremenom (ITⁿSE) i integral apsolutne greške pomnožene vremenom (ITⁿAE).

Ključne reči—PID kontroler; optimalno podešavanje; komparacija; kriterijumska funkcija; robusnost; merni šum.

I. UVOD

Osnovni problem u procesnoj industriji je upravljanje procesom. U zavisnosti od prirode procesa, projektuju se različiti regulatori. Proporcionalno-integralno-diferencijalni (PID) kontroler je zbog jednostavne strukture, koja se lako implementira u praksi, najzastupljeniji regulator. Oko 94% povratnih sprega u industriji realizovano je pomoću ovog kontrolera [1], čak 97% u petrohemijskoj industriji [1], a 98% u industriji celuloze i papira [2].

Jedan od najvećih izazova prilikom primene PID regulatora je podešavanje njegovih parametara, bez obzira na njihov broj. Razvijen je veliki broj procedura i pravila za podešavanje parametara PID regulatora [2]-[3]. Sredinom prošlog veka, Ziegler i Nichols predložili su metodu podešavanja parametara regulatora na osnovu kritičnog eksperimenta, određivanjem kritične učestanosti i kritičnog pojačanja procesa [4]. Ipak, praktična primena ove relativno jednostavne metode povezana je sa nizom poteškoća. Usledio je intenzivan razvoj drugih procedura za podešavanje parametara industrijskih regulatora [5]-[8]. Sa druge strane, poslednjih godina intenzivno se radi na unapređenju optimizacionih procedura [9]-[17] projektovanja PI/PID regulatora tako da se minimizira integral

apsolutne greške (Integrated Absolute Error-IAE) pod ograničenjem na robusnost, što zadovoljava kriterijum Shinskey-og [18]. Po ovom kriterijumu parametri kontrolera se podešavaju tako da odziv procesa u zatvorenoj sprezi na step poremećaj na ulazu procesa rezultuje minimumom IAE, pod ograničenjem na robusnost. Danas, zahvaljujući razvoju frakcionog diferencijalnog računa, posebna pažnja se posvećuje optimalnom određivanju parametara frakcionog PID regulatora.

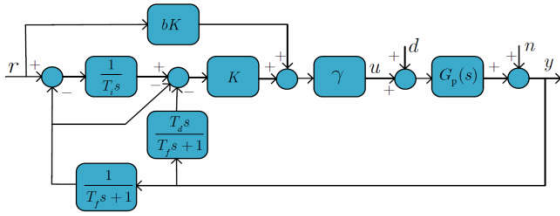
Primenom savremenih tehnika optimizacije, parametre PID kontrolera je moguće tako podesiti da se optimizuju performanse sistema zatvorene sprege. U radu je izložena uporedna analiza optimizacije kriterijumskih funkcija za projektovanje PID regulatora u vremenskom domenu, pod ograničenjima na robusnost i osetljivost na merni šum. Za željene vrednosti maksimalne osetljivosti na merni šum M_n i maksimuma funkcije osetljivosti M_s , optimalni parametri kontrolera dobijaju se minimizacijom sledećih kriterijuma: integrala kvadrata greške (Integrated Squared Error-ISE), integrala apsolutne greške (Integrated Absolute Error-IAE), integrala kvadrata greške pomnožene vremenom (Integrated Time multiplied Squared Error-ITⁿSE) i integrala apsolutne greške pomnožene vremenom (Integrated Time multiplied Absolute Error-ITⁿAE).

II. STRUKTURA REGULATORA

Upravljačka struktura sa PID regulatorom prikazana je na Sl. 1. $G_p(s)$ je unapred poznata funkcija prenosa procesa. PID kontroler je definisan funkcijom prenosa

$$C(s) = \gamma \frac{K(1+T_i s + T_d s^2)}{(T_f s + 1)}, \quad (1)$$

gde je K proporcionalno pojačanje, T_i i T_d vremenske konstante integralnog i diferencijalnog dejstva, a T_f vremenska konstanta filtra. U industrijskim primenama mora biti zadovoljen uslov $T_f > 0$. Ako je pojačanje procesa veće od nule tada je $\gamma = 1$, a ako je manje od nule $\gamma = -1$.



Slika 1. Upravljačka struktura

Parametar b opisuje *feed forward* prenos od reference r do upravljačkog signala u , a njegove vrednosti se kreću u intervalu $0 \leq b \leq 1$. Razmatrani kriterijumi optimalnosti fokusirani su na efikasno potiskivanje poremećaja, a parametar b isključivo služi da poboljša odziv regulisanog sistema na referencu. Takođe, podešavanje ovog parametra dodatno bi otežalo ionako složenu proceduru optimizacije. Zbog toga, usvaja se da je $b=0$. Kada su jednom određeni parametri K i T_i PID regulatora, b se može podesiti prema [10]. Diferencijalno dejstvo PID regulatora izmešteno je iz direktne grane u granu povratne sprege da bi se suzbio diferencijalni skok koji nastaje zbog naglih promena reference. Idealnom diferencijatoru, nekauzalne funkcije prenosa $T_d s$, pridružen je niskopropusni filter $1/(T_f + 1)$, a pol filtra čini diferenciranje kauzalnim. Da pol ne bi značajno uticao na projektovane performanse i stabilnost sistema zatvorene sprege, njegova učestanost treba da bude van propusnog opsega regulacije. Takođe, niskopropusni filter propušta samo korisne, niskofrekventne komponente izlaza i slabi uticaj neželjenog šuma.

Funkcija povratnog prenosa upravljačke strukture sa Sl. 1 je

$$L(s) = \gamma \frac{K(1 + 1/T_i s + T_d s)}{(T_f s + 1)} G_p(s) = C(s)G_p(s). \quad (2)$$

Funkcija prenosa od referentnog do izlaznog signala data je sa

$$Y(s)/R(s) = (K/T_i s + bK)G_p(s)S(s), \quad (3)$$

pri čemu je $b=0$, $S(s) = 1/(1 + L(j\omega))$ je funkcija osetljivosti, a $G_p(s)S(s)$ je funkcija prenosa od poremećaja do izlaza.

III. OPTIMIZACIONA PROCEDURA

Kriterijumske funkcije za projektovanje PID regulatora optimizuju se pod ograničenjima i na robusnost i na performanse sistema. U cilju pojednostavljenja složene optimizacione procedure, potrebno je smanjiti broj parametara optimizacije.

Mera robusnosti sistema, maksimalna osetljivost M_s , data je relacijom

$$M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)| = \max_{\omega} |1/(1 + L(j\omega))|. \quad (4)$$

M_s je recipročna vrednost minimalnog rastojanja Nikvistove (Nyquist) krive od kritične tačke $(-1,0)$. Po empirijskom pravilu, za stabilne procese i procese sa integralnim dejstvom, vrednost parametra M_s treba da bude izabrana u intervalu

[1,2]. Veće M_s rezultuje bržim, ali manje robusnim sistemom zatvorene sprege. Ukoliko je vrednost parametra M_s bliska donjoj granici 1.2, sistem zatvorene sprege je sporiji, ali veoma robusan. Maksimalum funkcije komplementarne osetljivosti takođe predstavlja indeks robusnosti sistema $M_p = \max_{\omega} |T(j\omega)| = \max_{\omega} |L(j\omega)/(1 + L(j\omega))|$.

Nepoželjan uticaj mernog šuma na performanse sistema zatvorene sprege potrebno je otkloniti ili na odgovarajući način potisnuti. Jedna od osnovnih performansi regulisanog sistema jeste maksimalna osetljivost na merni šum

$$M_n = \max_{\omega} |-C(j\omega)/(1 + C(j\omega)G_p(j\omega))|, \quad (5)$$

gde je $-C(j\omega)/(1 + L(j\omega))$ funkcija prenosa od mernog šuma do upravljačkog signala. Poznato je da za najveći broj industrijskih procesa osetljivost na šum raste sa povećanjem frekvencije ω . Na osnovu ove činjenice i strukture PID kontrolera u formi (1), sledi da je

$$M_n = \lim_{\omega \rightarrow \infty} |C(j\omega)/(1 + C(j\omega)G_p(j\omega))| = \frac{|KT_d|}{T_f}, \quad (6)$$

kao što je pokazano u [16], [19]. Uspostavljena je direktna zavisnost između M_n , K , T_d i T_f , odnosno, smanjen je broj parametara optimizacije. Željena vrednost maksimalne osetljivosti na merni šum se unapred zadaje. Jedna od mogućnosti je da se vrednost parametra M_n odabere srazmerno apsolutnoj vrednosti kritičnog pojačanja procesa [9]. Tada se za široku klasu stabilnih procesa, procesa sa oscilatornom dinamikom, procesa sa integralnim dejstvom i nestabilnih procesa, M_n usvaja kao dvostruki umnožak apsolutnog kritičnog pojačanja.

Optimizacione kriterijumske funkcije ISE, IAE, ITⁿSE i ITⁿAE prikazane su u tabeli 1. Kriterijumske funkcije su integralnog tipa i povezane su sa vremenskim odzivom sistema. ISE i IAE dobijaju se neposredno iz ITⁿSE, odnosno ITⁿAE za $n=0$. ITⁿSE i ITⁿAE kriterijumi se razmatraju za stepene $n \in \{1,2,3\}$. Naravno, nemoguće je da gornja granica integracije bude beskonačna, već je smisleno da ona bude nešto veća od vremena smirenja, odnosno vremena za koje sistem dostigne stacionarno stanje.

Podešavanje parametara PID regulatora zasniva se na minimizaciji navedenih kriterijuma optimalnosti za efikasno potiskivanje poremećaja, uz ograničenja na robusnost i

TABELA I. KRITERIJUMSKE FUNCIJE

Kriterijum	Kriterijumska funkcija
ISE	$\int_0^{\infty} e(t)^2 dt$
IAE	$\int_0^{\infty} e(t) dt$
IT ⁿ SE	$\int_0^{\infty} t^n e(t)^2 dt$
IT ⁿ AE	$\int_0^{\infty} t^n e(t) dt$

performanse sistema zatvorene sprege. Projektuje se optimalni regulator oblika (1), tako da se eliminiše konstanto dejstvo poremećaja u sistemu uz zahtev

$$\min_{K, T_d, T_i} J, \quad (7)$$

gde je J jednako ISE, IAE, ITⁿSE ili ITⁿAE, pod ograničenjima:

$$T_f = |KT_d| / M_n^{\max}, \quad (8)$$

$$M_s = \max_{\omega} |1 / (1 + C(j\omega)G_p(j\omega))| \leq M_s^{\max}, \quad (9)$$

$$M_n = |KT_d| / T_f \leq M_n^{\max}, \quad (10)$$

$$\text{sistem je stabilan u zatvorenoj sprezi.} \quad (11)$$

Optimizacionom procedurom (7)-(11), pod ograničenjima tipa jednakosti za zadate veličine M_s i M_n , dobijaju se optimalni parametri PID regulatora $K = K_0$, $T_d = T_{d0}$, $T_i = T_{i0}$.

Minimizacija kriterijumskih funkcija inherentno uključuje probleme konvergencije i početnih uslova. Za početnu estimaciju optimalnog PID regulatora koriste se parametri dobijeni po Zigler-Nikolsovoj metodi [3], na osnovu kritičnog pojačanja K_u i perioda oscilacija T_u :

$$K = 0.6K_u, \quad T_i = T_u / 2, \quad T_d = T_u / 8, \quad T_f = T_d / 10, \quad (12)$$

ili parametri dobijeni na osnovu procedure projektovanja [7].

IV. UPOREDNA ANALIZA I SIMULACIJE

Komparacija navedenih kriterijuma optimalnosti za projektovanje regulatora $C(s)$ data je u tabelama 3 i 4 za trinaest reprezenata tipičnih dinamičkih karakteristika industrijskih procesa sa: G_{p1} -uravnoteženom dinamikom, G_{p2} -dominantnim kašnjenjem, G_{p3} , G_{p4} -dominantnom dinamikom, G_{p5} -neminimalno faznom dinamikom, G_{p6} , G_{p7} -sa integralnim dejstvom, G_{p8} , G_{p9} -zakasnelom (*lag*) dinamikom, G_{p10} , G_{p11} -sa negativnim pojačanjem i G_{p12} , G_{p13} -nestabilnom dinamikom. U nastavku su funkcije prenosa svih navedenih procesa:

$$G_{p1}(s) = \frac{1}{(s+1)^4}, G_{p2}(s) = \frac{e^{-5s}}{(s+1)^3}, G_{p3}(s) = \frac{2e^{-s}}{(10s+1)(5s+1)},$$

$$G_{p4}(s) = \frac{(2s+1)e^{-4s}}{(10s+1)(7s+1)(3s+1)}, G_{p5} = \frac{1-s}{(s+1)^3}, G_{p6} = \frac{1}{s(s+1)^3},$$

$$G_{p7} = \frac{e^{-0.5s}}{s}, G_{p8} = \frac{1}{\prod_{k=0}^3 (0.7^k s + 1)}, G_{p9} = \frac{1}{\prod_{k=0}^3 (0.2^k s + 1)},$$

$$G_{p10} = -\frac{1.6(-0.5s+1)}{s(3s+1)}, G_{p11} = \frac{(13.81s+1)(18.4s+1)}{(59s+1)^5},$$

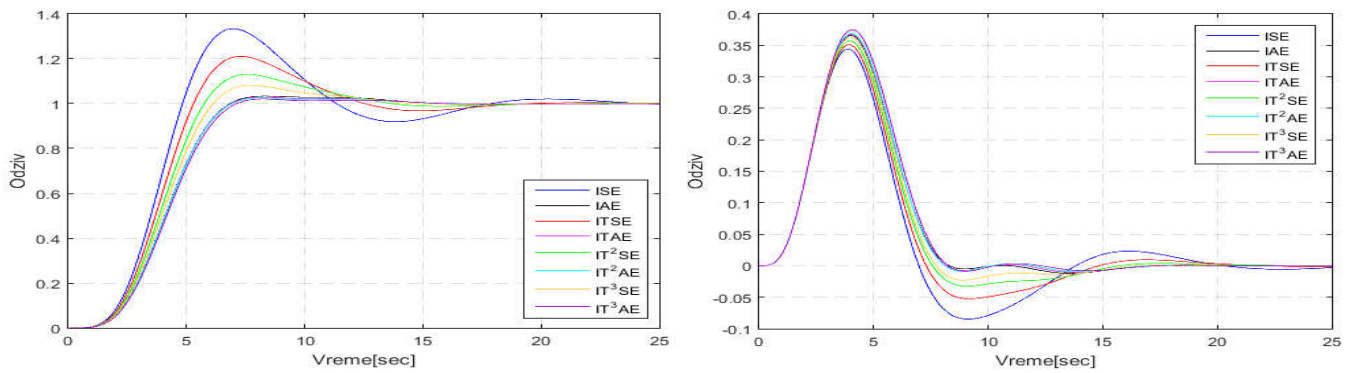
$$G_{p12} = \frac{e^{-0.5s}}{(5s-1)(2s+1)(0.5s+1)}, G_{p13} = \frac{4e^{-2s}}{(4s-1)}.$$

Navedeni procesi su već korišćeni u različitim istraživanjima [1], [9]. Za procese G_{p1} - G_{p9} početni parametri su određeni podešavanjem (12). Za razliku od [9], željene vrednosti M_n izabrane su kao umnožak apsolutnog kritičnog pojačanja sa faktorom 3, umesto 2. Kritična pojačanja i kritične učestanosti procesa date su u tabeli 2. Za procese sa negativnim pojačanjem G_{p10} , G_{p11} i nestabilne procese G_{p12} i G_{p13} , usvojeno je da su vrednosti početnih parametara i M_n jednake onima koje se dobijaju na osnovu projektovanja [8]. Izabrano ograničenje M_s jednako je za sve procese, osim za G_{p13} . Za ovaj nestabilni proces potrebno je relaksirati ovaj uslov i uzeti veće ograničenje $M_s = 3.48$, kao u [8]. U svim slučajevima, na osnovu (6), je $T_f = |KT_d| / M_n$. Transportno kašnjenje procesa aproksimira se odgovarajućom Padéovom aproksimacijom reda N/N , pri čemu se N uzima tako da se očuvaju robusnost i performanse [1]. Za procese sa transportnim kašnjenjem G_{p2} , G_{p3} , G_{p4} , G_{p7} , G_{p12} i G_{p13} usvojena je Padéova aproksimacija sedmog, prvog, petog, šestog, drugog i trećeg reda, respektivno. Vreme smirenja regulisanih sistema određeno je kao trenutak nakon koga oscilacije odziva oko stacionarne vrednosti ne prelaze 2%. Na Sl. 2-4 prikazani su odskočni odzivi na referencu i poremećaj za procese G_{p1} , G_{p7} i G_{p8} , regulisane PID kontrolerom projektovanim na osnovu kriterijumskih funkcija u vremenskom domenu.

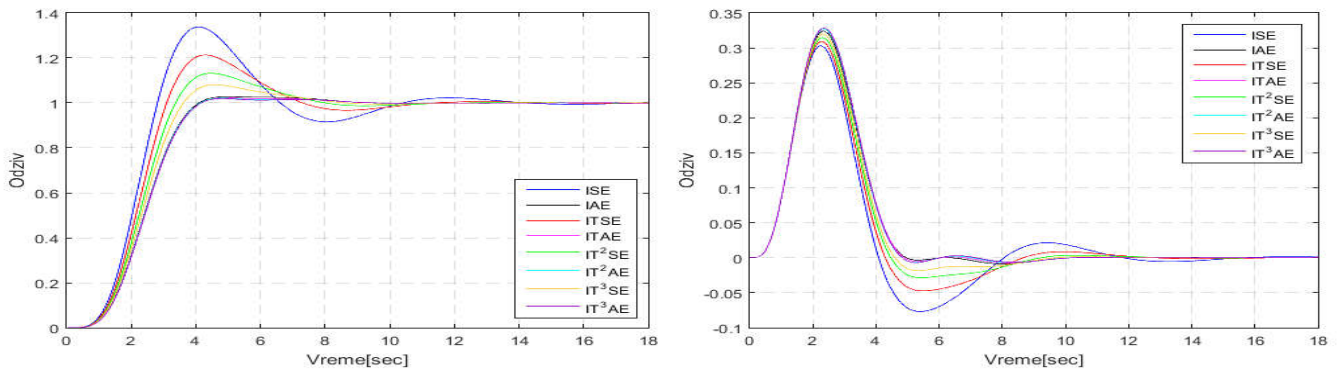
Posmatrajući tabele 3 i 4, generalno gledano, bolje performanse i veća robusnost sistema dobija se optimizacijom IAE i ITAE, nego ISE i ITⁿSE kriterijuma, koji inkorporiraju kvadrat greške. Kao izuzetak, u odnosu na IAE kriterijum, IT³SE je rezultovao boljim performansama kod G_j , $j \in \{6, 7, 12, 13\}$, a optimizacijom IT²SE i IAE ostvarene su identične performanse za G_{p12} . Takođe, minimizacija IT²SE i IT³SE, u odnosu na IT²AE, rezultuje boljim karakteristikama regulacije procesa G_{p9} . Generalno, povećanje stepena ponderisanja vremena u kriterijumskim funkcijama rezultuje manjim preskokom odziva na referencu. Takođe, povećanje stepena ponderisanja vremena dovodi do smanjenja fluktuacija prilikom eliminisanja poremećaja, odnosno kraćeg vremena smirenja odziva na poremećaj, što je naročito izraženo kod ITⁿSE kriterijuma. Međutim, sa druge strane, vremenska konstanta integralnog dejstva regulatora tada raste, pa vreme uspona, odnosno propusni opseg sistema postaju manji, a povećava se i e_p (maksimalna vrednost odskočnog odziva na poremećaj) prilikom potiskivanja poremećaja.

TABELA II. PARAMETRI K_u I $\omega_u = 2\pi / T_u$ PROCESA G_{pJ} , $J=1,2,\dots,13$.

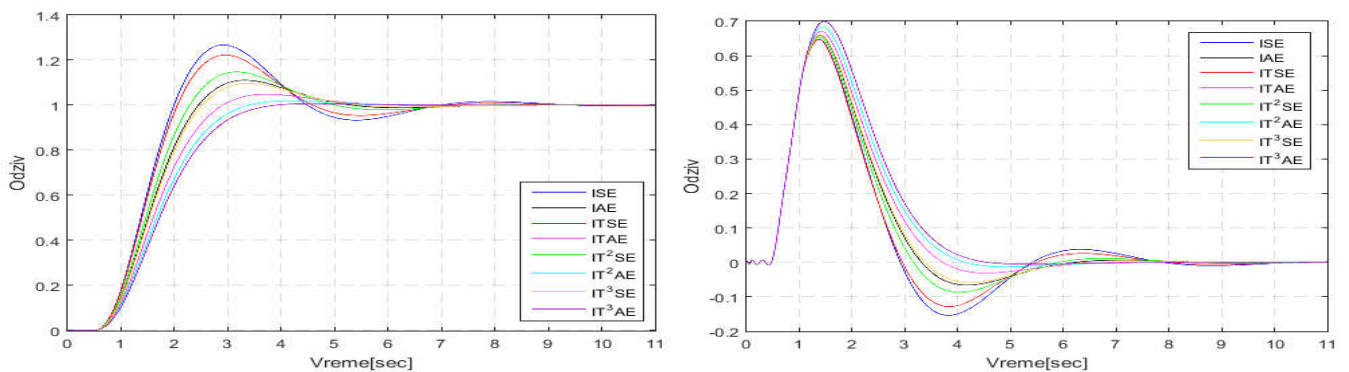
Proces	K_u	ω_u
G_{p1}	4	1
G_{p2}	1.2494	0.4
G_{p3}	7.8757	0.5389
G_{p4}	4.6626	0.2144
G_{p5}	2	1
G_{p6}	0.8889	0.5773
G_{p7}	3.1416	3.1416
G_{p8}	4.6594	1.7075
G_{p9}	30.24	11.1803
G_{p10}	-1.25	0.8165
G_{p11}	-3.9788	0.0149
G_{p12}	3.1865	0.4287
G_{p13}	0.6341	0.5828



Slika 2. Step odziv na referencu (levo) i na poremećaj (desno) za proces sa uravnoteženom dinamikom G_{p1} .



Slika 3. Step odziv na referencu (levo) i na poremećaj (desno) za proces sa integralnim dejstvom i transportnim kašnjenjem G_{p7} .



Slika 4. Step odziv na referencu (levo) i na poremećaj (desno) za proces sa zakasnelom (*lag*) dinamikom G_{p8} .

Generalno, u odnosu na sve kriterijume, optimizacija IT^3AE postiže najmanje fluktuacije odziva na odskočni poremećaj, najmanji preskok odziva na referencu step tipa, ali i najmanji propusni opseg i uglavnom najveći e_p pri eliminisanju poremećaja. Vrednosti vremena smirenja i indeksa robusnosti M_p su željeno male i bliske najmanjim ostvarenim. Kod G_{p1} sa uravnoteženom dinamikom, neminimalno faznog G_{p5} , integralnog G_{p6} , G_{p8} i G_{p9} sa zakasnelom (*lag*) dinamikom, G_{p11} sa negativnim pojačanjem i nestabilnih G_{p12} , G_{p13} procesa, optimizacijom IT^3AE ostvareno je i najmanje vreme smirenja. Poželjno, za $G_j, j \in \{2,3,7,10,12\}$, ovaj kriterijum rezultuje i najmanjim indeksom robusnosti M_p . Minimizacijom ISE kriterijuma ostvaruju se najlošije performanse i robusnost, kao i

najveće fluktuacije prilikom eliminisanja poremećaja.

Kod procesa sa dominantnom dinamikom i nulom u levoj poluravnini G_{p4} i neminimalno faznog procesa G_{p5} , IT^2AE , $ITAE$ i IAE kriterijumi ostvaruju manje fluktuacije i e_p prilikom eliminisanja poremećaja u odnosu na IT^3AE , pri čemu IAE ostvaruje najmanje fluktuacije i e_p , IAE rezultuje najmanjim i najvećim preskokom, $ITAE$ najkraćim vremenom smirenja, a IT^2AE najmanjim preskokom.

Kod procesa sa integralnim dejstvom G_{p6} i G_{p7} , IT^3SE , u odnosu na IAE kriterijum, rezultuje boljim performansama i većom robusnosti sistema kao i manjim fluktuacijama uz nešto veći e_p prilikom eliminacije poremećaja.

TABELA III. POREĐENJE KRITERIJUMA OPTIMALNOSTI NA PROCESIMA G_{pJ} , $J=1,2,\dots,7$, ZA ZADATE VELIČINE $M_s = 2$ I M_n .

$$T_f = |KT_d| / M_n.$$

Proces/Krit.	M_n	K	T_d	T_i	M_p	$II[\%]$	t_s
G_{p1}/ISE	12	1.969	1.559	1.737	1.386	33.35	20.70
$G_{p1}/ITSE$	12	2.030	1.388	2.074	1.275	21.06	16.80
G_{p1}/IT^2SE	12	2.063	1.257	2.353	1.295	13.03	12.52
G_{p1}/IT^3SE	12	2.083	1.154	2.555	1.319	8.159	12.69
G_{p1}/IAE	12	2.084	1.119	2.772	1.310	3.274	13.00
$G_{p1}/ITAE$	12	2.089	1.086	2.794	1.323	2.849	12.67
G_{p1}/IT^2AE	12	2.089	1.064	2.812	1.330	2.525	9.170
G_{p1}/IT^3AE	12	2.032	1.035	2.839	1.293	2.058	8.524
G_{p2}/ISE	3.748	0.592	2.545	3.655	1.128	14.91	31.96
$G_{p2}/ITSE$	3.748	0.603	2.344	3.921	1.077	10.15	32.42
G_{p2}/IT^2SE	3.748	0.611	2.186	4.127	1.045	6.862	32.53
G_{p2}/IT^3SE	3.748	0.617	2.025	4.288	1.026	4.790	32.14
G_{p2}/IAE	3.748	0.616	2.030	4.341	1.018	3.569	32.26
$G_{p2}/ITAE$	3.748	0.606	1.844	4.399	1.008	2.545	21.88
G_{p2}/IT^2AE	3.748	0.576	1.650	4.378	1.001	1.530	17.67
G_{p2}/IT^3AE	3.748	0.545	1.506	4.319	1.000	0.875	18.47
G_{p3}/ISE	24.17	4.478	2.770	4.319	1.859	30.92	36.73
$G_{p3}/ITSE$	24.17	4.567	2.579	5.147	1.724	19.23	28.92
G_{p3}/IT^2SE	24.17	4.624	2.429	5.844	1.688	11.56	21.11
G_{p3}/IT^3SE	24.17	4.653	2.309	6.368	1.691	6.739	20.59
G_{p3}/IAE	24.17	4.663	2.219	6.820	1.696	3.144	18.53
$G_{p3}/ITAE$	24.17	4.668	2.167	7.160	1.695	0.819	13.31
G_{p3}/IT^2AE	24.17	4.672	2.169	7.230	1.688	0.444	13.62
G_{p3}/IT^3AE	24.17	4.674	2.171	7.260	1.686	0.308	13.76
G_{p4}/ISE	13.99	2.332	6.065	9.551	1.509	28.71	78.71
$G_{p4}/ITSE$	13.99	2.371	5.597	11.09	1.373	18.21	76.03
G_{p4}/IT^2SE	13.99	2.402	5.152	12.40	1.330	11.16	57.03
G_{p4}/IT^3SE	13.99	2.416	4.843	13.34	1.335	6.766	56.19
G_{p4}/IAE	13.99	2.422	4.419	14.83	1.349	0.934	34.19
$G_{p4}/ITAE$	13.99	2.420	4.372	14.83	1.355	0.886	34.11
G_{p4}/IT^2AE	13.99	2.419	4.351	14.86	1.357	0.778	34.21
G_{p4}/IT^3AE	13.99	2.417	4.328	14.88	1.359	0.712	34.24
G_{p5}/ISE	6	0.963	1.065	2.021	1.222	14.84	13.26
$G_{p5}/ITSE$	6	0.980	0.994	2.138	1.188	11.25	13.26
G_{p5}/IT^2SE	6	0.992	0.927	2.259	1.157	7.757	13.12
G_{p5}/IT^3SE	6	0.998	0.873	2.358	1.139	5.088	12.70
G_{p5}/IAE	6	0.945	0.751	2.546	1.163	0.388	8.043
$G_{p5}/ITAE$	6	0.947	0.745	2.543	1.170	0.402	7.992
G_{p5}/IT^2AE	6	0.994	0.741	2.544	1.171	0.348	7.996
G_{p5}/IT^3AE	6	0.993	0.737	2.543	1.174	0.349	7.982
G_{p6}/ISE	2.666	0.472	2.374	4.247	1.997	36.62	39.50
$G_{p6}/ITSE$	2.666	0.482	2.149	5.188	1.777	23.42	31.10
G_{p6}/IT^2SE	2.666	0.486	1.975	6.025	1.676	14.60	22.36
G_{p6}/IT^3SE	2.666	0.487	1.835	6.707	1.638	8.905	22.98
G_{p6}/IAE	2.666	0.488	1.859	6.655	1.633	9.315	23.06
$G_{p6}/ITAE$	2.666	0.482	1.635	7.633	1.638	2.880	21.09
G_{p6}/IT^2AE	2.666	0.466	1.469	8.155	1.675	0.302	14.30
G_{p6}/IT^3AE	2.666	0.464	1.456	8.160	1.681	0.281	14.26
G_{p7}/ISE	9.425	1.550	0.253	1.082	2.045	26.58	6.561
$G_{p7}/ITSE$	9.425	1.593	0.243	1.144	1.963	22.31	6.473
G_{p7}/IT^2SE	9.425	1.600	0.226	1.301	1.810	14.78	5.995
G_{p7}/IT^3SE	9.425	1.601	0.211	1.438	1.720	9.637	4.888
G_{p7}/IAE	9.425	1.597	0.215	1.399	1.743	11.06	4.849
$G_{p7}/ITAE$	9.425	1.594	0.192	1.603	1.648	4.840	4.915
G_{p7}/IT^2AE	9.425	1.574	0.172	1.741	1.612	1.936	3.148
G_{p7}/IT^3AE	9.425	1.538	0.153	1.828	1.608	0.653	3.444

TABELA IV. POREĐENJE KRITERIJUMA OPTIMALNOSTI NA PROCESIMA G_{pJ} , $J=8,9,\dots,13$, ZA ZADATE VELIČINE M_n I $M_s = 2$ (ZA G_{p13} $M_s = 3.48$). $T_f = |KT_d| / M_n$.

Proces/Krit.	M_n	K	T_d	T_i	M_p	$II[\%]$	t_s
G_{p8}/ISE	13.98	2.325	0.913	1.058	1.437	33.75	12.36
$G_{p8}/ITSE$	13.98	2.39	0.817	1.267	1.306	21.26	9.881
G_{p8}/IT^2SE	13.98	2.431	0.743	1.441	1.332	13.14	7.306
G_{p8}/IT^3SE	13.98	2.451	0.687	1.57	1.353	8.096	7.419
G_{p8}/IAE	13.98	2.459	0.649	1.724	1.356	2.766	7.412
$G_{p8}/ITAE$	13.98	2.439	0.628	1.739	1.355	2.313	5.472
G_{p8}/IT^2AE	13.98	2.455	0.618	1.745	1.374	2.113	5.074
G_{p8}/IT^3AE	13.98	2.445	0.611	1.752	1.372	1.909	3.959
G_{p9}/ISE	90.72	16.99	0.124	0.255	1.807	20.2	1.378
$G_{p9}/ITSE$	90.72	13.67	0.122	0.247	1.928	27.49	1.857
G_{p9}/IT^2SE	90.72	17.92	0.125	0.285	1.711	11.84	1.051
G_{p9}/IT^3SE	90.72	17.75	0.112	0.325	1.76	5.357	0.961
G_{p9}/IAE	90.72	18.09	0.116	0.323	1.73	5.332	0.908
$G_{p9}/ITAE$	90.72	18.01	0.108	0.355	1.763	0.727	0.907
G_{p9}/IT^2AE	90.72	17.34	0.091	0.276	2.36	17.67	1.463
G_{p9}/IT^3AE	90.72	17.98	0.107	0.356	1.766	0.566	0.636
G_{p10}/ISE	11.22	1.089	1.423	2.662	2.307	27.99	18.71
$G_{p10}/ITSE$	11.22	1.097	1.386	3.097	2.107	18.01	14.77
G_{p10}/IT^2SE	11.22	1.102	1.354	3.481	2.012	11.08	10.71
G_{p10}/IT^3SE	11.22	1.106	1.328	3.783	1.968	6.567	10.58
G_{p10}/IAE	11.22	1.107	1.319	3.953	1.944	4.399	10.3
$G_{p10}/ITAE$	11.22	1.109	1.301	4.242	1.917	1.192	7.276
G_{p10}/IT^2AE	11.22	1.110	1.301	4.339	1.901	0.356	7.63
G_{p10}/IT^3AE	11.22	1.11	1.315	4.373	1.876	0.291	7.788
G_{p11}/ISE	26.63	2.174	114.0	97.75	1.444	40.4	1398
$G_{p11}/ITSE$	26.63	2.25	99.76	122.2	1.314	25.45	1098
G_{p11}/IT^2SE	26.63	1.459	33.77	162.1	1.501	11.05	965.4
G_{p11}/IT^3SE	26.63	2.313	80.71	158.7	1.355	9.923	823.6
G_{p11}/IAE	26.63	2.319	77.35	175.8	1.355	4.12	854.4
$G_{p11}/ITAE$	26.63	2.315	74.43	178.0	1.364	3.481	845.1
G_{p11}/IT^2AE	26.63	2.309	72.53	179.8	1.369	3.011	836.1
G_{p11}/IT^3AE	26.63	2.305	71.57	180.7	1.372	2.756	829.2
G_{p12}/ISE	20.57	2.413	2.441	9.608	2.768	26.78	39.69
$G_{p12}/ITSE$	20.57	2.432	2.368	9.867	2.749	24.86	39.27
G_{p12}/IT^2SE	20.57	2.44	2.281	10.89	2.65	19.8	39.45
G_{p12}/IT^3SE	20.57	2.443	2.203	12.66	2.506	13.01	29.31
G_{p12}/IAE	20.57	2.44	2.281	10.90	2.648	19.74	39.45
$G_{p12}/ITAE$	20.57	2.442	2.16	13.71	2.448	9.827	30.37
G_{p12}/IT^2AE	20.57	2.429	2.075	16.17	2.357	4.379	31.51
G_{p12}/IT^3AE	20.57	2.411	2.022	17.82	2.326	2.053	28.33
G_{p13}/ISE	2.41	0.499	1.141	8.357	4.049	32.43	35.84
$G_{p13}/ITSE$	2.41	0.503	1.076	9.669	3.676	22.62	28.61
G_{p13}/IT^2SE	2.41	0.504	1.018	11.02	3.445	14.98	26.56
G_{p13}/IT^3SE	2.41	0.505	0.969	12.21	3.322	9.750	21.45
G_{p13}/IAE	2.41	0.505	0.983	11.67	3.39	11.90	21.02
$G_{p13}/ITAE$	2.41	0.503	0.911	13.43	3.280	5.667	21.58
G_{p13}/IT^2AE	2.41	0.499	0.852	14.81	3.269	2.448	20.01
G_{p13}/IT^3AE	2.41	0.493	0.803	15.88	3.306	0.9484	14.57

Bolje performanse i veća robusnost ostvaruju se optimizacijom IT²SE i IT³SE, u odnosu na IT²AE, jedino za proces G_{p9} . Takođe, jedino za ovaj proces, najlošije performanse i robusnost se dobijaju minimizacijom ITSE, a ne ISE kriterijuma. Optimizacije IT³SE i IAE rezultuju uporedivim performansama sistema, više u korist IAE.

Minimizacijom IT³AE, u odnosu na ITAE i IT²AE kriterijum, za proces sa negativnim pojačanjem G_{p10} , ostvaruje se i manja fluktuacija i manji e_p odziva na poremećaj, kao i manji preskok i indeks robusnosti M_p , ali uz nešto duže vreme smirenja.

Kod procesa sa negativnim pojačanjem G_{p11} , minimizacija IT^2SE rezultuje najvećim e_p i najvećim oscilacijama prilikom eliminisanja poremećaja, ali, željeno, preskok, t_s i M_p imaju manje vrednosti od onih koje se dobijaju optimizacijom ISE i ITSE kriterijuma.

Za nestabilne procese G_{p12} i G_{p13} , kao i kod procesa sa integralnim dejstvom G_{p6} i G_{p7} , minimizacija IT^3SE , u odnosu na IAE, rezultuje većom robusnosti i boljim performansama uz manje fluktuacije, ali i nešto većim e_p prilikom eliminacije poremećaja. Kod G_{p13} je jedino vreme smirenja nešto duže prilikom optimizacije IT^3SE . Za proces G_{p12} minimizacijom IAE i IT^2SE kriterijuma ostvaruju se identične performanse i robusnost sistema.

V. ZAKLJUČAK

U radu su upoređeni PID regulatori koji ostvaruju minimalnu vrednost ISE, IT^nSE , IAE i IT^nAE kriterijuma. Optimizacija je sprovedena u vremenskom domenu, pod ograničenjima na robusnost i osetljivost na merni šum. Za odabrane tipične reprezentе industrijskih procesa, upoređeni su robusnost i performanse regulisanih sistema zatvorene sprege. ISE i IT^nSE kriterijumi inkorporiraju kvadrat greške, što znači da se manja greška manje penalizuje nego veća greška. Posledično, ovo dovodi do bržeg otklanjanja većih, a sporijeg potiskivanja manjih grešaka prilikom eliminisanja poremećaja, odnosno do oscilacija i dužeg vremena smirenja. Sa druge strane, kod IAE i IT^nAE kriterijuma integrali se apsolutna vrednost greške, pa se podjednako tretiraju i male i velike greške. IT^nSE i IT^nAE kriterijumi sadrže u sebi i stepen vremena, pa se greške koje se kasnije javljaju dodatno ističu. Posledično, minimizacija kriterijuma koji uzimaju u obzir trenutak nastanka greške, rezultuje manjim fluktuacijama prilikom potiskivanja poremećaja, manjim preskokom i kraćim vremenom smirenja odziva, ali i manjim propusnim opsegom i većim e_p odziva na poremećaj.

ZAHVALNICA

Autori Tomislav Šekara i Milan Rapačić zahvaljuju se za podršku Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije, projekti TR33020 (T.B.Š), TR32018 i TR33013 (M.R.R).

LITERATURA

- [1] T.B. Šekara, M.B. Trifunović, V. Govedarica, "Frequency domain design of a complex controller under constraints on robustness and sensitivity to measurement noise", *ELECTRONICS*, vol. 15, pp. 40–44, 2011.
- [2] J. Patra, P.S. Khuntia, S. Samal, "Analysis and comparison of different performance index factor for conventional PID & GA plus PID controller", *IJECTAS*, vol. 3, pp. 242–250, 2013.
- [3] A. O'Dwyer, "Handbook of PI and PID controller tuning rules", Imperial College Press, 3rd ed., 2009.
- [4] J.G. Ziegler, N.B. Nichols, Optimum settings for automatic controllers, *Trans. ASME*, vol. 64, pp. 759–765, 1942.
- [5] S. Skogestad, "Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning", *Journal of Process Control*, vol. 13, pp. 291–309, 2003.
- [6] M. Shamsuzzoha, M. Lee, "IMC-PID controller design for improved disturbance rejection of time-delayed processes", *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 46, no.7, pp. 2077–2091, 2007.

- [7] K.J. Åström, T. Hägglund, "Revisiting the Ziegler–Nichols step response method for PID control", *Journal of Process Control*, vol. 14, pp. 635–650, 2004.
- [8] M.R. Mataušek, T.B. Šekara, "PID controller frequency-domain tuning for stable, integrating and unstable processes, including dead-time", *J. Process Control*, vol. 21, pp. 17–27, 2011.
- [9] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "Classification of dynamic processes and PID controller tuning in a parameter plane", *J. Process Control*, vol. 21, pp. 620–626, 2011.
- [10] K.J. Åström, H. Panagopoulos, T. Hägglund, "Design of PI controllers based on non-convex optimization", *Automatica*, vol. 34, pp. 585–601, 1998.
- [11] H. Panagopoulos, K.J. Åström, T. Hägglund, "Design of PID controllers based on constrained optimization", *IEE Proc-Control Theory Appl.*, vol. 149, pp. 32–40, 2002.
- [12] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "A simple effective method to obtain a well-tuned PID controller", *Zbornik radova 51 Konf. ETRAN*, vol. 1, 2007.
- [13] B. Kristiansson, B. Lennartson, "Evaluation and simple tuning of PID controllers with high-frequency robustness", *Journal of Process Control*, vol. 16, pp. 91–102, February 2006.
- [14] C. Hwang, C.Y. Hsiao, "Solution of non-convex optimization arising in PI/PID control design", *Automatica*, vol. 38, pp. 1895–1904, November 2002.
- [15] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "Optimalno podešavanje PI/PID regulatora za procese definisane racionalnom funkcijom prenosa", *INFOTEH*, vol. 6, Ref. A-2, pp. 6–9, Jahorina, Mart 2007.
- [16] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "Optimization of PID controller based on maximization of the proportional gain under constraints on robustness and sensitivity to measurement noise", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 54, no.1, pp. 184–189, Jan. 2009.
- [17] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "Revisiting the Ziegler-Nichols process dynamics characterization", *J. Process Control*, vol. 20, pp. 360–363, 2010.
- [18] F.G. Shinskey, "How good are our controllers in absolute performance and robustness?", *Measurement and Control*, vol. 23, pp. 114–121, 1990.
- [19] B.B. Jakovljević, M.R. Rapačić, M.N. Kapetina, T.B. Šekara, "Uporedna analiza performansi jedne klase linearnih optimalnih regulatora celog i necelog reda", *INFOTEH*, vol.13, pp. 1036–1041, Jahorina, Mart 2014.

ABSTRACT

This paper presents a comparative analysis of effective methods for adjusting parameters of proportional-integral-derivative (PID) controllers, which are based on the optimization of criterion function in the time domain. The adjustable parameters are proportional gain K , time constant of the integral gain T_i and the time constant of the derivative gain T_d as well as the desired value of maximum sensitivity to the measurement noise M_n . For a given M_n and the desired value of maximum sensitivity M_s , the optimal values of controller parameters are obtained by minimizing the following criterion function: integrated square error (ISE), integrated absolute error (IAE), integrated time multiplied squared error (IT^nSE) and integrated time multiplied absolute error (IT^nAE).

COMPARATIVE ANALYSIS OF OPTIMALITY CRITERIA FOR THE DESIGN OF PID CONTROLLER UNDER CONSTRAINTS ON ROBUSTNESS AND SENSITIVITY TO MEASUREMENT NOISE

Lana T. Stojić, Vladislav G. Milenković, Tomislav B. Šekara, Milan R. Rapačić