

# Savremeni postupci projektovanja, analize, optimizacije i implementacije konvencionalnih upravljačkih algoritama za procese sa konačno i beskonačno stepeni slobode

Rad po pozivu

Tomislav B. Šekara  
Univerzitet u Beogradu  
Elektrotehnički fakultet  
Beograd, Srbija  
[tomi@etf.rs](mailto:tomi@etf.rs)

*Sažetak*—U ovom radu su predstavljene metode karakterizacije široke klase procesa primjenom kritičnog eksperimenta uključujući savremene metode projektovanja, analize, optimizacije i implementacije konvencionalnih upravljačkih algoritama. Posebno su istaknute metode karakterizacije procesa primjenom relejne tehnike i fazno zaključane petlje u cilju formiranja jednog opšteg modela procesa koji nam služi kao osnova za adekvatno projektovanje regulatora. Ovaj opšti model procesa adekvatno aproksimira procese čije se ponašanje može opisati linearnim matematičkim modelima sa konačno i beskonačno stepeni slobode, uključujući tu konvencionalne sisteme konačne dimenzije, sisteme sa kašnjenjem, sisteme u čijem ponašanju preovladavaju talasni i transportni problemi, kao što su problemi prenosa mase i energije, sistemi koji se opisuju frakcionim diferencijalnim jednačinama, itd. Takođe na osnovu karakterizacije je dat akcenat na projektovanje PI/PID regulatora zbog velike primjene u industriji koja prelazi 93% u odnosu na sve ostale regulatore prema Honeywell's ispitivanjima. Na kraju su prikazane i analitičke metode projektovanja PI/PID regulatora.

*Ključne riječi*—karakterizacija; regulacija; optimizacija; PI/PID;

## I. UVOD

Karakterizacija procesa primjenom kritičnog eksperimenta za podešavanje regulatora prvi su predložili Ziegler i Nichols (ZN) 1942. godine [1]. Kao rezultat kritičnog eksperimenta u frekvencijskom domenu dobijeni su kritično pojačanje  $k_u$  i učestanost  $\omega_u$  na osnovu koga je formiran aproksimativni model procesa  $G_m^{ZN1}(s) = \exp(-Ls)/(bs)$  odnosno model  $G_m^{ZN2}(s) = \exp(-Ls)/(bs+a)$  poznavajući i  $G_p(0)$ . Na osnovu ovih i složenih modela razvijeno je mnogo formula uključujući i ZN formule za podešavanje regulatora od kojih dominiraju PI/PID regulatori [2]. Sve većim razvojem tehnike otvorila se potreba za kvalitetnijom regulacijom. Ovo podrazumijeva bolju karakterizaciju procesa uključujući optimizacione metode

projektovanja regulatora pod ograničenjima na zadate performanse i robusnost sistema upravljanja. Potreba za boljom karakterizacijom procesa primjenom osnovne ideje odnosno metodologije kritičnog eksperimenta koju su predložili ZN i dalje je aktuelna i inspirativna za procjenu dinamike procesa bilo da se radi u vremenskom ili frekvencijskom domenu. Ova dva pravca karakterizacije procesa kritičnim eksperimentom pod određenim uslovima podrazumijeva analizu oblika odziva procesa dobijenih u vremenskom domenu (jedan pravac) i frekvencijskom domenu (drugi pravac) za pretpostavljeni oblik funkcije prenosa modela procesa [3]–[14]. Mnoge od razvijenih metoda primjenom kritičnog eksperimenta se odnose na neregulisan proces (sistem u otvorenoj povratnoj sprezi), tako da je njihova primjena ograničena. Osim toga prisutnost mjernog šuma, nemjerljivog poremećaja i ograničenje na amplitudu kritičnih oscilacija takođe predstavljaju otežavajuće uslove karakterizacije procesa. Frekvencijska karakteristika procesa koja je od interesa za karakterizaciju i adekvatno projektovanje regulatora treba da se nalazi u opsegu učestanosti  $0,5\omega_u \leq \omega \leq 2,5\omega_u$  uključujući  $G_p(0)$  [3]. U skladu sa ovim uslovima za bolju karakterizaciju procesa i adekvatno projektovanje regulatora nedavno je predloženo u radovima [15]–[25] da se kritičnim eksperimentom osim parametara  $k_u$ ,  $\omega_u$  odredi ugao  $\varphi$  (kritični ugao) tangente na Nikvistovu krivu u kritičnoj tački  $(-1/k_u, i0)$  na osnovu kojih je dobijen

opšti model procesa  $G_m^{SM}(s) = \frac{1}{k_u} \frac{A\omega_u \exp(-\tau s)}{s^2 + \omega_u^2 - A\omega_u \exp(-\tau s)}$ ,

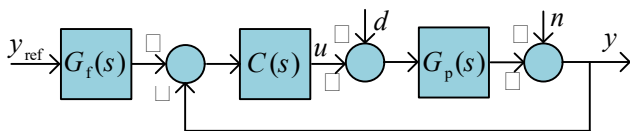
gdje je:  $\tau = \varphi/\omega_u$  i  $A = \omega_u k_u G_p(0)/(1 + k_u G_p(0))$  ili

$A \approx \frac{2}{k_u} \left| \frac{\partial G_p(i\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_u}^{-1}$  ako nije poznato pojačanje procesa

$G_p(0)$ . Ovim pristupom izbor modela procesa pri karakterizaciji se sveo na jedinstven model za sve procese koji zadovoljavaju kritični eksperiment. Tako ovaj opšti model adekvatno aproksimira procese čije se ponašanje može opisati

linearnim matematičkim modelima sa konačno i beskonačno stepeni slobode, uključujući tu konvencionalne sisteme konačne dimenzije, sisteme sa kašnjenjem, sisteme u čijem ponašanju prevladavaju talasni i transportni problemi, kao što su problemi prenosa mase i energije, sistemi koji se opisuju frakcionim diferencijalnim jednačinama itd. Djelimični nedostatak ovoga modela je taj ako je proces sa dominantnim nulama [15]. Naglasimo da metode za procjenu parametara  $k_u, \omega_u, \varphi$  i  $A$  procesa sa određenim modifikacijama primjene relejnog kritičnog eksperimenta i fazno-zaključane petlje (PLL) [15]–[25], zatim metode na osnovu vremenskog odziva na odskočnu pobudu [25], mogu da se izvode na procesu sa regulacijom (proces u zatvorenoj povratnoj sprezi sa regulatorom) ili na procesu pod određenim uslovima bez regulacije (proces u otvorenoj povratnoj sprezi). Osim toga mogu da se primijene i opšte identifikacione metode procesa na osnovu modela ARX (*AutoRegressive with eXternal input*), ARMA (*AutoRegressive Moving Average*), ARMAX (*AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs*), BJ (*Box and Jenkins*), OE (*Output Error*) [26]–[28], itd.

Savremeni zahtjevi pri projektovanju regulatora su najčešće predstavljani kroz odgovarajuće kriterijume optimalnosti sa ograničenjima. Kvalitetan sistem automatskog upravljanja (SAU) je onaj kod koga postoji efikasno potiskivanje poremećaja i ostvarivanje zadate reference. Ova dva zahtjeva su međusobno suprotstavljena, te je rješenje koje je idealno sa stanovišta jednog najčešće neprihvatljivo sa stanovišta drugog. Ovi zahtjevi se ne mogu posmatrati nezavisno jedan od drugog jer čine dio jednog sistema. Stoga se koriste upravljačke strukture kod koje je moguće nezavisno projektovanje regulatora za potiskivanje poremećaja od regulatora za praćenje zadate reference. Formalno se oba ova podsistema mogu svesti na uprošćeni strukturni blok dijagram SAU prikazan na Sl. 1. Pri tome važe sljedeće oznake:  $G_p(s)$  je funkcija prenosa procesa,  $C(s)$  je funkcija prenosa regulatora,  $y_{ref}$  je referentni signal,  $y$  signal na izlazu sistema upravljanja,  $d$  je poremećaj, a  $n$  je mjerni šum. Poremećaj je modelovan tako da se nalazi na ulazu procesa, što je istakao Šinski (*Shinsky*) u [29] navodeći da je to najčešći slučaj u regulaciji procesa u industriji i  $G_f(s)$  je filter na referentni signal.



Slika 1. Uprošćeni strukturni blok dijagram SAU

Pri projektovanju regulatora određeni zahtjevi koji se nameću najčešće mogu da se iskažu preko osnovne četiri funkcije osjetljivosti (*Gang of Four* [30]): funkcija osjetljivosti  $S(s) = 1/(1 + C(s)G_p(s))$ , funkcija komplementarne osjetljivosti  $T(s) = 1 - S(s)$ , funkcija osjetljivosti u odnosu na poremećaj  $S_d(s) = G_p(s)/(1 + C(s)G_p(s))$  i funkcija osjetljivosti u odnosu na mjerni šum  $S_n(s) = C(s)/(1 + C(s)G_p(s))$  [30]–[51]. Jedna od mjera robusnosti sistema se iskazuje preko funkcija  $S(s)$  i  $T(s)$ , tako da se definiše  $M_s = \max_{\omega} |S(i\omega)|$  i  $M_p = \max_{\omega} |T(i\omega)|$ ,

koji za stabilne procese SAU treba da bude u granicama  $1,2 \leq M_s \leq 2$  a  $M_p$  da bude što manje u cilju veće robusnosti SAU. Jedna od mjera performansi SAU da potiskivanje poremećaja bude što je moguće veće se iskazuje preko funkcije  $S_d(s)$ , odnosno da integralni kriterijum (najčešće se koristi IAE (*Integral Absolute Error*) [29]) primijenjen na vremenski odziv funkcije osjetljivosti  $S_d(s)$  u odnosu na poremećaj  $d$  bude minimalan. Tipični test signali poremećaja su jedinični step ili jedinična rampa. Osim toga velika promjena upravljačkog signala može da generiše mjerni šum i da prouzrokuje oštećenje aktuatora tako da se definiše  $M_n = \max_{\omega} |S_n(i\omega)|$  sa ciljem da bude prihvatljiv [33].

Primjenom optimizacionih metoda pod ograničenjima na robusnost/performanse dobija se regulator koji može, a ne mora da bude u izvornoj formi realizabilan. Na primjer, to mogu da budu složeni regulatori sa frakcionim diferencijalnim i integralnim dejstvima. Tako su nedavno razvijene efikasne tehnike za racionalne aproksimacije složenih funkcija prenosa sistema i time se omogućila adekvatna implementacija upravljačkih algoritama i struktura [52]–[54]. Zbog velike primjene PI/PID regulatora prema Honeywell's ispitivanjima [55] koja u industriji prelazi 93% u odnosu na sve ostale regulatore razvijeno je zadnjih godina mnogo savremenih postupaka za njihovo podešavanje [2]. Time se na osnovu opšteg modela procesa opisanog sa četiri parametra  $k_u, \omega_u, \varphi$  i  $A$  izvedene i opšte formule za PI/PID regulator pod ograničenjima iskazanih preko prethodno definisanih funkcija osjetljivosti u smislu adekvatne robusnosti/performanse [17]–[18].

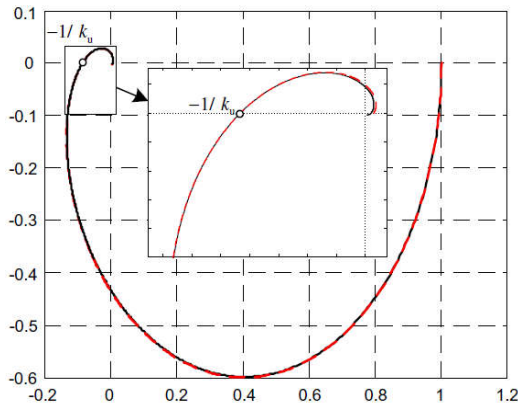
## II. PRIMJENA RELEJNIH TEHNIKA I FAZNO-ZAKLJUČANE PETLJE ZA KARAKTERIZACIJU PROCESA

Još od samog početka harmonijske linearizacije nelinearnih sistema primijećeno je da se u mnogim upravljačkim konturama pri zamjeni regulatora  $C(s)$  sa običnim dvopoložajnim relejom sa simetričnom statičkom karakteristikom uspostavlja režim samooscilacija u odsustvu ulaznog signala  $r$ , bez obzira na amplitudu  $\mu$  izlaznog signala iz releja. Ako se još pretpostavi da je relejna karakteristika bez histereze, pokazuje se da vrijedi  $k_u \approx 4\mu/(\pi A_1)$ , gdje je  $A_1$  – amplituda osnovnog harmonika kružne učestanosti  $\omega \approx \omega_u$  uspostavljenih oscilacija. Koristeći ove principe razvijeno je puno metoda za procjenu parametara  $k_u, \omega_u, G_p(0)$  procesa i odgovarajućih modela [3]–[10]. Zatim su razvijene metode kritičnog eksperimenta za karakterizaciju procesa na principu fazno-zaključane petlje [11]–[12], itd. U skladu sa ovim tehnikama za procjenu parametara  $k_u, \omega_u, \varphi$  i  $A$  procesa i adekvatno projektovanje regulatora (adaptacija upravljanja) razvijene su određene modifikacije relejnog eksperimenta i fazno-zaključane petlje [15]–[24]. Osnovne šeme ovih struktura na primjer za karakterizaciju procesa sa regulacijom prikazane su na Sl. 2 i Sl. 3. Blok  $F$  realizuje se primjenom kaskade adaptivnih filtera propusnika opsega definisanim funkcijom prenosa (1)



Napomenimo da je osjetljivost parametra  $A$  u odnosu na veličinu  $k_u G_p(0)$  mala tako da obrnuta procjena  $k_u G_p(0)$  iz  $A_0$  nije praktična (neprihvatljiva) jer može dovesti do velikih odstupanja. Tačnija procjena parametra  $A$  procesa u radnom režimu u prisutstvu mjernog šuma i poremećaja opterećenja može da se ostvari direktnom procjenom veličine  $k_u G_p(0)$  korišćenjem nekih drugih metoda, bilo da se radi u frekvencijskom ili vremenskom domenu [25]. Na primjer, procjena  $k_u G_p(0)$  na osnovu procjene Nyquistove krive  $G_p(i\omega)$  u više tačaka za zadate vrijednosti  $\theta_{ref} = \arg\{G_p(i\omega)\}$ , itd. Napomenimo da u slučaju višestrukog rješenja jednačine  $\theta_{ref} = \arg\{G_p(i\omega)\}$ , kao i za ona rješenja čiji je  $\arg\{G_p(i\omega)\} > 2\pi$ , PLL koncept zahtijeva apriorno poznavanje učestanosti od interesa. U tom smislu koncepti zasnovani na primjeni releja imaju prednost, jer daju jedinstveno rješenje i eksperimentalne procedure su vremenski kraće.

Na primjer, na Sl. 5 prikazane su Nyquistove krive distribuiranog procesa opisanog funkcijom prenosa  $G_{p13}(s) = 1/\cosh\sqrt{2s}$  i odgovarajućeg modela  $G_{m13}^{SM}(s)$ , za  $k_u = 11,5919$ ,  $\omega_u = 9,8696$ ,  $\tau = 0,0796$  i  $A = 9,0858$ .



Slika 5. Nyquistove krive procesa  $G_p(i\omega)$  (puna crna linija) i njegovog odgovarajućeg modela  $G_m^{SM}(i\omega)$  (isprekidana crvena linija) [15]

Očigledno sa Sl. 5 dobijene Nyquistove krive se praktično poklapaju [15].

### III. KLASIFIKACIJA ŠIROKE KLASSE PROCESA U RAVNI DVA PARAMETRA

Normalizacijom opšteg modela  $G_m^{SM}(s)$  procesa po vremenu  $\omega_u t$  odnosno u kompleksnom domenu  $s/\omega_u$  i po amplitudi sa  $k_u G_m^{SM}(s)$  dobija se opšti normalizovani model

$$G_m^{SM}(s_n) = \frac{\rho \exp(-\varphi s_n)}{s_n^2 + 1 - \rho \exp(-\varphi s_n)}, \quad (5)$$

u funkciji dva parametra  $\rho = A/\omega_u$  i  $\varphi$  [18]. Na Sl. 6 prikazan je region stabilnosti  $0 < \varphi < \pi/\sqrt{\rho+1}$ ,  $0 < \rho < 1$  i klasifikacija široke klase procesa  $G_{pi}(s)$ ,  $i = \overline{1,14}$  dobijene karakterizacijom u parametarskoj  $\rho - \varphi$  ravni [18]

$$G_{p1}(s) = \frac{e^{-s}}{Ts+1}, \quad 0,02 \leq T \leq 1000, \quad G_{p2}(s) = \frac{e^{-s}}{(Ts+1)^2}, \quad 0,01 \leq T \leq 500$$

$$G_{p3}(s) = \frac{1}{(s+1)(Ts+1)^2}, \quad 0,005 \leq T \leq 10, \quad G_{p4}(s) = \frac{1}{(s+1)^n}, \quad 3 \leq n \leq 8,$$

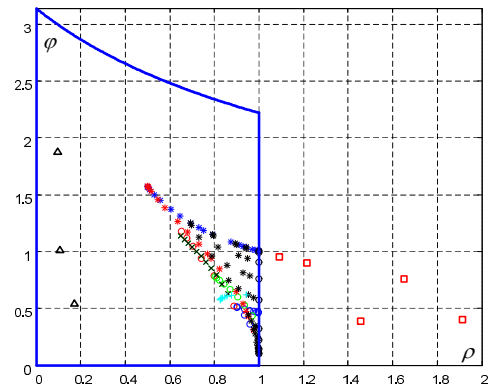
$$G_{p5}(s) = \frac{1}{(s+1)(\alpha s+1)(\alpha^2 s+1)(\alpha^3 s+1)}, \quad 0,1 \leq \alpha \leq 0,9,$$

$$G_{p6}(s) = \frac{e^{-sL_1}}{s(s(1-L_1)+1)}, \quad 0,01 \leq L_1 \leq 1, \quad G_{p7}(s) = \frac{T}{(Ts+1)((1-L_1)s+1)} e^{-sL_1}$$

$$T = 1,2,5,10, \quad 0,01 \leq L_1 \leq 1, \quad G_{p8}(s) = \frac{1-\alpha s}{(s+1)^3}, \quad 0,1 \leq \alpha \leq 1,1,$$

$$G_{p9}(s) = \frac{1}{(s+1)(T^2 s^2 + 1,4Ts + 1)}, \quad 0,1 \leq T \leq 1, \quad G_{p10}^{\square}(s) = \frac{e^{-Ls}}{(s^2 + 0,1s + 1)},$$

$$L = 0,5;1;2, \quad G_{p11}^{\square}(s) = \frac{e^{-Ls}}{(5s-1)(2s+1)(0,5s+1)}, \quad L = 0,5;1, \quad G_{p12}^{\square}(s) = \frac{4e^{-Ls}}{4s-1}, \quad L = 0,5;1;2, \quad G_{p13}(s) = 1/\cosh\sqrt{2s}, \quad G_{p14}(s) = e^{-\sqrt{s}}.$$



Slika 6. Klasifikacija široke klase procesa  $G_{pi}(s)$ ,  $i = \overline{1,14}$  u parametarskoj  $\rho - \varphi$  ravni [18]

Na osnovu ove klasifikacije procesa omogućeno je projektantu da unaprijed razvije bazu i strukture regulatora koji mogu da zadovolje zadate performanse/robusnost i mogućnosti za adekvatnu adaptaciju sistema upravljanja [15]–[25].

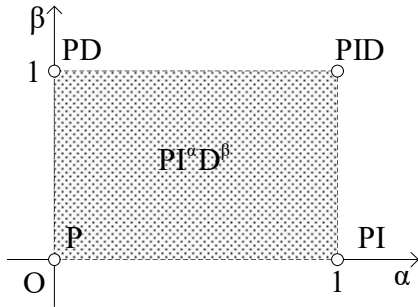
### IV. SAVREMENI POSTUPCI PROJEKTOVANJA REGULATORA

Kvalitetan sistem automatskog upravljanja (SAU) je onaj kod koga postoji efikasno potiskivanje poremećaja (min(IAE) [29]) i ostvarivanje zadate reference pod datim uslovima na funkcije osjetljivosti  $S$ ,  $T$ ,  $S_d$  i  $S_n$  u cilju dobijanja odgovarajuće performanse i robusnosti [30]–[51]. Osim ovih uslova mogu da se u nekim slučajevima koriste alternativni uslovi kao što su pretek pojačanja, pretek faze, položaj dominantnih polova, vrijeme uspostavljanja stacionarnog stanja vremskog odziva sistema, preskok itd. U tom smislu se formiraju kriterijumske funkcije za optimizaciju parametara regulatora pod zadatim uslovima na funkcije osjetljivosti ili korišćenjem alternativnih uslova. Zbog toga moraju da se pretpostave određeni opšti tipovi regulatora odnosno upravljanje, bilo da se radi u vremenskom ili frekvencijskom domenu. Na primjer, ako se pretpostavi frakcioni PID regulator ( $PI^{\alpha}D^{\beta}$ ) opisan funkcijom prenosa



$$C(s) = \frac{k + k_i / s^\alpha + k_d s^\beta}{(T_f s + 1)^\beta}, \quad (6)$$

gdje su  $k, k_i, k_d, T_f, \alpha$  i  $\beta$  realni parametri koji se određuju nekom od metoda projektovanja da zadovolji zadate uslove SAU. Na Sl. 7 u parametarskoj ravni  $\alpha, \beta$  prikazan je  $PI^\alpha D^\beta$ , koji se za određene vrijednosti parametara  $\alpha$  i  $\beta$  svodi na konvencionalne regulatore: P, PI, PD, PID, itd.



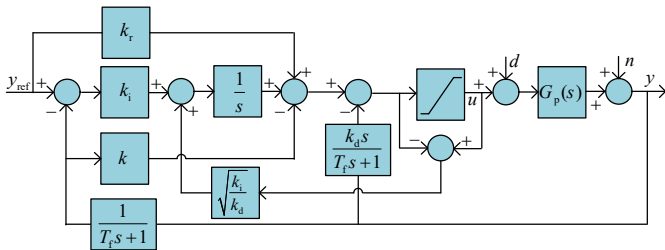
Slika 7. Parametarska ravan  $PI^\alpha D^\beta$  regulatora [56]

Na sličan način može da se pretpostavi frakcioni PIDC regulator ( $PI^\alpha D^\beta C^\gamma$ ) opisan funkcijom prenosa

$$C(s) = \frac{k + k_i / s^\alpha + k_d s^\beta}{(T_f s + 1)^\beta} \left( \frac{bs + 1}{as + 1} \right)^\gamma, \quad (7)$$

kome odgovara kaskadna veza  $PI^\alpha D^\beta$  regulatora sa frakcionim kompenzatorom  $((bs + 1)/(as + 1))^\gamma$ , itd.

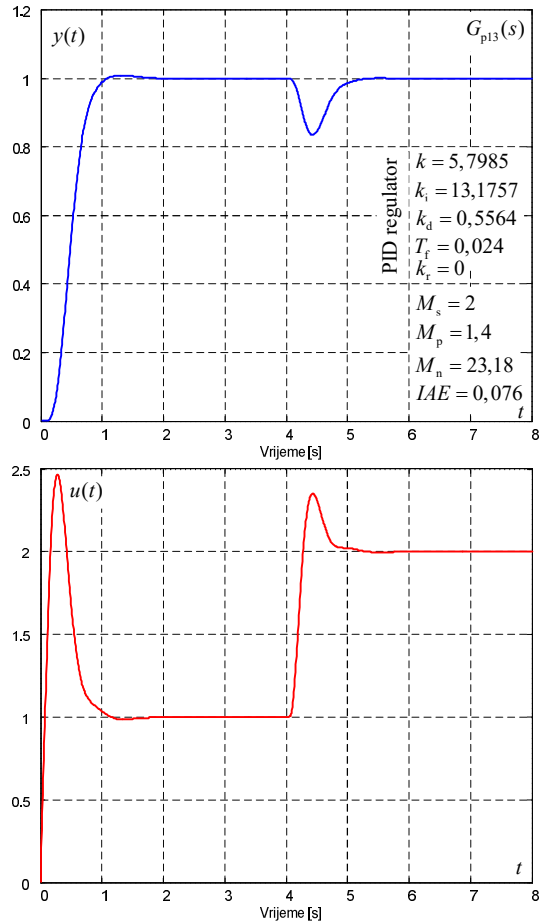
Kao što se da primijetiti iz (6) i (7), složenost regulatora i broj nepoznatih parametara može da oteža metode projektovanja SAU. Ovo je motivisalo mnoge istraživače za razvijanje novih postupaka projektovanja upravljačkih algoritama uključujući prije svega optimizacione tehnike [30]–[51].



Slika 8. Strukturni blok dijagram SAU sa izmještenim diferencijalnim i proporcionalnim dejstvom PID regulatora i uključenim elementima protiv navijanja integralnog dejstva [30]–[32]

Na primjer za distribuirani proces  $G_{p13}(s)$ , kome odgovara aproksimativni model  $G_{m13}^{SM}(s)$  dobijen nekom od metoda karakterizacije, projektovan je optimalni PID regulator pod ograničenjem na  $M_s = 2$  i  $M_n = 2k_u$  sa upravljačkom strukturom prikazanoj na Sl. 7 tako da je dobijeno (Sl. 8)

efikasno potiskivanje poremećaja i ostvarivanje zadate reference [15], [17]–[18], [40].



Slika 9. Odskočni odzivi SAU: izlaz  $y(t)$  i upravljanje  $u(t)$  na referentni signal  $Y_{ref}(s) = 1/s$  i poremećaj  $D(s) = \exp(-4s)/s$

Za kriterijumsku funkciju u optimizacionoj proceduri PID pod ograničenjima u frekvencijskom domenu [18] korišćeno je proporcionalno pojačanje regulatora (maxk) koje daje najbolji kompromis performanse/robusnost [40]. Inače u široj literaturi za kriterijumsku funkciju se koristi integralno pojačanje (maxki) [31]–[39]. U opštem slučaju optimizacione procedure u vremenskom domenu su zahtjevnije zbog složenosti funkcija prenosa procesa sa regulatorom u SAU i odgovarajućeg preslikavanja u vremenski domen. Zbog toga u algoritmima ovoga tipa mora da postoji numeričko računanje inverzne Laplaceove transformacije kao i druge numeričke tehnike vezano za datu optimizacionu proceduru. Najčešće korišćeni kriterijumi su IAE ili ITAE (Integral of Time-weighted Absolute Error) u odnosu na test signal poremećaja [29]. Takođe, zavisno od složenosti regulatora i optimizacione tehnike često se koriste višekriterijumske funkcije pod određenim ograničenjima, itd.

#### A. Realizacija upravljačkih algoritama

Realizacija sistema upravljanja se izvodi u digitalnom domenu dok se projektovanje regulatora može izvesti u oba domena. Ako su proces i regulator racionalne funkcije prenosa

u današnje vrijeme digitalne tehnike oba pristupa projektovanja regulatora su ravnopravna jer se iz kontinualnog domena direktno može preći u digitalni domen odgovarajućim transformacijama bez narušavanja kvaliteta regulacije. Ako regulator (6), (7) ili proces nisu oblika racionalne funkcije prenosa projektovanje se izvodi u kontinualnom domenu pa se potom regulator aproksimira u frekvencijskom domenu racionalnom funkcijom prenosa u kontinualni domen odnosno digitalni domen [52]– [54]. Racionalna aproksimacija mora da obuhvati amplitudsku i faznu frekvencijsku karakteristiku složenog regulatora sa minimalnim odstupanjem da bi se očuvao kvalitet regulacije. U opštem slučaju transformacije kontinualnog domena u digitalni domen zadnjih 50 godina su veoma aktuelne bilo da se radi u vremenskom ili frekvencijskom domenu.

### B. Analitičke metode projektovanja PI/PID regulatora

Osnovna ideja za analitičke metode projektovanja PI/PID regulatora potiče od Ziegler-Nichols 1942. godine [1] koji su prvi dali formule u analitičkom obliku za podešavanje regulatora. Od tada pa do danas razvijeno je mnogo analitičkih formula za podešavanje PI/PID regulatora [2]. Nedostatak numeričkih metoda za projektovanje regulatora su početne vrijednosti koje su nepoznate i od kojih zavisi dobijeno rješenje. Zbog savremenih zahtjeva pri projektovanju regulatora javila se potreba za efikasnim analitičkim formulama PI/PID regulatora zbog velike primjene u industriji koja prelazi 93% u odnosu na sve ostale regulatore prema Honeywell's ispitivanjima [54]. Tako su nedavno razvijene nove opšte analitičke formule PI/PID regulatora za sve procese koje zadovoljavaju uslov kritičnih oscilacija [17], [18], [22]– [24].

Osnovno pravilo za projektovanje bilo kog regulatora je to da prije svega efikasno potisne poremećaj. Kako je na osnovu SAU strukture sa Sl. 1,  $Y_d(s) = S_d(s)D(s)$ , kada su ostali ulazi

nula ili  $Y_d(s) = (1 - T(s))G_p(s)D(s)$ . Idealno bi bilo da funkcija osjetljivosti  $S_d(s)$  potisne poremećaj po svim frekvencijama na nulu, odnosno da vrijedi  $T(s) = 1$ , što nije moguće. Zato se pretpostavi  $T_z(s)$  na osnovu poznavanja funkcije prenosa procesa [17], [51]. U cilju projektovanja regulatora  $C(s)$ , u [51] je uvedena upravljačka struktura sa regulatorom  $C^*(s)$  na ekvivalentni model

$$G_p^*(s) = \frac{A\omega_u \exp(-\tau s)}{s^2 + \omega_u^2} \approx \frac{k_u G_p(s)}{1 + k_u G_p(s)}$$

potiskivanja poremećaja na ulazu  $G_p^*(s)$  i na ulazu  $G_p(s)$  je ekvivalentna [51]. Za model  $G_p^*(s)$  bira se komplementarna funkcija osjetljivosti u obliku  $T_z(s) = N(s) \exp(-\tau s) / P(s)$ ,  $N(s) = (\eta_2 s^2 + \eta_1 s + 1)$  i  $P(s) = (\lambda^2 s^2 + 2\zeta\lambda s + 1)^2$ , gdje su  $\lambda > 0$  vremenska konstanta,  $\zeta > 0$  faktor relativnog prigušenja a parametri  $\eta_1$  i  $\eta_2$  su slobodni parametri koji se određuju da se efikasno potisne poremećaj. Regulator  $C^*(s)$  definisan je relacijom  $C^*(s) = \frac{T_z(s)}{1 - T_z(s)} \frac{1}{G_p^*(s)}$ , odakle se dobija

$$C^*(s) = \frac{1}{A\omega_u} \frac{(s^2 + \omega_u^2)(\eta_2 s^2 + \eta_1 s + 1)}{(\lambda^2 s^2 + 2\zeta\lambda s + 1)^2 - e^{-\tau s}(\eta_2 s^2 + \eta_1 s + 1)}$$

Ostaje još oblikovanje dinamičke greške koje možemo izvesti skraćivanjem polova  $s_{p1,2} = \pm i\omega_u$  modela  $G_p^*(s)$  nulama polinoma  $((\lambda^2 s^2 + 2\zeta\lambda s + 1)^2 - e^{-\tau s}(\eta_2 s^2 + \eta_1 s + 1))|_{s=\pm i\omega_u} = 0$ , odakle se određuju parametri  $\eta_1$  i  $\eta_2$ . Na ovaj način odabirom slobodnog parametra  $\lambda$  ostavlja se operateru da može adekvatno potisnuti poremećaj, a da ne naruši ostala ograničenja SAU.

TABELA I. ANALITIČKE FORMULE PODEŠAVANJA PI/PID REGULATORA ZA OPŠTI MODEL PROCESA DEFINISAN SA ČETIRI PARAMETRA  $k_u, \omega_u, \tau$  I  $A$  [17]

Opšti model procesa	PI	PID
$G_m^{SM}(s) = \frac{1}{k_u} \frac{A\omega_u \exp(-\tau s)}{s^2 + \omega_u^2 - A\omega_u \exp(-\tau s)}$	$C_{PI}(s) = k + \frac{k_i}{s}$	$C_{PID}(s) = \frac{k_i + ks + k_d s^2}{s(T_f s + 1)}$
	$k_i = a_0, \quad k = a_1$	$T_f = a_2 / (M_n - a_1)$ , ili $T_f = \lambda / N$ , $N > 2$ $k_i = a_0, \quad k = a_1 + a_0 T_f, \quad k_d = a_2 + a_1 T_f$
$a_0 = k_u \beta_1, \quad a_1 = a_0(\eta_1 - \beta_2) + k_u, \quad a_2 = a_0(\eta_2 - \beta_3 + 1/\omega_u^2) - (a_1 - k_u)\beta_2$		
$\beta_1 = \frac{\omega_u}{A(4\zeta\lambda + \tau - \eta_1)}, \quad \beta_2 = \frac{2\lambda^2(1 + 2\zeta^2) - \tau^2/2 + \eta_1\tau - \eta_2}{4\zeta\lambda + \tau - \eta_1}, \quad \beta_3 = \frac{4\zeta\lambda^3 + \tau^3/6 - \eta_1\tau^2/2 + \eta_2\tau}{4\zeta\lambda + \tau - \eta_1}$		
$\eta_1 = \frac{\alpha_1 \sin(\omega_u \tau) + \alpha_2 \cos(\omega_u \tau)}{\omega_u}, \quad \eta_2 = \frac{\alpha_2 \sin(\omega_u \tau) - \alpha_1 \cos(\omega_u \tau) + 1}{\omega_u^2}$		
$\alpha_1 = \lambda^4 \omega_u^4 - 2\lambda^2 \omega_u^2(1 + 2\zeta^2) + 1, \quad \alpha_2 = 4\zeta\lambda \omega_u(1 - \lambda^2 \omega_u^2)$		

Parametri konvencionalnog PID regulatora u formi (6) za  $\alpha = \beta = 1$ , dobijaju se razvojem funkcije  $f(s) = s(T_f s + 1)(C^*(s) + 1)k_u$ , u Maklorenov red po  $s$  koristeći prva tri člana razvoja  $f(s) \approx f(0) + f'(0)s + 0.5f''(0)s^2$ , kome odgovaraju  $k_i = f(0)$ ,  $k = f'(0)$  i  $k_d = f''(0)/2$ . Konstanta filtra definisana sa  $T_f = \frac{\text{sign}(k_u)k_d}{M_n}$ , je određena na osnovu jenačine  $2T_f M_n - \text{sign}(k_u)f''(0) = 0$  data u tabeli 1 sa ostalim parametrima PID regulatora za sve procese koje zadovoljavaju uslov kritičnih oscilacija. Analognim postupkom se dobijaju i parametri PI regulatora, čije analitičke formule su takođe date u tabeli 1. Ova metodologija je uspješno primjenljiva i aktuelna za projektovanje složenih regulatora [21], [51], [57] i struktura upravljanja [58], [59].

#### ZAKLJUČAK

Sinteza sistema automatskog upravljanja najčešće polazi od modela procesa te je u radu predstavljen jedan opšti model  $G_m^{SM}(s)$  za sve procese koji zadovoljavaju kritični eksperiment. Opšti model je definisan sa četiri parametra  $k_u, \omega_u, \varphi$  i  $A$ , koji se određuju nekom od metoda karakterizacije procesa od kojih se u radu istaknute primjene relejnih tehnika i fazno-zaključanih petlji. Pored toga, široka klasa procesa može se predstaviti u parametarskoj  $\rho - \varphi$  ravni, odakle se za željeno  $M_s$  i  $M_n$  direktno mogu dobiti parametri PID regulatora iz *look-up* tabela na osnovu ranije definisane procedure projektovanja. Cilj SAU je da se pogodnim izborom kriterijumske funkcije za optimizaciju regulatora pod zadatim uslovima na funkcije osjetljivosti  $S, T, S_d$  i  $S_n$  ostvari efikasno potiskivanje poremećaja i adekvatni indeksi robusnosti i performanse. Zbog dominantne primjene PI/PID regulatora u procesnoj industriji, na kraju rada su date i analitičke formule za njihovo podešavanje.

#### ZAHVALNICA

Autor Tomislav Šekara zahvaljuje se za podršku Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije, projekat TR33020.

Autor se posebno zahvaljuje svojim kolegama, prof. dr Slobodanu Milojkoviću, prof. dr Milanu Rapaću, prof. dr Milici Naumović i mr Marku Boškoviću na podršci i stručnim sugestijama pri izradi ovoga rada.

#### LITERATURA

- [1] J. G. Ziegler, N. B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers", *Trans. ASME*, Vol. 64, pp. 759-768, 1942.
- [2] A. O'Dwyer, *Handbook of PI and PID controller tuning rules*, Imperial College Press 3rd edition, 2009.
- [3] Ja. V. Rotač, *Design and Tuning of Industrial Control Systems (in Czech)*. SNTL, Prague, 1964.
- [4] K. J. Aström, T. Häggglund, "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins", *Automatica*, Vol. 20, pp. 645-651, 1984.
- [5] H. Lee, Q. G. Wang, K. K. Tan, "A modified relay-based technique for improved critical point estimation in process control", *IEEE Transactions on Control System Technology*, Vol. 3, pp. 330-337, 1995.
- [6] I. Kaya, D. P. Atherton, "Parameter Estimation from Relay Autotuning with Asymmetric Limit Cycle Data". *Journal of Process Control*, Vol. 11, pp. 429-439, 2001.
- [7] C.C. Hang, K. J. Aström, Q. G. Wang, "Relay feedback auto-tuning of process controllers – a tutorial review", *Journal of Process Control*, Vol. 12, pp. 143-162, 2002.
- [8] R. C. Panda, C. C. Yu, "Shape Factor of Relay Response Curves and Its Use in Autotuning". *Journal of Process Control*, Vol. 15, pp. 893-906, 2005.
- [9] S. Majhi, "Relay Based Identification of Processes with Time Delay". *Journal of Process Control*, Vol. 17, pp. 93-101, 2007.
- [10] T. Liu, F. Gao, "A Generalized Relay Identification Method for Time Delay and Non-minimum Phase Processes". *Automatica*, Vol. 45, pp. 1072-1079, 2009.
- [11] J. Crowe, M. A. Johnson, "Process identifier and its application to industrial control", *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, Vol. 147, pp. 196-204, 2000.
- [12] D. W. Clarke, J. W. Park, "Phase-locked loops for plant tuning and monitoring". *IEE Proceedings on Control Theory and Applications*, Vol. 150, pp. 155-169, 2003.
- [13] C. C. Hang, K. J. Aström, W. K. Ho, "Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula", *IEE Proceedings of Control Theory and Applications*, Vol. 138, pp. 111-118, 1991.
- [14] K. J. Aström, T. Häggglund, "Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control", *Journal of Process Control*, Vol. 14, pp. 635-650, 2004.
- [15] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "Revisiting the Ziegler-Nichols process dynamics characterization". *Journal of Process Control*, Vol. 20, pp. 360-363, 2010.
- [16] T. B. Šekara, M. R. Mataušek, "Comparative analysis of the relay and phase-locked loop experiment used to determine ultimate frequency and ultimate gain". *ELECTRONICS*, Vol. 14, pp. 77-81, 2010.
- [17] M.R. Mataušek, T.B. Šekara, "PID controller frequency-domain tuning for stable, integrating and unstable processes, including dead-time". *Journal of Process Control*, Vol. 21, pp. 17-27, 2011.
- [18] T. B. Šekara, M. R. Mataušek, "Classification of dynamic processes and PID controller tuning in a parameter plane". *Journal of Process Control*, Vol. 21, pp. 620-626, 2011.
- [19] T. B. Šekara, M. R. Mataušek, "Relay-based critical point estimation of a process with the PID controller in the loop". *Automatica*, Vol. 47, pp. 1084-1088, 2011.
- [20] T.B. Šekara, M. R. Mataušek, "Robust process identification by using Phase-Locked-Loop" (in Serbian). *Proceedings of Conference Infoteh-Jahorina*, Bosnia and Herzegovina, Vol. 10, pp. 18-21, 2011.
- [21] T. B. Trifunović, T.B. Šekara, "Tuning formulae for PID/PIDC controllers of processes with the ultimate gain and ultimate frequency" (in Serbian), *Proceedings of Conference Infoteh-Jahorina*, Bosnia and Herzegovina, Vol. 10, pp. 12-17, 2011.
- [22] T.B. Šekara, M. R. Mataušek, *PID controller tuning based on the classification of stable, integrating and unstable processes in a parameter plane*. In: Serra. GLO, editor. *Frontiers in advanced control systems*. InTechOpen, pp.117-142, 2012.
- [23] T.B. Šekara, M. R. Mataušek, "Nove formule podešavanja PI regulatora za industrijske procese sa integralnim dejstvom". *Vojnotehnički glasnik*, Vol. 61, pp. 7-20, 2013.
- [24] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "Nove formule podešavanja PID regulatora sa dva stepena slobode u frekvencijskom domenu", *INFOTEH-JAHORINA*, vol. 11, pp. 976-981, March 2012.
- [25] M.R. Mataušek, T.B. Šekara, "A fast closed-loop process dynamics characterization". *ISA Transactions*, Vol. 53, pp. 489-496, 2014.
- [26] L. Ljung, *System Identification, Theory for the User*, 2nd ed., Prentice-Hall, Inc., 1999.
- [27] Karel J. Keesman, *System Identification, An Introduction*. Springer, 2011.

- [28] R. Iserman, M. Münchhof, *Identification of Dynamic Systems, An Introduction with Applications*. Springer, 2011.
- [29] F. G. Shinskey, *Process Control Systems: Application, Design, and Tuning*, 4th Edition, McGraw-Hill Inc., New York, USA (1996).
- [30] K. J. Åström, R. M. Murray, *Feedback systems, An Introduction for scientists and engineers*, Princeton University, 2008.
- [31] K.J. Åström, T. Hägglund, "PID Controllers: Theory, Design and Tuning", Instrument Society of America, N. Carolina, USA, 1995.
- [32] K. J. Åström, R. M. Murray, *Advanced PID Control*, ISA Instrumentation, Systems and Automation Society, 2006.
- [33] O. Garpinger, *Analysis and Design of Software-Based Optimal PID Controllers*, Lund University, Department of Automatic Control, Sweden, 2015.
- [34] H. Panagopoulos, K.J. Åström and T. Hägglund, "Design of PID controllers based on constrained optimization", *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, ol. 149, pp. 32-40 January 2002.
- [35] A. Wallen, K. J. Åström, and T. Hägglund, Loop-shaping design of PID controllers with constant  $T_I/T_D$  ratio", *Asian Journal of Control*, Vol. 4, pp. 403-409, December 2002.
- [36] A.J. Isaksson and S.F. Graebe, "Derivative filter is an integral part of PID design", *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol.149, pp. 41-45, January 2002.
- [37] C. Hwang and C-Y. Hsiao, "Solution of non-convex optimization arising in PI/PID control design", *Automatica*, Vol. 38, pp. 1895-1904, November 2002.
- [38] B. Kristiansson and B. Lennartson, "Evaluation and simple tuning of PID controllers with high-frequency robustness", *Journal of Process Control*, vol..16, pp. 91-102, February 2006.
- [39] B. Kristiansson and B. Lennartson, "Robust tuning of PI and PID controllers: using derivative action despite sensor noise" *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 55-69, February 2006.
- [40] T.B. Šekara and M.R. Mataušek, "Optimization of PID controller based on maximization of the proportional gain under constraints on robustness and sensitivity to measurement noise ", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 54, no.1, pp.184-189, Jan. 2009.
- [41] P.O. Larsson, T. Hägglund, "Control signal constraints and filter order selection for PI and PID controllers", in: American Control Conference, San Francisco, CA, USA, pp. 4994-4999, 2011.
- [42] O. Garpinger, T. Hägglund, K. J. Åström, "Criteria and Trade-offs in PID Design", *IFAC Proc. Volumes*, Vol. 45, Issue 3, pp. 47-52, 2012.
- [43] T. Hägglund, "A unified discussion on signal filtering in PID control", *Control Engineering Practice*, Vol. 21, pp. 994-1006, Aug. 2013.
- [44] V.R. Segovia, T. Hägglund, K.J. Åström, "Measurement noise filtering for PID controllers", *Journal of Process Control*, Vol. 24, pp. 299-313, 2014.
- [45] O. Garpinger, T. Hägglund, "Software-based optimal PID design with robustness and noise sensitivity constraints", *J. Process Control*, Vol 33, pp. 90-101, 2015.
- [46] K. Soltesz, C. Grimholt, S. Skogestad, "Simultaneous design of proportional-integral-derivative controller and measurement filter by optimisation", *IET Control Theory&Applications*, pp.1-16, Nov. 2016.
- [47] T.B. Šekara, M.R. Rapaić, M.P. Lazarević, "Optimal tuning of fractional PIDC $^\alpha$  controller in the frequency domain", in Proc. International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications (ICFDA)-Catania, pp. 1-4, June 2014.
- [48] Q-G Wang, Z. Zhang, K.J. Åström, "Guaranteed dominant pole placement with PID controllers", *Jou Process Control*, vol. 19, pp. 349-352, 2009.
- [49] P.D. Mandić, T.B. Šekara, M.P. Lazarević, M. Bošković, "Dominant pole placement with fractional order PID controller: D-decomposition approach", *ISA Transactions*, 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.isatra.2016.11.013>
- [50] T.B. Šekara, M.R. Rapaić, "A revision of root locus method with applications", *Journal of Process Control*, vol. 34, pp. 26-34, 2015.
- [51] T.B. Šekara, M.B. Trifunović, V. Govedarica, "Frequency domain design of a complex controller under constraints on robustness and sensitivity to measurement noise". *ELECTRONICS*, Vol. 15, pp. 40-44, 2011.
- [52] T. B. Šekara, M. R. Rapaić, M. P. Lazarević, "An Efficient Method for Approximation of Non-Rational Transfer Functions", *ELECTRONICS*, Vol. 17, pp. 40-44, 2013.
- [53] T. B. Šekara, M. R. Rapaić, M. P. Lazarević, *Fractional calculus theory, (On discrete, finite-dimensional approximation of linear, infinite dimensional systems, Book Chapter)*, pp. 257-274, 2014.
- [54] M. Č. Bošković, T. B. Šekara, M. R. Rapaić, M. Lazarević, P. Mandić, "A novel ARX-based discretization method for linear non-rational system" International Conference on Fractional Differentiation and its Applications, Novi Sad, 2016.
- [55] L. Desbrough, R. Miller, "Increasing customer value of industrial control performance monitoring—Honeywell's experience", in: Sixth International Conference Chemical Process Control, AIChE Symposium Series Number 326, vol. 98, 2002.
- [56] T. B. Šekara, *Fracioni sistemi upravljanja*, Elektrotehnički fakultet u Istočnom Sarajevu, 2011.
- [57] M. Č. Bošković, T. B. Šekara, M. R. Rapaić, V. Govedarica, "Novel tuning rules for stable dead-time processes with dominant left half-plane zero" XI International Symposium on Industrial Electronics – INDEL, Banja Luka, 2016.
- [58] J.E. Normey-Rico, E.F. Camacho, "Unified approach for robust dead-time compensator design", *J Process Control*, vol. 19, pp. 38-47, 2009.
- [59] M. Shamsuzzoha, M. Lee, Enhanced disturbance rejection for open-loop unstable process with time delay, *ISA Transactions*, pp. 237-244, 2009.

#### ABSTRACT

This paper presents modern characterization methods for large class of industrial processes applying critical experiment including modern methods of design, analysis, optimization and implementation of conventional control algorithms. It is especially emphasized those process characterization methods using relay techniques and phase locked loops in order to form a general process model which serves as a base to design adequately the controller. This general process model adequately approximates processes which behaviour can be described with linear mathematical models with finite and infinite degrees of freedom, including conventional finite dimension systems, time-delayed systems, systems whose behaviour is dominated by a wave and transport problems such as mass and energy transfer problems, systems which are described with fractional differentiation equations. Based on characterization, this paper also gives an focus to design PI/PID controllers due to their large application in industry which exceeds 93% in comparison with all the other controllers according to Honeywell's surveys. At the end, analytical methods to design PI/PID controllers are presented.

#### MODERN METHODS OF DESIGN, ANALYSIS, OPTIMIZATION AND IMPLEMENTATION OF CONVENTIONAL CONTROL ALGORITHMS FOR PROCESSES WITH FINITE AND INFINITE DEGREES OF FREEDOM

Invited paper

Tomislav B. Šekara