

Razvoj programa za numeričko određivanje magnetskih polja posebnih struktura – konačno rešenje

Karolina Kasaš-Lazetić, Dejana Herceg,

Gorana Mijatović

Departman za energetiku, elektroniku i telekomunikacije

Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Novi Sad, R. Srbija

kkasas@uns.ac.rs, vuletic@uns.ac.rs, gorana86@uns.ac.rs

Miroslav Prša, penzionisan sa

Departmana za energetiku, elektroniku i telekomunikacije

Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Novi Sad, R. Srbija

prsa@uns.ac.rs

Sažetak—U ovom radu je prikazan nastavak razvoja računarskog programa koji se koristi za određivanje vremenski konstantnog, dvodimenzionalnog magnetskog polja u elektromehaničkim pretvaračima specifičnih struktura, u kojima se javlja ciklično ponavljanje pojedinih segmenata. Program koji je razvijen, zasniva se na iterativnoj primeni metode konačnih elemenata. U radu je predstavljen postupak za značajno smanjenje obima matematičkih operacija korišćenih u proračunima. Osim toga, detaljno je opisan proces ispitivanja mogućnosti poboljšanja konvergencije, kao i određivanje najboljeg kriterijuma za definiciju kraja iterativnog ciklusa. Na kraju je nelinearnost korišćenog materijala obuhvaćena postojećim iterativnim procesom. Verifikacija poboljšane verzije programa izvršena je upoređivanjem rezultata iterativnog računanja sa rezultatima dobijenim računanjem magnetskog polja po celom poprečnom preseku modela koračnog motora sa promenljivom reluktansom.

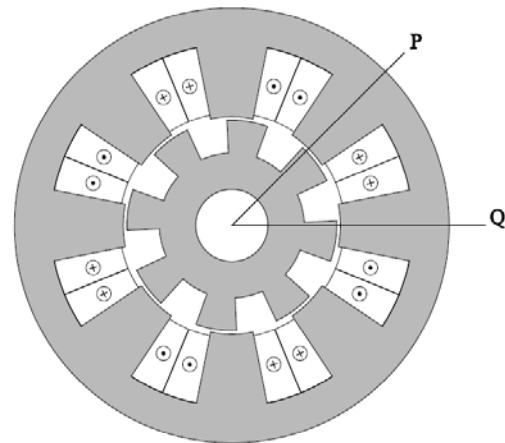
Ključne reči—magnetsko polje; MKE; iterativni postupak; elektromehanički pretvarači posebne geometrije; kriterijum konvergencije

I. UVOD

Kao što je konstatovano i prikazano u [1], u nekim posebnim situacijama je pogodnije razviti sopstveni program, umesto korišćenja standardnih računarskih paketa, pri čemu bi se taj program primenjivao na sasvim određenu klasu problema.

U praksi se vrlo često dešava da je geometrija rotirajućih elektromehaničkih pretvarača takva, da se određeni segment posmatrane strukture ciklično ponavlja duž oboda pretvarača. Dato ciklično ponavljanje omogućuje, da se, u iterativnom procesu rezultati računanja u određenim tačkama, duž pravca konstantnog ugla jedne iteracije, koriste kao poznati granični uslovi naredne iteracije. Time se izbegava računanje u velikom broju tačaka celog poprečnog preseka i ostvaruje se značajna ušteda računarskih resursa.

Kao primer korišćenja razvijenog programa opisanog u [1], metod je primenjen na pojednostavljen model elektromehaničkog pretvarača u vidu koračnog motora sa promenljivom reluktansom, čiji je poprečni presek prikazan na Sl. 1.



Slika 1. Poprečni presek usvojenog pojednostavljenog modela posmatranog elektromehaničkog pretvarača.

Na Sl. 1 su, linijama P i Q, označene granice segmenta koji se ponavlja duž obima pretvarača, a kao što je detaljno opisano u [1], ceo problem je rešavan metodom konačnih elemenata.

U ovom radu je prikazano rešavanje određenih problema, koji su se pojavili u razvoju programa. Ti problemi su vezani za određivanje optimalnog broja dodatnih linija, koje opisuju granične uslove, kao i na konvergenciju iterativnog postupka.

U prethodnom radu je već napomenuto da, zbog specifičnosti geometrije i velikih, skokovitih, promena parametara sredine, konvergencija predloženog iterativnog postupka zahteva posebnu pažnju, tako da je, u ovom radu detaljno opisan ceo problem i prikazano usvojeno rešenje.

II. TEORIJSKA OSNOVA ZA RAZVOJ PROGRAMA

Pošto je osnovna ideja za razvoj programa nazvanog ITMP (Iterativni pristup računanju Magnetskog Polja), prikazana u [1], u ovom delu će biti ponovljene samo osnovne postavke, neophodne za nastavak razmatranja.

Zahvaljujemo se operatoru distributivnog sistema "EPS Distribucija" d.o.o Beograd na finansijskoj pomoći za učešće i izlaganje rada na 16. Međunarodnom naučno-stručnom simpozijumu INFOTEH-JAHORINA 2017.

Za opisivanje magnetskog polja pretvarača pogodno je korišćenje magnetskog vektor potencijala, \vec{A} , čije ekvipotencijalne površi, pri projektovanju na neku ravan, predstavljaju linije vektora magnetske indukcije, \vec{B} , u toj ravni.

U slučaju vremenski konstantnog magnetskog polja, magnetski vektor potencijal \vec{A} predstavlja rešenje parcijalne diferencijalne jednačine, izvedene u [2],

$$\text{rot}(\text{rot}\vec{A}) = \mu\vec{J}. \quad (1)$$

U skladu sa osnovnim postavkama metode konačnih elemenata (MKE) [3] - [5], potrebno je izvršiti minimizovanje funkcionala

$$F = \int_V \left(\frac{1}{2\mu} |\text{rot}\vec{A}|^2 - \vec{J} \cdot \vec{A} \right) dv, \quad (2)$$

čija je vrednost srazmerna energiji sadržanoj u magnetskom polju pretvarača. Pošto su vektor gustine struje, \vec{J} i magnetski vektor potencijal, \vec{A} kolinearni vektori, njihov skalarni proizvod može da se zameni proizvodom njihovih intenziteta,

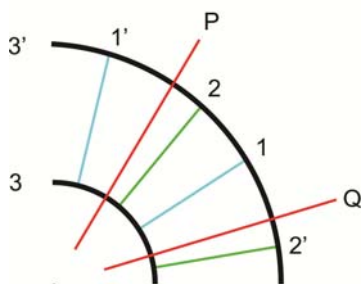
$$\vec{J} \cdot \vec{A} = JA, \quad (3)$$

dok rotor magnetskog vektor potencijala, predstavlja, vektor magnetske indukcije,

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A}. \quad (4)$$

Osnovna ideja za razvoj predložene metode je prikazana na Sl. 2, na kojoj su, osim granica segmenta, linija P i Q, kao primer, ucrtana još 2 para dodatnih linija; linije 1 i 1' i linije 2 i 2'. Ti parovi linija, kao što je objašnjeno u [1], omogućavaju definisanje graničnih uslova izabranog segmenta.

Za započinjanje iterativnog ciklusa, neophodno je izvršiti određene početne, pretpostavke vezane za vrednosti relativne permeabilnosti feromagnetskog materijala od koga je sačinjeno jezgro elektromehaničkog pretvarača. Najčešće se polazi od pretpostavke da je magnetski materijal izotropan, linearan i homogen, konstantne relativne permeabilnosti, μ_r . U daljem toku iterativnog procesa je neophodno pretpostaviti intenzitete



Slika 2. Prikaz segmenta pretvarača (linije P i Q) i dodatnih linija.

magnetskog vektor potencijala u tačkama na granicama domena u kome se određuje magnetsko polje (linije 1' i 2' na Sl. 2). Granice domena, 1' i 2', ne smeju da ostanu nedefinisane, već moraju da budu označene kao granice na kojima su vrednosti magnetskog vektor potencijala poznate, iako se one menjaju od iteracije do iteracije.

Sam iterativni postupak počinje nakon definisanja vrednosti magnetskog vektor potencijala na granicama konstantnog radijusa (linije 3 i 3' na Sl. 2), pretpostavljanjem početnih graničnih vrednosti na granicama konstantnog ugla (linije 1' i 2' na Sl. 2) i računanjem nepoznatih vrednosti unutar domena.

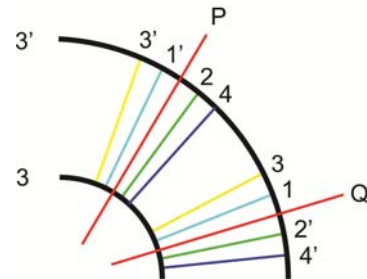
Nakon izračunatih vrednosti od interesa sledi korak u kojem se vrši priprema za narednu iteraciju. Pošto se vrednosti magnetskog vektor potencijala duž obima pretvarača ciklično ponavljaju, izračunate vrednosti magnetskog vektor potencijala duž linije 1 se postavljaju kao nove, poznate vrednosti, ovog puta, duž linije 1'. Isti princip se primenjuje na linije 2 i 2'. Veoma je bitno, da se obrati pažnja na znak prenetih vrednosti, koji zavisi od smera motanja namotaja i smera struje u namotajima.

Ovim postupkom se postavljaju nove granične vrednosti za sledeći iterativni korak, i time se omogućuje izračunavanje nove vrednosti potencijala unutar domena. Izračunate vrednosti duž linija 1 i 2 se, zatim, ponovo postavljaju u tačke duž linija 1' i 2', respektivno i tako definisan iterativni postupak se ponavlja sve dok izabrani kriterijum konvergencije ne bude zadovoljen. Primena datog algoritma obezbeđuje dobijanje vrednosti magnetskog vektor potencijala sa unapred zahtevanom tačnošću, koja zadovoljava osnovnu diferencijalnu jednačinu, granične uslove i ciklično ponavljanje vrednosti duž obima pretvarača.

Već na ovom mestu može da se zaključi da postoji mogućnost za usvajanjem i više dodatnih linija, radi definisanja graničnih uslova, kao što je to prikazano na Sl. 3.

Pri korišćenju većeg broja graničnih linija može da se očekuje blago povećanje broja tačaka u kojima se računa magnetsko polje, ali i smanjenje broja iteracija neophodnih za postizanje željene tačnosti iterativnog procesa. Ponašanje programa u slučaju većeg broja dodatnih linija će biti razmatrano u IV poglavlju ovog rada.

Na kraju, imajući u vidu da je osnovna ideja razvoja ovog programa vezana za iterativni postupak i da je rešavanje nelinearnih problema takođe moguće samo kroz iterativni postupak, odlučeno je da se u postojeći iterativni ciklus ugradi



Slika 3. Prikaz segmenta pretvarača (linije P i Q) sa više dodatnih linija.

i nelinearnost korišćenog feromagnetskog materijala. To se postiže tako što se, u svakom elementu mreže, u svakom, već postojećem iterativnom koraku, menja i permeabilnost materijala, zbog promene intenziteta vektora magnetske indukcije. Ceo postupak je detaljno opisan u [6], a kriva magnećenja standardnog dinamo lima, iz koje se dobija zavisnost reluktanse od intenziteta vektora magnetske indukcije,

$$v = v(\bar{B}), \quad (5)$$

je preuzeta od proizvođača elektromotora. Pokazalo se da takav pristup nije značajno usporio rad računara, niti je povećao broj iteracija, neophodnih da se postigne željena tačnost iterativnog procesa.

III. IZBOR KRITERIJUMA KONVERGENCIJE

Kao što je opisano u [1], vrlo često korišćen kriterijum konvergencije je onaj, po kojem se smatra da je iterativni postupak završen, odnosno, da su izračunate vrednosti unutar zahtevane tačnosti, ako je ispunjen uslov da je maksimalna relativna razlika vrednosti magnetskog vektor potencijala, δ , u dve sukcesivne iteracije, manja od unapred zadate vrednosti δ_{zad} ,

$$\delta^{(i)} = \left| \frac{A^{(i)} - A^{(i-1)}}{A^{(i)}} \right|_{\max} < \delta_{zad}. \quad (6)$$

U ovom slučaju dati kriterijum konvergencije nije pogodan, jer se ispostavilo da daleko najveće relativne razlike između sukcesivnih iteracija nastupaju pri veoma malim vrednostima magnetskog vektor potencijala, u domenu u kome može da se zanemari postojanje magnetskog polja. Zbog toga je, kao novi kriterijum konvergencije, izabrano upoređivanje srednjih vrednosti magnetskog vektor potencijala u dve sukcesivne iteracije,

$$\delta^{(i)} = \left| \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^{(i)} - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^{(i-1)}}{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^{(i)}} \right| < \delta_{zad}, \quad (7)$$

računanjem magnetskog vektor potencijala u N tačaka, odnosno u N čvorova izabrane mreže.

Posmatranjem tendencije promene vrednosti relativne greške $\delta^{(i)}$, računane pomoću izraza (7), tokom iterativnog ciklusa, može da se uoči, da konvergentni proces nije monoton, nego je naizmenično skokovit (grafički prikaz procesa konvergencije, za konkretan primer, dat je na Sl. 5). Takvo ponašanje relativne greške potencijalno može da izazove slučajaj završetak iterativnog postupka, pre nego što se izračunate vrednosti dovoljno približe tačnim vrednostima. Uočen nedostatak je otklonjen uvođenjem preciznijeg kriterijuma, posmatranjem ne samo razlike između dve sukcesivne iteracije, definisane izrazom (7), nego određivanjem dve uzastopne razlike, $\delta^{(i)}$ i $\delta^{(i-1)}$,

$$\delta^{(i-1)} = \left| \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^{(i-1)} - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^{(i-2)}}{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^{(i-1)}} \right| < \delta_{zad}, \quad (8)$$

$$\delta^{(i)} = \left| \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^{(i)} - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^{(i-1)}}{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^{(i)}} \right| < \delta_{zad}.$$

Primenom novog uslova, kriterijum za završetak iterativnog procesa zahteva da obe vrednosti relativne greške postanu manje od δ_{zad} . Korišćenjem modifikovanog kriterijuma, baziranog na (8), eliminisana je mogućnost prevremenog završetka iterativnog postupka.

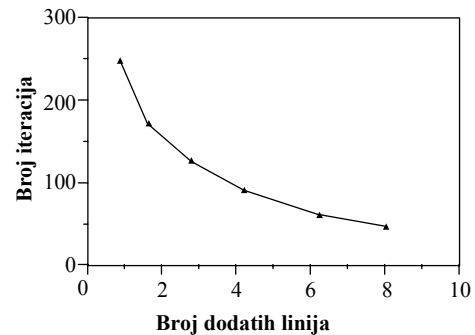
IV. REZULTATI REŠAVANJA KONKRETNOG PROBLEMA

Da bi se izvršila verifikacija predloženog metoda, određeno je magnetsko polje koračne mašine sa promenljivom reluktansom, čiji je poprečan presek prikazan na Sl. 1. Magnetsko polje je računato pri intenzitetu vektora gustine struje u namotajima od $J = 3 \cdot 10^6$ A/m², uz promenljivu relativnu permeabilnost feromagnetskog materijala (kriva magnećenja, odnosno, zavisnost (5), korišćenog dinamo lima,), za sedam položaja rotora mašine u odnosu na stator.

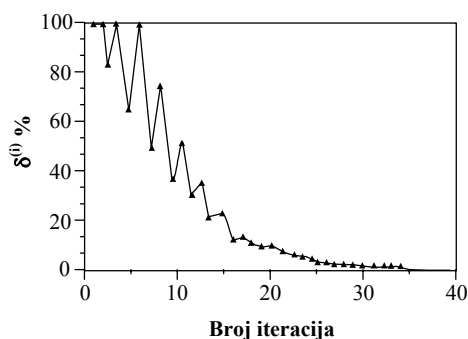
Za rešavanje globalne matrice, koja spada u retke matrice, korišćen je računarski program razvijen u FORTRAN-u, preuzet u elektronskoj formi direktno od autora. Program je više puta verifikovan na različitim problemima i uvek je davao veoma tačne rezultate.

Pre prikazivanja kompletnog rešenja problema, odnosno, prikazivanja linija izračunatog vektora magnetske indukcije, po celom poprečnom preseku posmatranog modela koračnog motora sa promenljivom reluktansom, pogledajmo kako broj iteracija zavisi od broja dodatnih linija. Ta zavisnost je prikazana na Sl. 4.

Kao što je prethodno rečeno, korišćenjem kriterijuma (7), iterativni proces nije praćen monotonno opadajućim odstupanjem, već se relativno odstupanje u procentima, $\delta^{(i)}$, menja kao što je prikazano na Sl. 5.



Slika 4. Zavisnost broja iteracija od broja dodatnih linija, za istu tačnost.



Slika 5. Promena relativnog procentualnog odstupanja tokom iterativnog procesa.

Na Sl. 5 se jasno vidi naizmenično skokovita promena relativnog odstupanja između sukcesivnih iteracija tokom iterativnog postupka, korišćenjem izraza (7).

Na kraju razmatranja problema nastalih tokom iterativnog postupka određivanja raspodele magnetskog vektor potencijala i načina njihovih rešavanja, podaci o iterativnim ciklusima i njihovim parametrima su prikazani u Tabeli I.

U tabeli je, osim broja čvorova i broja konačnih elemenata, prikazana i dimenzija globalne matrice, kao i broj iteracija, potreban da bi se postigla zahtevana tačnost.

TABELA I. PODACI O ITERATIVNIM CIKLUSIMA

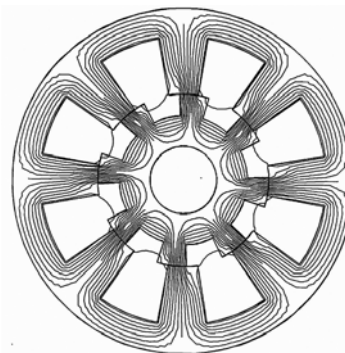
Segment	Veličina segmenta u stepenima			
	45°	45°	45°	360°
Broj čvorova	322	322	322	2016
Broj elemenata	572	572	572	3744
Dimenzija globalne matrice	322×15	322×15	322×15	2016×146
$\delta^{(i)}$	1 %	0,1 %	0,01 %	
Broj iteracija	37	64	99	

Rezultati primene razvijenog programa su prikazani grafički, linijama vektora \vec{B} . Kao što je prikazano u [1], dati problem je prvo rešen za ceo poprečan presek mašine, bez potrebe za korišćenjem iterativnog postupka. Linije izračunatog vektora magnetske indukcije su prikazane na Sl. 6, pri čemu je, uz linije vektora magnetske indukcije, prikazana još samo geometrija feromagnetskog materijala u jednom od mogućih položaja rotora u odnosu na stator.

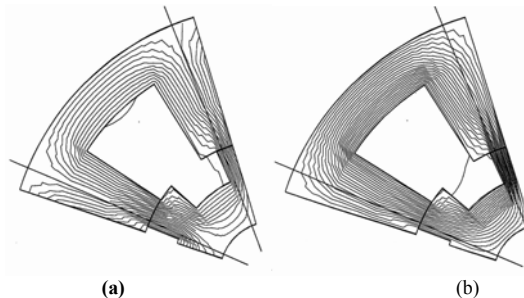
Sa tako dobijenim vrednostima magnetskog vektor potencijala su, kasnije, upoređeni rezultati iterativne metode.

Kao što je bilo prikazano u [1], početna pretpostavka je bila da su vrednosti magnetskog vektor potencijala na graničnim linijama (1' i 2' na Sl. 2) jednake nuli, što odgovara magnetskom polju prikazanom na Sl. 7a, dok je konačan izgled linija vektora magnetske indukcije, posle okončanog iterativnog procesa, prikazan na Sl. 7b [1].

Konačan oblik linija vektora magnetske indukcije je prikazan na Sl. 7b, na kojoj se vidi i da su, u gornjem delu segmenta



Slika 6. Prikaz linija vektora \vec{B} po celom poprečnom preseku pretvarača.



Slika 7. Prikaz linija vektora \vec{B} po poprečnom preseku izabranog segmenta, na početku i na kraju iterativnog postupka.

linije ograničene samim segmentom, dok su u donjem delu statora linije definisane položajem rotora.

V. ZAKLJUČAK

U ovom radu je prikazan postupak poboljšanja metoda za analizu struktura koje se ciklično ponavljaju. Posebna pažnja je posvećena određivanju zavisnosti broja iteracija od broja dodatnih linija za definisanje graničnih uslova, kao i izboru odgovarajućeg kriterijuma završetka iterativnog postupka. Kao što je prikazano u radu, svi problemi su uspešno rešeni, i razvijen metod je uspešno verifikovan.

LITERATURA

- [1] Kasaš-Lažetić K., Herceg D., Mijatović G., Prša M.: "Razvoj programa za numeričko određivanje magnetskih polja posebnih struktura", XV Međunarodni naučno-stručni simpozijum Infotech-Jahorina 2016, Jahorina, 2016, Vol 15. Ref ENS 2.9 pp. 167-170.
- [2] B. Popović, Elektromagnetika, Beograd: Građevinska knjiga, 1986, pp. 213-215.
- [3] V. Ramamutri, Finite Element Method in Machine Design, Oxford, UK, 2012.
- [4] R. Palanisamy and W. Lord, "Finite Element Modeling of Electromagnetic NDT Phenomena", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. MAG-15, No 6, pp. 1474-1481, November 1979.
- [5] P. P. Silvester and R. L. Ferrari, Finite Elements for Electrical Engineers, Cambridge University Press, New York, 1983.
- [6] Herceg D., Kasaš-Lažetić K., Antić D., Prša M.: "Simulacija rada elektromagneta sa "E-I" jezgrom", XV Međunarodni naučno-stručni simpozijum Infotech-Jahorina 2016, Jahorina, 16-18. mart 2016, Vol 15. Ref ENS 2.12 pp. 182-186. ISBN 99938-624-2-8 <http://www.infotech.rs.ba/rad/2016/ENS-2/ENS-2-12.pdf>

ABSTRACT

The final solution of iterative computer program, developed for determination of time constant, 2D magnetic field inside electromechanical converters in which the certain segment is spatially repeating transversally or rotationally, is presented in this paper. All previous results are presented in [1]. The development continuation, presented in this paper, deals with determination of optimal number of added lines, as well as the more detailed examination of the process convergence and the definition the best criterion for ending the iterative procedure. Finally, the nonlinearity of applied material is incorporated in existing iterative procedure. The method is again verified by

comparing the obtained results with the results achieved by the magnetic field calculation across the entire cross-section of chosen VR step motor, for different rotor positions related to the stator.

DEVELOPMENT OF THE PROGRAM FOR NUMERICAL DETERMINATION OF SPECIAL STRUCTURES MAGNETIC FIELDS – FINAL SOLUTION

Karolina Kasaš-Lažetić, Dejana Herceg,
Gorana Mijatović, Miroslav Prša