# Analitička metoda za proračun optimalnog odnosa unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora BLDC motora

Đorđe Lekić<sup>1, 2</sup>, Slobodan Vukosavić<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet, Beograd, Srbija

<sup>2</sup>Univerzitet u Banjoj Luci, Elektrotehnički fakultet, Banja Luka, Republika Srpska, Bosna i Hercegovina

djordje.lekic@etfbl.net, boban@etf.bg.ac.rs

Sažetak—U radu je predstavljena jednostavna analitička metoda za proračun optimalnog odnosa unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora BLDC (eng. Brushless Direct Current) motora sa stalnim magnetima na rotoru, kojim se postiže maksimalna vrijednost zapreminske gustine elektromagnetnog momenta. Metoda je zasnovana na pretpostavci da se vrijednost proizvoda gustine struje u provodnicima i gustine amperprovodnika po unutrašnjem obimu statora mijenja u relativno uskim granicama za jedan određen tip električne mašine, te da prvenstveno zavisi od primijenjenog tipa hlađenja. Pokazano je da se usvajanjem konstantne vrijednosti ovog proizvoda u postupku optimizacije neposredno ograničava maksimalno dozvoljena temperatura provodnika, dok se istovremeno dobijaju rezultati koji se podudaraju sa inženjerskim iskustvom u izgradnji obrtnih električnih mašina. Rezultati analitičkog proračuna su verifikovani računarskim simulacijama primjenom metode konačnih elemenata (MKE).

Ključne riječi-BLDC motor; optimalan odnos unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora; gustina struje u provodnicima; gustina amperprovodnika po unutrašnjem obimu statora.

#### NOMENKLATURA

A	Efektivna vrijednost gustine amperprovodnika po
	unutrašnjem obimu statora [A/cm],
$B_{\delta m}, B_{\tau m}, B_{im}$	Magnetna indukcija u međugvožđu, zupcima
0m; 2m; jm	i jarmu statora [T].
<i>B.</i> ,	Remanentna magnetna indukcija stalnih magneta [T]
$b_{-}$ $b_{-}$	Širina zubaca i otvora žliebova statora [mm]
d D	Unutrašnji i vanjski prečnik statora [mm]
F	Amplituda indukovane elektromotorne sile (FMS)
$E_m$	Ontimizaciona funkcija
$H(\lambda, \mu, \gamma)$	Jačina koercitivnog magnetnog polia [A/m]
h h h	Vising zupog jorma i krunica zupog statora [mm]
$n_z, n_j, n_k$	Amplitude i efectivne vrijednost struje statore [A]
$I_m, I$	Ampituda i elektivna vrijednost struje statora [A],
J	Elektivna vrijednost gustine struje u
	provodnicima statora [A/mm <sup>2</sup> ],
k .	Sačinilac odnosa broja polova i žljebova statora,
$k_c, k_{Cu}, k_{Fe}$	Carter-ov sačinilac, sačinilac ispune žlijeba bakrom i
	sačinilac slaganja limova statora,
$L_a, L_b$	Dužina aktivne i bočne strane provodnika [mm],
$L_s$	Aksijalna dužina paketa limova statora [mm],
$L_m$	Debljina magneta [mm],
$M_e$	Elektromagnetni momenat [Nm],
$m_e = M_e / V_s$	Zapreminska gustina elektromagnetnog
	momenta $[N/m^2]$ ,
Ns	Broj provodnika po faznom namotaju statora,
$P_{Cu}$	Ukupni gubici u bakru statora [W].
$2n^{\alpha}$	Broi polova
-r a	Broi faznih namotaja statora
R	Otpornost po fazi statorskog namota [O]
S <sub>c</sub> S <sub>c</sub>	Površina provodnika i žlijeba statora [mm <sup>2</sup> ]
$\mathcal{O}_{u}, \mathcal{O}_{z}$	i orisina provoanika i znjeba statora [inni ],

$V_s = \pi D_s^2 L_s / 4$	Ukupna zapremina magnetnog kola statora [m <sup>3</sup> ],
$Z_s$	Broj zubaca/žljebova statora,
$\beta = B_{\delta m} / B_{zm}$	Odnos magnetne indukcije u međugvožđu
	i zupcima statora,
$\gamma = B_{\delta m} / B_{jm}$	Odnos magnetne indukcije u međugvožđu
v	i jarmu statora,
$\delta, \delta_c$	Širina stvarnog i Carter-ovog međugvožđa [mm],
$\varepsilon = 2h_k/D_s$	Odnos visine krunica žljebova i vanjskog
	poluprečnika statora,
$\theta$	Ugaoni položaj rotora u odnosu na stator [°],
$\lambda = d_s/D_s$	Odnos unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora,
$\rho_{Cu}$	Specifična električna otpornost bakra [ $\Omega$ mm <sup>2</sup> /m],
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$	Magnetna permeabilnost vakuuma [H/m],
$\mu_r$	Relativna permeabilnost stalnog magneta
$\Phi_p$	Fluks po polu [mWb],
$\omega_s$	Kružna učestanost statorskih struja [rad/s].

# I. UVOD

U primjenama u kojima je prostor koji stoji na raspolaganju za ugradnju obrtne električne mašine ograničen, javlja se potreba za optimizacijom dimenzija njenog magnetnog kola, s ciljem postizanja maksimalne vrijednosti zapreminske gustine elektromagnetnog momenta. U takvim primjenama, vanjski prečnik statora i aksijalna dužina paketa limova statora se ne mogu mijenjati, zbog ograničene zapremine mašine, te se povećanje elektromagnetnog momenta postiže izborom pogodne vrijednosti odnosa unutrašnjeg prema vanjskom prečniku statora.

Analitička optimizacija odnosa unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora obrtnih električnih mašina je detaljno obrađena u dostupnoj literaturi [1]-[10]. Kako je korisna snaga električne mašine određena maksimalno dozvoljenom amplitudom magnetne indukcije u zupcima i jarmu, te maksimalno dozvoljenom temperaturom njenih pojedinih dijelova, a posebno upotrijebljenih izolacionih materijala, potrebno je optimizaciju sprovesti uz ograničenje navedenih veličina. U [1] i [2], optimalni odnos unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora visokobrzinskog BLDC motora se određuje uz neposredno ograničenje maksimalno dozvoljene temperature provodnika, uvažavajući, pored gubitaka u bakru statora, gubitke u gvožđu statora, te gubitke trenja i ventilacije. Iako je ovakav postupak analitičke optimizacije veoma tačan, on zahtjeva poznavanje velikog broja parametara u čije vrijednosti obično nismo sigurni na samom početku proračuna. Stoga se ograničenje maksimalno dozvoljene temperature provodnika u postupku analitičke optimizacije obično ostvaruje posredno, i to zadavanjem konstantne vrijednosti gubitaka u bakru [3]-[7], konstantne vrijednosti gustine struje u provodnicima [8], [9] ili ograničavanjem vrijednosti obje navedene veličine [10]. Pri tome postoji opasnost da, usljed promjene odnosa unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora u postupku optimizacije, ipak bude narušeno ograničenje po maksimalno dozvoljenoj temperaturi provodnika. Bez prethodnog iskustva, apsolutni iznos gubitaka u bakru se ne može tako lako odrediti i obično se procjenjuje na osnovu zadate vrijednosti nazivnog stepena iskorištenja. Osim toga, u [10] je pokazano da se gustina struje u provodnicima, kao i gubici u bakru statora, moraju mijenjati u funkciji odnosa unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora. Stoga je potrebno modifikovati predložene postupke analitičke optimizacije, definisanjem parametra kojim bi se posredno ograničila maksimalno dozvoljena temperatura provodnika, a čija bi se vrijednost mogla pouzdano procijeniti.

U teoriji i praksi projektovanja električnih mašina poznato je da sa porastom dimenzija opada dozvoljena vrijednost gustine struje u provodnicima J, dok istovremeno raste dozvoljena vrijednost gustine amperprovodnika po unutrašnjem obimu statora A [11]–[13]. Prema tome, vrijednost proizvoda A J praktično ne zavisi od dimenzija električne mašine, već samo od načina hlađenja. Kao takav, proizvod A J se nudi kao idealan ograničavajući faktor pri analitičkoj optimizaciji odnosa unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora. U tabeli I su navedene, inženjerskim iskustvom potvrđene, vrijednosti proizvoda A J [11], [12], odakle se vidi da se vrijednost ovog proizvoda mijenja u relativno uskim granicama za jedan određen tip hlađenja.

U ovom radu je predložena jednostavna analitička metoda za proračun optimalnog odnosa unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora BLDC motora sa stalnim magnetima na rotoru, kojim se postiže maksimalna vrijednost zapreminske gustine elektromagnetnog momenta uz ograničenje vrijednosti proizvoda *A*·*J*. Za ilustraciju ove metode je odabran BLDC motor, jer je optimizacija odnosa unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora za taj tip motora, po različitim kriterijumima, već sprovedena u dostupnoj literaturi [1], [2], [5]–[7], [10], što je pogodno sa aspekta poređenja rezultata proračuna.

Poglavlje II sadrži detaljan postupak izvođenja matematičkog modela za proračun optimalnog odnosa unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora BLDC motora uz pretpostavku pravougaonog oblika zubaca, tj. trapeznog oblika žljebova statora. U III poglavlju je ispitan uticaj izbora odnosa magnetne indukcije u međugvožđu prema magnetnoj indukciji u zupcima i jarmu statora. U IV poglavlju su navedeni rezultati analitičkog proračuna BLDC motora čiji je poprečni presjek dat na Sl. 1, dok su osnovni podaci navedeni u tabeli II [5]. Analitički proračun je verifikovan računarskom simulacijom pomoću metode konačnih elemenata (MKE).

# II. MATEMATIČKI MODEL

# A. Izraz za gustinu elektromagnetnog momenta

Amplituda indukovane EMS u faznom namotaju BLDC motora je data izrazom [5]:

$$E_m = \omega_s N_s B_{\delta m} \frac{d_s L_s}{2p} \,. \tag{1}$$

U izrazu (1) se pretpostavlja da je raspodjela magnetne indukcije u međugvožđu pravougaona i da ima amplitudu  $B_{\delta m}$ .

TABELA I.		TIPIČNE VRIJEDNOSTI PROIZVODA $A\cdot J$			
	Tip hlađenja	<i>A</i> [A/cm]	J [A/mm <sup>2</sup> ]	$\begin{bmatrix} A \cdot J \\ [A^2/mm^3] \end{bmatrix}$	
	Hlađenje vazduhom	350 - 800	3 – 5	105 - 400	
	Hlađenje vodonikom	900 - 1100	4 - 6	360 - 660	
Direktno hlađenje vodom		1500 - 2000	7-10	1050 - 2000	

TABELA II.

OSNOVNI PODACI BLDC MOTORA

q	3	$L_s$ [mm]	50
$Z_s$	6	$h_k$ [mm]	4
2 <i>p</i>	4	$b_o [{ m mm}]$	4
$D_s$ [mm]	90	$\delta$ [mm]	0,5



Slika 1. Poprečni presjek BLDC motora

U normalnom radnom režimu BLDC motora u bilo kom trenutku u samo dva fazna namotaja postoje struje iste amplitude, ali suprotnog smjera, pa je elektromagnetni momenat [5]:

$$M_e = \frac{2E_m I_m}{\omega_s / p} = d_s L_s B_{\delta m} N_s I_m .$$
 (2)

Zapreminska gustina elektromagnetnog momenta se dobija dijeljenjem izraza (2) sa zapreminom magnetnog kola statora:

$$m_e = \frac{M_e}{V_s} = 4 \left(\frac{d_s}{D_s}\right)^2 \frac{B_{\delta m}}{B_{zm}} B_{zm} \frac{N_s I_m}{\pi d_s} = 4\lambda^2 \beta B_{zm} \frac{N_s I_m}{\pi d_s} .$$
(3)

Efektivna vrijednost gustine amperprovodnika po unutrašnjem obimu statora je data izrazom:

$$A = q \frac{N_s I}{\pi d_s} = \sqrt{2q} \frac{N_s I_m}{\pi d_s} \,. \tag{4}$$

U izrazu (4) je uzeto u obzir da između efektivne vrijednosti i amplitude jačine struje BLDC motora postoji veza  $I = \sqrt{2/q} I_m$  [14]. Kombinacijom izraza (4) i (3) dobijamo:

$$m_e = 2\sqrt{\frac{2}{q}}\lambda^2\beta AB_{zm} \,. \tag{5}$$

Kako je efektivna vrijednost gustine struje u provodnicima  $J = I/S_{Cu}$ , dok je površina svih provodnika *q*-faznog statorskog namota:

$$qN_s S_{Cu} = k_{Cu} Z_s S_{\check{z}} , \qquad (6)$$

dobijamo sljedeću vezu između A i J:

$$A = \frac{qN_s S_{Cu}}{\pi d_s} J = \frac{k_{Cu} Z_s S_{z}}{\pi d_s} J , \qquad (7)$$

što nakon množenja sa A i korjenovanja daje:

$$A = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_{Cu} D_s}{\lambda} \left( A \cdot J \right)} \cdot \sqrt{\frac{4 Z_s S_{\check{z}}}{\pi D_s^2}} . \tag{8}$$

Uvrštavanjem izraza (8) u obrazac (5) dobijamo sljedeći izraz za gustinu elektromagnetnog momenta:

$$m_e = \sqrt{\frac{2}{q} k_{Cu} B_{zm}^2 \left( A \cdot J \right)} \cdot \sqrt{D_s} \cdot \sqrt{\lambda^3 \beta^2 \frac{4Z_s S_{\tilde{z}}}{\pi D_s^2}} .$$
(9)

Magnetna indukcija u zupcima  $B_{zm}$  je ograničena pojavom zasićenja magnetnog materijala, dok je proizvod  $A \cdot J$  ograničen maksimalno dozvoljenom temperaturom provodnika, tako da prvi član pod korijenom u izrazu (9) predstavlja konstantu čija vrijednost zavisi od kvaliteta magnetnog materijala, uslova hlađenja, broja faza i ispune žlijeba bakrom. Iz izraza (9) proizlazi da je gustina elektromagnetnog momenta srazmjerna proizvodu kvadratnog korijena vanjskog prečnika statora i kvadratnog korijena funkcije:

$$F(\lambda,\beta,\gamma) = \lambda^3 \beta^2 \frac{4Z_s S_{z}}{\pi D_s^2}.$$
 (10)

U nastavku će biti dokazano da vrijednost funkcije definisane izrazom (10) zavisi samo od odnosa unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora  $\lambda$ , odnosa magnetne indukcije u međugvožđu i zupcima statora  $\beta$ , te odnosa magnetne indukcije u međugvožđu i jarmu statora  $\gamma$ . Dakle, za ograničene vrijednosti veličina  $B_{zm}$  i  $A \cdot J$ , te za datu vrijednost vanjskog prečnika statora, optimizacija gustine elektromagnetnog momenta se svodi na optimizaciju funkcije date izrazom (10). Potrebno je primjetiti da predloženi postupak upućuje na činjenicu da se elektromagnetni momenat mijenja srazmjerno proizvodu  $D_s^{2.5}L_s$ . Pri tome je poznato da zadavanjem konstantne vrijednosti gustine amperprovodnika A dobijamo elektromagnetni momenat koji je srazmjeran sa proizvodom  $D_s^2 L_s$ , dok zadavanjem konstantne vrijednosti gustine struje *J* dobijamo elektromagnetni momenat koji je srazmjeran sa proizvodom  $D_s^3 L_s$  [9], [13]. Stoga, za iste dimenzije  $D_s$  i  $L_s$ , predloženi postupak daje momenat koji je približno jednak srednjoj vrijednosti momenata koji se dobijaju primjenom druga dva navedena postupka, pri čemu je istovremeno uvaženo ograničenje vrijednosti gustine amperprovodnika *A* i gustine struje *J*.

# B. Odnosi osnovnih dimenzija magnetnog kola statora

Odnosi dimenzija pojedinih dijelova magnetnog kola statora su određeni međusobnim odnosima magnetne indukcije u međugvožđu, zupcima i jarmu statora. Ako se pretpostavi da je permeabilnost feromagnetnog materijala beskonačno velika, sav fluks koji prolazi kroz međugvožđe, ujedno prolazi kroz sve zupce statora, zaobilazeći u potpunosti žljebove, te se zatvara kroz jaram statora. Tad je fluks po polu dat sljedećim izrazima [9], [13]:

$$\Phi_{p} = B_{\delta m} \frac{\pi d_{s} L_{s}}{2p} = \frac{Z_{s}}{2p} B_{zm} b_{z} k_{Fe} L_{s} = \frac{2}{k} B_{jm} h_{j} k_{Fe} L_{s} .$$
(11)

Vrijednost sačinioca k u izrazu (11) zavisi od odnosa broja polova rotora i broja žljebova statora, što je ilustrovano na Sl. 2 [5], [6]. Naime, ako je  $2p/Z_s \ge 2/3$ , fluks u jarmu jednak je polovini fluksa u zupcu i tad je  $k = 2p/Z_s$ . Međutim, ako je  $2p/Z_s < 2/3$ , fluks u jarmu jednak je polovini fluksa po polu i tad je k = 1. Uvažavajući izraz (11), dobijamo sljedeće izraze za širinu zupca i visinu jarma statora:

$$b_z = \frac{B_{\delta m}}{B_{zm}} \frac{\pi d_s}{Z_s k_{Fe}} = \frac{B_{\delta m}}{B_{zm}} \frac{d_s}{D_s} \frac{\pi D_s}{Z_s k_{Fe}} = \beta \lambda \frac{\pi D_s}{Z_s k_{Fe}}, \quad (12)$$

$$h_j = k \frac{B_{\delta m}}{B_{jm}} \frac{\pi d_s}{4pk_{Fe}} = k \frac{B_{\delta m}}{B_{jm}} \frac{d_s}{D_s} \frac{\pi D_s}{4pk_{Fe}} = k\gamma\lambda \frac{\pi D_s}{4pk_{Fe}}.$$
 (13)

Uvažavanjem izraza (12) i (13), te uvođenjem odnosa visine krunica zubaca i vanjskog poluprečnika statora  $\varepsilon = 2h_k/D_s$ , na osnovu Sl. 3 dolazimo do izraza za visinu zubaca statora:

$$h_z = \frac{D_s}{2} \left[ 1 - \varepsilon - \left( 1 + \frac{k}{k_{Fe}} \gamma \frac{\pi}{2p} \right) \lambda \right].$$
(14)

Od međusobnih odnosa dimenzija magnetnog kola statora zavisi i dužina bočnih veza statorskog namota, a s tim u vezi, i vrijednost ukupnih gubitaka u bakru statora. Kod BLDC mašine koja je prikazana na Sl. 1, svaki fazni namotaj je podijeljen na  $Z_s/q$  polunamotaja, pri čemu je svaki polunamotaj namotan na po jedan zubac statora. Pod pretpostavkom da su bočne veze polukružnog oblika, dužina bočne strane provodnika se može procijeniti prema izrazu [5]:

$$L_b = \frac{\pi^2 D_s}{4Z_s} \left[ \lambda \left( \frac{1}{2} + \beta - \frac{k}{k_{Fe}} \gamma \frac{\pi}{4p} \right) + \frac{1}{2} + \varepsilon \right].$$
(15)



Slika 2. Putanje fluksa po polu BLDC motora za slučaj: (a)  $2p/Z_s > 1$ ; (b)  $1 \ge 2p/Z_s \ge 2/3$ ; (c)  $2p/Z_s < 2/3$ 



Slika 3. Osnovne dimenzije magnetnog kola statora

Ukupni gubici u bakru statora su:

$$P_{Cu} = qRI^2 = \rho_{Cu} \underbrace{\frac{qN_sI}{\pi d_s}}_{A} \underbrace{\frac{I}{S_{Cu}}}_{J} \underbrace{\frac{d_s}{D_s}}_{\lambda} \pi D_s \left(L_s + L_b\right). \quad (16)$$

Izraz (16) pokazuje da su gubici u bakru statora srazmjerni proizvodu  $A \cdot J$ , te da se mijenjaju sa odnosom unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora. Zadavanjem konstantne vrijednosti gubitaka u bakru statora, moglo bi se desiti da pri nekim vrijednostima odnosa  $\lambda = d_s / D_s$  proizvod  $A \cdot J$  dostigne vrijednosti koje, za dati tip hlađenja, nisu unutar graničnih vrijednosti navedenih u tabeli I, što bi dovelo do pregrijavanja. *C. Optimalni odnos unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora* Na osnovu Sl. 3 zaključujemo da je površina svih žljebova statora data izrazom [10]:

Površina svih  
žljebova statora  

$$\overline{Z_s S_z} = \frac{\pi}{4} \left( D_s^2 - d_s^2 \right) - \frac{\pi}{4} \left[ D_s^2 - \left( D_s - 2h_j \right)^2 \right]$$
  
 $- \underbrace{Z_s b_z h_z}_{\text{Površina svih}} - \underbrace{\frac{\pi}{4} \left[ \left( d_s + 2h_k \right)^2 - d_s^2 \right]}_{\text{Površina krunica}},$ 
(17)

što se, uz uvažavanje izraza (12), (13) i (14), može zapisati na sljedeći način [1]–[10]:

$$\frac{4Z_s S_{\check{z}}}{\pi D_s^2} = a\lambda^2 - 2b\lambda + c.$$
(18)

U jednačini (18) definisani su sljedeći koeficijenti:

$$a = \frac{k}{k_{Fe}} \gamma \frac{\pi}{2p} \left( \frac{k}{k_{Fe}} \gamma \frac{\pi}{2p} + 2\beta \right) + 2\beta - 1, \qquad (19)$$

$$b = \frac{k}{k_{Fe}} \gamma \frac{\pi}{2p} + (1 - \varepsilon) \beta + \varepsilon , \qquad (20)$$

$$c = 1 - \varepsilon^2 \,. \tag{21}$$

Uvrštavajući izraz (18) u (10), dobijamo sljedeći izraz za optimizacionu funkciju:

$$F(\lambda,\beta,\gamma) = \lambda^{3}\beta^{2}(a\lambda^{2}-2b\lambda+c).$$
<sup>(22)</sup>

Optimalnu vrijednost odnosa  $\lambda_{opt} = d_{sopt}/D_s$  sa kojim se postiže maksimalna vrijednost zapreminske gustine elektromagnetnog momenta, uz ograničenje vrijednosti proizvoda  $A \cdot J$ , dobijamo iz uslova  $\partial F/\partial \lambda = 0$  i on je dat sljedećim izrazom:

$$\lambda_{opt} = \frac{0.8}{a} \left( b - \sqrt{b^2 - 0.9375ac} \right).$$
(23)

Iz posljednjeg izraza je jasno da optimalni odnos unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora zavisi od vrijednosti odnosa  $\beta = B_{\delta m}/B_{zm}$ , odnosa  $\gamma = B_{\delta m}/B_{jm}$ , te od broja pari polova *p*.

# III. UTICAJ IZBORA ULAZNIH PARAMETARA

Da bi se ispitao uticaj izbora parametara  $\beta$  i  $\gamma$  na vrijednost optimalnog odnosa unutrašnjeg i vanjskog prečnika statora, te na vrijednost maksimalne gustine elektromagnetnog momenta, sproveden je proračun BLDC motora čiji su podaci navedeni u tabeli II. U proračunu su usvojene sljedeće vrijednosti:  $k_{Cu} = 0.6$ ;  $k_{Fe} = 0.96$ ;  $B_{zm} = 1.5$  T;  $A \cdot J = 150 \text{ A}^2/\text{mm}^3$ . Vrijednost proizvoda  $A \cdot J = 150 \text{ A}^2/\text{mm}^3$  odgovara vazdušnom hlađenju i nalazi se u donjoj polovini opsega koji je preporučen u tabeli I, što je razumna pretpostavka za motor male snage.

Na Sl. 4 prikazana je zavisnost gustine elektromagnetnog momenta  $m_e$  od odnosa  $\lambda = d_s/D_s$  za  $\beta = B_{\delta m}/B_{zm} = 0.5$ , i nekoliko različitih vrijednosti odnosa  $\gamma = B_{\delta m}/B_{jm}$ , dok je na Sl. 5 prikazana zavisnost gustine elektromagnetnog momenta  $m_e$  od odnosa  $\lambda = d_s / D_s$  za  $\gamma = B_{\delta m} / B_{jm} = 0,5$  i nekoliko različitih vrijednosti odnosa  $\beta = B_{\delta m}/B_{zm}$ . Na osnovu dijagrama zaključujemo da se gustina elektromagnetnog momenta povećava sa porastom odnosa  $\beta$  pri konstantnom odnosu  $\gamma$ , dok se istovremeno povećava sa smanjenjem odnosa  $\gamma$  pri konstantnom odnosu  $\beta$ . Gustina elektromagnetnog momenta bi teorijski dostigla svoj maksimum za vrijednosti  $\beta = 1$  i  $\gamma = 0$ , pri čemu bi optimalni odnos unutrašnjeg prema vanjskom prečniku statora u tom slučaju iznosio  $\lambda_{opt} \approx 0.6$ . Međutim, ovakav globalni optimum nema praktičnog značaja, ne samo zato što bi se na taj način dobila mašina bez jarma, već i zato što bi uz  $\beta = 1$  cijena mašine bila neprihvatljivo velika usljed potrebe za debljim magnetima. Iz tog razloga se obično usvaja vrijednost  $\beta \approx 0.5$  [8],[9]. Kako  $\gamma$  ne može biti manje od  $\beta$ , jer bi tad magnetna indukcija u jarmu bila veća od one u zupcima, obično se usvaja vrijednost  $\gamma \approx 0.5 \div 0.7$  [8], [9].

# IV. REZULTATI PRORAČUNA

Primjenom postupka opisanog u ovom radu, izvršen je proračun BLDC motora koji je prikazan na Sl. 1 i čije su osnovne dimenzije navedene u tabeli II. Osnovni rezultati analitičkog proračuna su navedeni u tabeli III. Za materijal stalnih magneta izabran je NdFeB 32 MGOe, sa podacima:  $H_c = 883310$  A/m;  $\mu_r = 1,045$ ;  $B_r = \mu_r\mu_0H_c = 1,16$  T, dok je debljina stalnih magneta sračunata kao [14]:

$$L_m = \frac{B_{\delta m}}{B_{\delta m} - B_r} \delta_c = \frac{\beta B_{zm}}{\beta B_{zm} - B_r} k_c \delta .$$
(24)

Kako je u [5] izvršena optimizacija istog motora, ali zadavanjem konstantnih gubitaka u bakru  $P_{Cu} = 50$  W, u tabeli IV su navedeni uporedni podaci motora optimizovanog prema kriterijumima  $A \cdot J = \text{const.}$  i  $P_{Cu} = \text{const.}$  Potrebno je primjetiti da se primjenom oba postupka dobija motor koji razvija istu vrijednost elektromagnetnog momenta, pri čemu postupak predložen u ovom radu daje za oko 14 % manju vrijednost gubitaka u bakru. Pored manje vrijednosti gubitaka, predloženi postupak daje nešto veće vrijednosti optimalnog odnosa  $\lambda_{opt}$ .

Da bi se verifikovali rezultati analitičkog proračuna navedeni u tabeli III i IV, izvršena je računarska simulacija primjenom MKE u programskom paketu FEMM 4.2 (Sl. 6). Srednja vrijednost elektromagnetnog momenta BLDC motora, koja se dobija kao rezultat računarske simulacije, je nešto manja od one koju dobijamo primjenom izraza (2), ali se maksimalna vrijednost momenta javlja pri istoj vrijednosti optimalnog odnosa  $\lambda_{opt}$ , koji je sračunat pomoću izraza (23) (Sl. 7). Manja vrijednost momenta je posljedica pojave tzv. žljebnih harmonika, koji uzrokuju oscilacije momenta u toku obrtaja (Sl. 8).

# V. ZAKLJUČAK

U ovom radu je predložen analitički postupak za proračun odnosa  $\lambda = d_s/D_s$  BLDC motora sa stalnim magnetima na rotoru, kojim se postiže maksimalna vrijednost elektromagnetnog momenta, uz ograničenje proizvoda  $A \cdot J$ .



Slika 4. Uticaj izbora odnosa  $\gamma = B_{\delta m}/B_{jm}$  pri  $\beta = B_{\delta m}/B_{zm} = 0,5$ 



Slika 5. Uticaj izbora odnosa  $\beta = B_{\delta m}/B_{zm}$  pri  $\gamma = B_{\delta m}/B_{jm} = 0.5$ 

TABELA III.	REZULTATI ANALITIČKOG PRORAČUNA

$A \cdot J [A^2/mm^3]$	150	d <sub>s</sub> [mm]	47,7
A [A/cm]	A [A/cm] 292		6,5
$J [A/mm^2]$	5,13	<i>h</i> <sub>z</sub> [mm]	10,7
$B_{\delta m}$ [T]	0,75	<i>b</i> <sub><i>z</i></sub> [mm]	12,5
$B_{zm}$ [T]	1,50	$L_m$ [mm]	1,1
$B_{jm}$ [T]	1,50	$M_e$ [Nm]	3,2
$N_s I_m$ [A] 1788		$P_{Cu}$ [W]	43

TABELA IV. UPOREDNI PODACI MOTORA

Kriterijum	β	γ	$\lambda_{opt}$	<i>M</i> <sub>e</sub> [Nm]	$P_{Cu}$ [W]
$A \cdot J = \text{const.}$	0,50	0,50	0,53	3,2	43
$P_{Cu} = \text{const.}$	0,53	0,53	0,45	3,2	50

Pokazano je da primjenom predloženog postupka dobijamo rezultate koji su uporedivi sa rezultatima iz referentne literature, pri čemu se za konkretan motor iz [5] dobijaju manji gubici u bakru statora za istu vrijednost elektromagnetnog momenta. Rezultati proračuna su verifikovani računarskim simulacijama.



Slika 6. Magnetno polje neopterećenog BLDC motora čiji su podaci navedeni u tabelama II i III



Slika 7. Zavisnost elektromagnetnog momenta od odnosa  $\lambda = d_s/D_s$ BLDC motora čiji su podaci navedeni u tabelama II i III



Slika 8. Zavisnost elektromagnetnog momenta od ugaonog položaja rotora BLDC motora čiji su podaci navedeni u tabelama II i III

Iako se, zbog uticaja žljebnih harmonika, kao rezultat simulacije dobija nešto manji apsolutni iznos elektromagnetnog momenta, u radu je potvrđeno da optimalni odnos  $\lambda_{opt}$ , sračunat pomoću izraza (23), daje maksimalnu vrijednost elektromagnetnog momenta za datu zapreminu motora.

### LITERATURA

- X. Fan, R. Qu, B. Zhang, J. Li and D. Li, "Split Ratio Optimization of High-Speed Permanent Magnet Synchronous Machines Based on Thermal Resistance Network," in *Electrical Machines (ICEM), 2016* XXII International Conference on, Lausanne, 4-7 Sep. 2016.
- [2] Q. Li, M. Dou, B. Tan, H. Zhang and D. Zhao, "Electromagnetic-Thermal Integrated Design Optimization for Hypersonic Vehicle Short-Time Duty PM Brushless DC Motor," *International Journal of Aerospace Engineering*, 2016.
- [3] W. Chu, Z. Zhu and J. Chen, "Simplified Analytical Optimization and Comparison of Torque Densities Between Electrically Excited and Permanent-Magnet Machines," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 61, no. 9, pp. 5000-5011, Sep. 2014.
- [4] L. Wu, Z. Zhu, J. Chen, Z. Xia and G. Jewell, "Optimal Split Ratio in Fractional-Slot Interior Permanent-Magnet Machines With Non-Overlapping Windings," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 5, pp. 1235-1242, May 2010.
- [5] Y. Pang, Z. Zhu and D. Howe, "Analytical Determination of Optimal Split Ratio for Permanent Magnet Brushless Motors," *IEE Proc. Elect. Power Appl.*, vol. 153, no. 1, pp. 7-13, Jan. 2006.
- [6] J. Ede, Q. Zhu and D. Howe, "Optimal Split Ratio for High-speed Permanent Magnet Brushless DC Motors," in *Proc. IEE Int. Conf. on Electr. Mach. and Syst.*, Shenyang, China, 2001.
- [7] F. Chaaban, "Determination of the Optimum Rotor/Stator Diameter Ratio of Permanent Magnet Machines," in *Electr. Mach. and Power* Syst., 1994.
- [8] J. Tapia, J. Pyrhönen, J. Puranen, P. Lindh and S. Nyman, "Optimal Design of Large Permanent Magnet Synchronous Generators," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 1, pp. 642-650, Jan. 2013.
- [9] V. Honsinger, "Sizing Equations for Electrical Machinery," *IEEE Trans. Energy Convers.*, Vols. EC-2, no. 1, pp. 116-121, Mar. 1987.
- [10] T. Reichert, T. Nussbaumer and J. Kolar, "Split Ratio Optimization for High-Torque PM Motors Considering Global and Local Thermal Limitations," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 28, no. 3, pp. 493-501, Sep. 2013.
- [11] J. Pyrhönen, T. Jokinen and V. Hrabevcova, Design of Rotating Electrical Machines, Wiltshire: John Wiley & Sons, 2008.
- [12] G. Muller, K. Vogt and B. Ponick, Berechnung elektrischer Maschinen, Weinheim: WILEY-VCH Verlag CmbH & Co. KGaA, 2008.
- [13] T. A. Lipo, Introduction to AC Machine Design, Madison: University of Wisconsin, 1996.
- [14] R. Krishnan, Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives, New York: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2010.

#### ABSTRACT

This paper presents a simple analytical method for the calculation of optimal split ratio of the BLDC (Brushless Direct Current) motor with permanent magnets on the rotor, for achieving maximum volume torque density. The method is based on the assumption that the product of surface and linear current density varies in a relatively narrow range for a certain type of electrical machines, and that its value primarily depends on the applied type of cooling. It is shown that by adopting a constant value of this product in the optimization process, the maximum allowed temperature of the conductor is limited, while, at the same time, designs that correspond to engineering experience in the construction of rotating electric machines are obtained. The results of the calculations are verified by computer simulation using finite element method (FEM).

# ANALYTHICAL METHOD FOR CALCULATION OF OPTIMAL SPLIT RATIO OF BLDC MOTOR

Đorđe Lekić, Slobodan Vukosavić