INFOTEH-JAHORINA Vol. 16, March 2017.

# Proračun nesigurnosti proizvodnje vjetroelektrana

Dušan Čorlija
Trebinje, Bosna i Hercegovina
dusan.corlija@yahoo.com

*Sažetak*— **U ovom radu je data analiza uticaja grešaka i nesigurnosti u mjerenju potencijala vjetra i osobina agregata na proračun proizvedene energije buduće vjetroelektrane. Dat je detaljan matematički metod pri određivanju intervala u kojem će se nalaziti proivedena energija za budućih $b$ godina sa vjerovatnoćom $p$.**

***Ključne riječi - proizvedena energija, nesigurnost, propagacija nesigurnosti, normalna i studentova raspodjela.***

## I. Uvod

Jedan od nedostataka vjetroelektrana je nesigurnost u procjeni njihove proizvodnje. Pri proračunu isplativosti vjetroelektrane neophodno je ne samo poznavati proizvodnju na lokaciji od interesa, nego i nesigurnost sa kojom je ta vrijednost izračunata.

Nesigurnost zavisi od velikog broja faktora, od kojih su neki:

- godišnje oscilacije karakteristika vjetra na lokaciji,
- vremenski okvir raspoloživih podataka,
- njihov kvailtet (vremenska rezolucija i pouzdanost),
- primijenjeni modeli (aproksimacija) pri proračunima proizvodnje,
- zavisnost faktora *Cp* od turbulencije vjetra

U posljednje vrijeme je učinjen značajan napor kako bi se ova nesigurnost smanjila i kako bi se raspolagalo sa preciznijim podacima o proizvodnji u budućnosti. Razvijene su raznovrsne metode za predviđanje potencijala vjetra na lokacijama od interesa koje podrazumijevaju kako horizontalnu tako i vertikalnu ekstrapolaciju mjernih podataka o brzini vjetra. Međutim kako god te metode bile precizne, uvijek će postojati izvjesna nesigurnosti pri proračunu proizvodnje.

Ovdje je pokušano da se nađe način proračuna te nesigurnosti pri procjeni proizvodnje vjetroelektrane u budućih $b$ godina.

## II. Varijacija i standardno odstupanje i njihov proračun

Neka je data veličina koja se mjeri $X$ (njena kvantitativna vrijednost). Prema [2] tu vrijednost nije moguće ustanoviti. Mjerenjem se može ustanoviti približna vrijednost (na osnovu rezultata mjerenja $X_1, X_2, \ldots, X_n$) koja se razlikuje od tačne vrijednosti za nesigurnost $\delta X$ i zato je ona potpuna samo kada je uz nju data procijenjena nesigurnost.

Nesigurnost $\delta X$ je parametar mjerenja koji opisuje rasipanje vrijednosti koje se mogu sa razlogom pripisati mjerenoj veličini $X$.

Rezultati mjerenja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ se mogu zajednički opisati slučajnom promjenljivom koja će ovdje, radi preglednosti, biti obilježavana jednako kao i mjerena veličina, dakle $X$.

Slučajna promjenljiva je promjenljiva koja može uzeti bilo koju vrijednost iz naznačenog skupa vrijednosti (konačnog ili diskretnog) i sa kojom je povezana raspodjela vjerovatnoće koja je često opisana funkcijom raspodjele. Ona može biti kontinualna ili diskretna.

Funkcija raspodjele vjerovatnoće za svaku vrijednost $x$ iz skupa kome $X$ mora pripadati daje vjerovatnoću da je $X$ manja ili jednaka $x$, odnosno $F(x) = P(X \le x)$.

Funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće predstavlja izvod (ako postoji) funkcije raspodjele, tj.

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}. \tag{1}$$

Za slučaj diskretne promjenljive bitna je funkcija $p_i = P(X = x_i)$.

Očekivana vrijednost slučajne promjenljive $X$ računa se kao

$$E(X) = \mu_X = \begin{cases} \int xf(x)dx \\ \sum xp_i \end{cases}, \tag{2}$$

pri čemu $\mu_X \neq X$ . Takođe važi da je $\mu = E\left(\left(X_1 + X_2 + \cdots + X_n\right)/n\right) = E\left(\overline{X}\right)$ pri čemu je aritmetička sredina opservacija mjerene veličine $X$ obilježena sa $\overline{X}$.

Varijacija promjenljive $X$ je definisana sa

$$V(X) = \sigma_X{}^2 = E\left[X - E\left(X\right)\right]^2 = \int \left(x - \mu_X\right)^2 dx, \tag{3}$$

a standardno odstupanje sa $\sigma_X = \sqrt{V(X)}$.

Računanje nesigurnosti se može vršiti na dva načina. Procjena tipa A gdje se koristi statistička analiza serije mjerenja, ili procjena tipa B gje se ne koristi statistička analiza, nego se polazi od *a priori* funkcija raspodjele.

U slučaju procjena tipa A, očekivana vrijednost promjenljive $X$ je zamijenjena srednjom aritmetičkom sredinom

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k, \tag{4}$$

gdje je $n$ broj observacija, a varijacjia i standardna devijacija su zamijenjene sa $s^2(X)$ i $s(X)$ respektivno koje se računaju prema

$$\begin{aligned} s^2(X) &= \frac{1}{1-n}\sum_{k=1}^{n}\left(X_k - \overline{X}\right)^2, \\ s(X) &= \sqrt{s^2(X)}. \end{aligned} \tag{5}$$

Varijacija i devijacija očekivane vrijednosti promjenljive su zamijenjene sa varijacijom i devijacijom aritmetičke sredine kao

$$\begin{aligned} s^2\left(\overline{X}\right) &= \frac{s^2(X)}{n}, \\ s\left(\overline{X}\right) &= \sqrt{s^2\left(\overline{X}\right)}. \end{aligned} \tag{6}$$

Kovarijacija dvije slučajne promjenljive $Y$ i $Z$ je mjera njihove međuzavisnosti i definisana je kao

$$\begin{aligned} C(Y,Z) = C(Z,Y) &= E\left[\left(Y - E(Y)\right)\left(Z - E(Z)\right)\right] \\ &= \int\int YZp(Y,Z)\,dydz - \mu_Y\mu_Z, \end{aligned} \tag{7}$$

gdje je $p(Y,Z)$ združena funkcija gustine vjerovatnoće promjenljivih $Y$ i $Z$.

Kovarijacija se može procijeniti preko $s(Y,Z)$ koje se računa na osnovu $n$ parova istovremenih posmatranja promjenljivih $Y$ i $Z$, to jest

$$s(Y,Z) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \overline{Y}\right)\left(Z_i - \overline{Z}\right) \tag{8}$$

## III. PROPAGACIJA NESIGURNOSTI

Neka izlazna promjenljiva $Z$ zavisi od $n$ ulaznih promjenljivih $Z = f(W_1, W_2, \ldots, W_n)$, pri čemu se svaka vrijednost $W_i$ (slučajna promjenljiva) može opisati odgovarajućom funkcijom raspodjele vjerovatnoće. Razvojem $f$ u okolini očekivanih vrijednosti za $W_i$, $E(W_i) = \mu_i$, korištenjem Tejlorovog razvoja prvog stepena, dobija se zavisnost odstupanja $Z$ oko $\mu_Z$ u odnosu na $W_i$ oko $\mu_i$

$$Z - \mu_Z = \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f}{\partial W_i}\left(W_i - \mu_i\right), \tag{9}$$

gdje je pretpostavljeno da je $\mu_Z = f(\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n)$. Kvadrat odstupanja je onda

$$\left(Z - \mu_Z\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f}{\partial W_i}\left(W_i - \mu_i\right)\right)^2, \tag{10}$$

što se može zapisati u obliku

$$\begin{aligned} \left(Z - \mu_Z\right)^2 = &\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial W_i}\right)^2\left(W_i - \mu_i\right)^2 + \\ &2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\frac{\partial f}{\partial W_i}\frac{\partial f}{\partial W_j}\left(W_i - \mu_i\right)\left(W_j - \mu_j\right). \end{aligned} \tag{11}$$

Očekivanje kvadrata odstupanja $\left(Z - \mu_Z\right)^2$ je prema (3) varijacija od $Z$, to jest, $E\left[\left(Z - \mu_Z\right)^2\right] = \sigma_Z^2$, i stoga iz jednačine (11) slijedi

$$\sigma_Z^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial W_i}\right)^2\sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\frac{\partial f}{\partial W_i}\frac{\partial f}{\partial W_j}\sigma_i\sigma_j\rho_{ij}. \tag{12}$$

U ovom izrazu su, $E\left[\left(W_i - \mu_i\right)^2\right] = \sigma_i^2$ varijacija od $W_i$ a $\rho_{W_iW_j}$ dat sa

$$\rho_{ij} = \frac{v\left(W_i, W_j\right)}{\sqrt{\sigma_i^2\sigma_j^2}} \tag{13}$$

korelacioni koeficijent od $W_i$ i $W_j$, gdje je $v\left(W_i, W_j\right) = E\left[\left(W_i - \mu_i\right)\left(W_j - \mu_j\right)\right]$ kovarijacija od $W_i$ i $W_j$.

## IV. OČEKIVANA VRIJEDNOST I VARIJACIJA LINEARNE KOMBINACIJE PROIZVOLJNIH PROMJENLJIVIH I KOVARIJACIJA

Na ovaj način svaka funkcija se može aproksimirati linearnom kombinacijom više promjenljivih. Pri mjerenju ove su promjenljive slučajne promjenljive.

Neka je dato $n$ slučajnih promjenljivih $X_1, X_2, \ldots, X_n$ čije su očekivane vrijednosti respektivno $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$, a varijacjie $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_n^2$. Tada je očekivana očekivana vrijednost linearne kombinacije istih $Y = \sum_{i=1}^{n} a_i X_i$, gdje su $a_1, a_2, \ldots, a_n$ realne konstante, data sa:

$$\mu_Y = E(Y) = E\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} a_i\mu_i \tag{14}$$

Varijacija se računa prema

$$\begin{aligned} \sigma_Y^2 &= V(Y) = E\left[\left(Y - \mu_Y\right)^2\right] \\ &= E\left[\left(\sum_{i=1}^{n} a_i\left(X_i - \mu_i\right)\right)\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\left(X_j - \mu_j\right)\right)\right] \\ &= 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} a_i a_j E\left[\left(X_i - \mu_i\right)\left(X_j - \mu_j\right)\right] \\ &= [I][M] \end{aligned} \tag{15}$$

U slučaju da su promjenljive $X_1, X_2, \ldots, X_n$ nezavisne matrica kovarijacije $[M]$ je dijagonalna i njeni elementi predstavljaju varijacije svake od promjenljivih, odnosno

$$\sigma_Y{}^2 = \sum_{i=1}^{n} a_i{}^2 \sigma_i{}^2. \quad (16)$$

V. NESIGURNOST PROIZVODNJE VJETROELEKTRANE

Kinetička energija usmjerenog kretanja vazdušne mase $m$ koja se kreće brzinom $v$ je data sa

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{\rho V v^2}{2} = \frac{\rho A t v^2}{2}, \quad (17)$$

pa je gustina snage

$$P' = \frac{1}{A}\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{2}\rho v^3. \quad (18)$$

Snaga koju vjetroagregat može izvući je uvijek manja i iznosi

$$P = \frac{1}{2} A C_p(v)\rho(T,p) v^3. \quad (19)$$

Energija koju agregat proizvede u nekom intervalu vremena $\Delta t$ je

$$E_{\Delta t} = \frac{1}{2} A C_p(v)\rho(T,p) v^3 \Delta t. \quad (20)$$

Pri proračunu proizvedene energije uglavnom se uzima vremenski okvir od jedne godine zbog sezonskih varijacija snage vjetra.

$$E_{god} = \sum_{i=1}^{8760} E_{10',i} = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{8760} \frac{1}{2} A C_{p,i}(v_i)\rho_i(T_i,p_i) v_i^3 \left[kWh\right]. \quad (21)$$

Veličine $C_p(v)$, $\rho(T,p)$ i $v$ u relaciji (21) mogu se posmatrati kao slučajne promjenljive sa pripadnim funkcijama gustina raspodjela vjerovatnoća, srednjim vrijednostima, varijacijama i standardnim devijacijama. Shodno tome je i lijeva strana $E_{\Delta t}$ okarakterisana svojom varijacijom i standardnim odstupanjem. Funkcija se može razviti oko tačke $A\left(\mu_{C_p}, \mu_\rho, \mu_v\right)$ korištenjem Tejlorovog reda prvog stepena, tj.

$$\begin{aligned} E_{\Delta t}\left(C_p,\rho,v\right) = {} & E_{\Delta t}\left(\mu_{C_p},\mu_\rho,\mu_v\right) + \frac{1}{2} A \mu_{C_p}\mu_v{}^3 \Delta t\left(\rho-\mu_\rho\right) + \\ & \frac{1}{2} A \mu_\rho \mu_v{}^3 \Delta t\left(C_p - \mu_{C_p}\right) + \\ & \left(\frac{1}{2} A \frac{dC_p}{dv}\mu_\rho \mu_v{}^3 \Delta t + \frac{3}{2} A \mu_{C_p}\mu_\rho \mu_v{}^2 \Delta t\right)\left(v-\mu_v\right). \end{aligned} \quad (22)$$

Na osnovu propagacije nesigurnosti iz (12) može se izračunati varijacija energije proizvedene u vremenskom intervalu $\Delta t$ $V\left(E_{\Delta t}\right)$.

Godišnje proizvedena energija iz (21) takođe ima svoju karakterističnu funkciju gustine raspodjele vjerovatnoće, varijaciju i odstupanje koje se računa prema (15). Varijacija iznosi

$$V\left(E_{god}\right) = V\left(\sum_{i=1}^{8760} E_{10',i}\right) = \sum_{i=1}^{8760}\sum_{j=1}^{8760} E\left[\left(E_{10',i} - \mu_{10'}\right)\left(E_{10',j} - \mu_{10'}\right)\right]. \quad (23)$$

Međutim, kako pojedinačna mjerenja nisu i nezavisna (na primjer, ako snaga vjetra u jednom desetominutnom intervalu izuzetno niska, logično je očekivati da će i u idućem biti niska), to matrica $[M]$ iz (15) nije dijagonalna. Izračunavanje njenih elemenata je praktično neizvodljivo.

Pri izračunavanju energije na godišnjem intervalu moguće je koristiti i pristup preko Vejbulove funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće brzina vjetra [5].

Srednja snaga na (godišnjem) intervalu $T$ je

$$\begin{aligned} \overline{P} &= \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt \\ &= \int_0^\infty f(v)P(v)\,dv \\ &= \int_0^\infty \frac{k}{c}\left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{U}{c}\right)^k} \frac{1}{2} A\rho C_p v^3 dv, \end{aligned} \quad (24)$$

a energija

$$\begin{aligned} E &= \int_0^T P(t)\,dt \\ &= T\overline{P} \\ &= T\int_0^\infty \frac{k}{c}\left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{U}{c}\right)^k} \frac{1}{2} A\rho C_p v^3 dv. \end{aligned} \quad (25)$$

U jednačini (25) promjenljive $k$, $c$ i $C_p$ su slučajne promjenljive. Prve dvije variraju u toku godina i sa vremenom se mijenja njihova očekivana vrijednost. Posljednja varira od agregata do agregata kao i od osobina terena na kojem će agregat biti instaliran. Ako se pretpostavi da se radi o međusobno nezavisnim promjenljivim i na osnovu propagacije nesigurnosti drugi član u jednačini (12) se gubi i preostaje

$$\sigma_E = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial k}\sigma_k\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial c}\sigma_c\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial C_p}\sigma_{C_p}\right)^2}. \quad (26)$$

Ako se standardna devijacija uzme kao mjera apsolutne nesigurnosti $\delta E^*$, onda je nesigurnost

$$\delta E^* = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial k}\delta k^*\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial c}\delta c^*\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial C_p}\delta C_p{}^*\right)^2}, \quad (27)$$

a relativna nesigurnost,

$$\delta E=\sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial k}\frac{k}{E}\delta k\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial c}\frac{c}{E}\delta c\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial C_p}\frac{C_p}{E}\delta C_p\right)^2} \quad (28)$$
$$=\sqrt{\left(o_{E,k}\delta k\right)^2+\left(o_{E,c}\delta c\right)^2+\left(o_{E,C_p}\delta C_p\right)^2},$$

gdje su $o_{E,k}$ , $o_{E,c}$ i $o_{E,C_p}$ faktori osjetljivosti. Na osnovu Lajbnicovog pravila diferenciranja integrala i (28) dobijaju se izrazi za faktore

$$o_{E,k}=\frac{\partial E}{\partial k}\frac{k}{E}=\frac{T}{E}\int_0^\infty P(v)\frac{\partial f(v)}{\partial k}kdv$$
$$=\frac{T}{E}\int_0^\infty P(v)\left[1+k\ln\frac{v}{c}\left(1-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right)\right]f(v)dv, \quad (29)$$

$$o_{E,k}=\frac{\partial E}{\partial c}\frac{c}{E}=\frac{T}{E}\int_0^\infty P(v)\frac{\partial f(v)}{\partial c}cdv$$
$$=\frac{T}{E}\int_0^\infty P(v)\left[\left(\frac{v}{c}\right)^k-1\right]f(v)dv, \quad (30)$$

$$o_{E,k}=\frac{\partial E}{\partial C_p}\frac{C_p}{E}=\frac{T}{E}\int_0^\infty f(v)\frac{\partial P(v)}{\partial C_p}dv$$
$$=1. \quad (31)$$

Na koji će se način postupiti pri izračunavanju nesigurnosti vezanih za $k$, $c$ i $C_p$ zavisi od modela koji su korišteni te raspoloživih podataka. Ako se za nesigurnost u preslikavanju brzine vjetra u snagu može se izdvojiti n međusobno nezavisnih faktora, onda je

$$\delta C_p=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(o_{C_p,i}\delta C_{p,i}\right)^2}. \quad (32)$$

Među ovim faktorima su:

- uticaj terena,
- razlike između agregata iz iste serije,
- uticaj turbulencije.

Na ovaj način se kaskadno može nesigurnost svakog od pojedinačnih faktora dalje raspisivati dok se ne dođe do faktora odnosno slučajnih promjenljivih čije su funkcije gustina raspodjele vjerovatnoća dostupne na osnovu mjerenja ili *a priori* poznate.

Ako se $c$ računa prema

$$c=\frac{\overline{U}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)}, \quad (33)$$

gdje su $\overline{U}$ srednja godišnja brzina vjetra na osovini vjetroturbine i $k$ faktor oblika nezavisne veličine. Tada je

$$\delta c=\sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial\overline{U}}\frac{c}{\overline{U}}\delta\overline{U}\right)^2+\left(\frac{\partial c}{\partial k}\frac{c}{k}\delta k\right)^2} \quad (34)$$
$$=\sqrt{\delta\overline{U}^2+\left(o_{c,k}\delta k\right)^2},$$

gdje je

$$o_{c,k}=\frac{1}{k}\psi\left(1+\frac{1}{k}\right)$$
$$=\frac{1}{k}\int_0^\infty\left(\frac{e^{-t}}{t}-\frac{e^{-t\left(1+\frac{1}{k}\right)}}{1-e^{-t}}\right)dt \quad (35)$$

Pri određivanju $\delta\overline{U}$ neophodno je uvažiti efekte ekstrapolacija. Neka su poznati podaci o vrijednostima brzine i smjera vjetra na ciljnoj lokaciji u trajanju od jedne godine i podaci o brzini vjetra u referentnoj meteorološkoj stanici u trajanju od $p$ godina.

Neka je srednja godišnja brzina vjetra na visini od 10m na ciljnoj lokaciji računata putem relacije

$$\overline{U_{10}}=a\overline{U_{ref}}+b, \quad (36)$$

pri čemu su a i b dobijeni linearnom regresijom na osnovu podataka o desetominutnim brzinama vjetra u konkurentnoj godini dana na ciljnoj lokaciji i referentnoj meteorološkoj stanici. Onda je

$$\delta\overline{U_{10}}=\sqrt{\left(a\frac{\overline{U_{ref}}}{a\overline{U_{ref}}+b}\delta\overline{U_{ref}}\right)^2+\left(a\frac{\overline{U_{ref}}}{a\overline{U_{ref}}+b}\delta a\right)^2+\left(b\frac{1}{a\overline{U_{ref}}+b}\delta b\right)^2}. \quad (37)$$

Ako je visinska ekstrapolacija vršena prema

$$\overline{U}=\overline{U_{10}}\left(\frac{h_3}{h_2}\right)^\alpha, \quad (38)$$

onda je

$$\delta\overline{U}=\sqrt{\left(\frac{\partial\overline{U}}{\delta\overline{U_{10}}}\frac{\overline{U_{10}}}{\overline{U}}\delta\overline{U_{10}}\right)^2+\left(\frac{\partial\overline{U}}{\delta a}\frac{a}{\overline{U}}\delta a\right)^2} \quad (39)$$
$$=\sqrt{\left(\delta\overline{U_{10}}\right)^2+\left(a\ln\frac{h_3}{h_2}\delta a\right)^2},$$

pri čemu je

$$\delta\alpha=\sqrt{\left(\frac{1}{\overline{U_2}\ln\frac{h_2}{h_1}}\delta\overline{U_{ref}}\right)^2+\left(-\frac{1}{\overline{U_1}\ln\frac{h_2}{h_1}}\delta\overline{U_{ref}}\right)^2}. \quad (40)$$

## VI. NIVOI POUZDANOSTI I T DISTRIBUCIJA

Na osnovu prethodno izloženog može se za godišnje proizvedenu energiju $E$ procijeniti očekivanje $\mu_E = E(E)$ i vacijacija $V(E) = \sigma_E{}^2$ kao i relativna nesigurnost $\delta E$ jer je, u slučaju da su na raspolaganju podaci u proteklih $g \to \infty$ godina

$$\begin{aligned} &\overline{E} \to \mu_E \\ &s^2(E) \to \sigma_E{}^2 \\ &u(E) \to \delta E \end{aligned} \tag{41}$$

Cilj je da se na osnovu $\overline{E}$ i procijene nesigurnosti $u(E)$ nađe proširena nesigurnosti $U_p = k_p u(E)$, gdje je $k_p$ faktor pokrivenosti, koja definiše interval $\overline{E} - U_p \le E \le \overline{E} + U_p$ pri čemu je vjerovatnoća da se $E$ nalazi u tom intervalu jednaka $p$, to jest

$$P\left[\overline{E} - k_p u(E) \le E \le \overline{E} + k_p u(E)\right] = p. \tag{42}$$

Pod uslovom da su proizvodnje u toku godina međusobno nezavisne i ako se pretpostavi da je populacija, sačinjena od p proteklih godišnjih proizvodnji, normalno distribuirana, odnosno, $E \sim (N, \sigma^2)$, onda je funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće

$$f(E) = \frac{1}{\sigma_E \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{E-\mu_E}{2\sigma_E}} \tag{43}$$

Naime, na osnovu (25) i (28) je jasno da $E$ zavisi od više slučajnih promjenljivih koji opet zavise od drugih promjenljivih različitih vrsta distribucija (pravougaone, normalne, … ). Činjenica da E ima normalnu distribuciju proizilazi iz teoreme srednje granice. Ako se želi ustanoviti vjerovatnoća da će $E$ pripadati intervalu $[D, G]$ neophodno je integraliti funkciju (43) na tom intervalu. To se radi uz pomoć numeričkih metoda jer ne postoji analitičko rješenje. Takođe za normalnu distribuciju su date tabele odnosa $p$ i $k_p$.

Sve rečeno do sada važi pod pretpostavkom da je $g \to \infty$. Međutim to nije zadovoljeno, pa se uticaj vrijednosti $g$ treba uzeti u obzir.

Ako je $E$ slučajna promjenljiva i $\overline{E}$ i $s(E)$ procjena parametara distribucije, tada je distribucija promjenljive $t = \frac{\overline{E} - \mu_E}{s(\overline{E})}$ *t*-distribucija ili Studentova distribucija sa $\upsilon = n - 1$ stepeni slobode, gdje je $n$ broj opservacija promjenljive $E$ a $s(\overline{E}) = \frac{s^2(E)}{\sqrt{n}}$. Pri tome važi

$$\begin{aligned} &P\left[-t_p(\upsilon) \le t \le t_p(\upsilon)\right] = p \\ &P\left[-t_p(\upsilon) \le \frac{\overline{E} - E(E)}{u(\overline{E})} \le t_p(\upsilon)\right] = p \\ &P\left[\overline{E} - t_p(\upsilon) u(\overline{E}) \le E(E) \le \overline{E} + t_p(\upsilon) u(\overline{E})\right] = p, \end{aligned} \tag{44}$$

pri čemu je $t_p(\upsilon)$ vrijednost $t$ za naznačeni broj stepena slobode. Proširena nesigurnost, dakle, iznosi

$$U_p = k_p u(\overline{E}) = t_p(\upsilon) u(\overline{E}). \tag{45}$$

Za naznačeni nivo pouzdanosti $p$ i broj stepeni slobode $\upsilon$ na osnovu tabela se dobija $t_p(\upsilon)$. U konkretnom slučaju promjenljiva $E$ je energija generisana u toku jedne godine pa se broj stepeni slobode može aproksimirati sa

$$\begin{aligned} &\upsilon_{eff} = \frac{u(E)^4}{\sum_{i=1}^{n} \frac{u_i(E)^4}{\upsilon_i}} \\ &u(E) = \sum_{i=1}^{n} o_i{}^2 u_i(E). \end{aligned} \tag{46}$$

pa je proširena nesigurnost

$$U_p = t_p(\upsilon_{eff}) u(\overline{E}). \tag{47}$$

To jest

$$P\left[\overline{E} - t_p(\upsilon_{eff}) u(\overline{E}) \le E(E) \le \overline{E} + t_p(\upsilon_{eff}) u(\overline{E})\right] = p. \tag{48}$$

$u(E)$ zavisi od nesigurnosti $u_i$ više normalno ili drugačije distribuiranih slučajnih promjenljivih, pri čemu su iste dobijene na osnovu *a priori* ili *frequency-based* distribucija.

Još je neophodno ustanoviti proširenu nesigurnost za ukupnu energiju koja će biti proizvedena u narednih $b$ godina. Radi se o zbiru slučajnih promjenljivih koje su jednako distribuirane i nezavisne. Stoga se na osnovu (16) lako dobija da je odnosno

$$P\left[b\overline{E} - \sqrt{b} t_p(\upsilon_{eff}) u(\overline{E}) \le E(E_b) \le b\overline{E} + \sqrt{b} t_p(\upsilon_{eff}) u(\overline{E})\right] = p. \tag{49}$$

## ZAKLJUČAK

U zavisnosti od matematičkih modela i aproksimacija korištenih pri proračunu proizvedene energije, kvalitetu mjernih instrumenata i kvalitetu i vremenskom okvira raspoloživih podataka te o brzini vjetra može se procijeniti nesigurnost proizvodnje u budućih $b$ godina.

## LITERATURA

[1] Lackner, Matthew A., Anthony L. Rogers i James F. Manwell: „Uncertainty analysis in wind resource assessment and wind energy

production estimation,“ 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exibit, AIAA-2007-1222, 2007.

[2] Bureau International des Poids et Measures, Commission electrotechnique internationale i Organisation internationale de normalisation, „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement,“ International Ogranization for Standardization, 1995.

[3] PennState Eberly College of Science, „Intro Probability Theory and Intro Mathematical Statistic“, 2016, https://onlinecourses.science.psu., posjeta na 26.03.2016.

[4] IEC 61400-12-1, „Wind Turbines: Part 12-1. Power performance measurements of electricity producing wind turbines,“ tehnički izvještaj IEC TC/SC 88, 2005.

[5] Željko Đurišić, „Modelovanje i analiza uticaja prostornog i vremenskog profila snage vjetra u projektovanju i eksploataciji vjetroelektrana u elektroenergetskom sistemu,“ 2013. abstract

*Abstract*— **This paper presents a method for analyzing the uncertainty in wind turibne generation with respect to quality of site wind data, measurement equipment and methods used in horizontal and vertical data extrapolation. Detailed mathematical method for power production estimation in next $b$ years is given.**

## CALCULATING UNCERTAINTY IN WIND TURBINE PRODUCTION PREDICTION

Dušan Čorlija