

Projektovanje optimalnog PID regulatora necelog reda maksimizacijom njegove amplitudske karakteristike

Boris B. Jakovljević, Zoran D. Jeličić

Departman za računarstvo i automatiku, Odsek za automatiku i upravljanje sistemima
Fakultet tehničkih nauka
Novi Sad, Republika Srbija
bjakov@uns.ac.rs, jelicic@uns.ac.rs

Tomislav B. Šekara

Katedra za signale i sisteme
Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu
Beograd, Republika Srbija
tomi@etf.rs

Sažetak—U okviru ovog rada projektovan je optimalni PID regulator necelog reda poznatiji kao distribuirani PID regulator. Ovaj regulator je projektovan tako da uspešno reaguje na poremećaj u sistemu. Funkcija cilja u okviru ove analize je maksimizacija amplitudske karakteristike regulatora, koja predstavlja alternativu maksimizaciji proporcionalnog dejstva kod klasičnih PID regulatora. Optimalni parametri regulatora su dobijeni uz ograničenja na mere performansi i robusnosti. Globalna optimizaciona tehnika optimizacija rojem čestica (PSO) je korišćena za određivanje optimalnih parametara regulatora. Kvalitet regulatora je testiran na test skupu procesa. Rezultati su dobijeni putem numeričkih simulacija.

Ključne riječi—PID, frakcioni račun, optimalno upravljanje, robusno upravljanje (PID, fractional calculus, optimal control, robust control)

I. UVOD

Najčešće korišćeni upravljački algoritam u industriji jeste proporcionalno-integralno-diferencijalni algoritam (PID) [1], a procenat njegove korišćenosti raste ukoliko govorimo o petrohemijskoj industriji. Široka rasprostranjenost PID regulatora je odraz njegove jednostavne, intuitivne strukture, malog broja parametara za podešavanje, te mogućnosti njegovog projektovanja bez poznavanja modela procesa. Svakako jedna od najvećih poteškoća u primeni PID regulatora je podešavanje njegovih parametara. Iako je u literaturi moguće pronaći veliki broj načina za podešavanje parametara PID regulatora, ovo uopšte ne predstavlja jednostavan posao [2], [3].

Sa razvojem matematičkih alata poput frakcionog diiferencijalnog računa i teorija upravljanja je išla u korak, pa se razvio i frakcioni PID, a potom i distribuirani PID (DOPID) ili PID regulator distribuiranog reda. Ovi regulatori poseduju više parametara, a samim tim je sa njima moguće ostvariti i veću fleksibilnost. U skorije vreme posvećena je pažnja optimalnom određivanju parametara regulatora necelog reda [4], [5], [10].

U okviru ovog rada projektovan je optimalni PID regulator necelog reda, preciznije distribuirani PID regulator (DOPID regulator). Predložen je kriterijum optimalnosti koji predstavlja alternativu maksimizaciji proporcionalnog dejstva kod klasičnih PID regulatora, a čini ga maksimizacija amplitudske karakteristike regulatora. Uz ovaj kriterijum optimalnosti uzeta su u obzir ograničenja na mere performanse i robusnosti. Kvalitet regulatora je testiran na test skupu procesa koji čine procesi necelog reda. Vršeno je poređenje u kvalitetu regulacije sa klasičnim PID regulatorom. Parametri optimalnih PID i DOPID regulatora su podešeni putem optimizacije rojem čestica (PSO).

II. STRUKTURA REGULATORA

Polazeći od klasičnog PID algoritma u paralelnoj formi datog izrazom

$$G_{pid}(s) = \frac{k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s}{T_f s + 1}, \quad (1)$$

gde su k_p , k_i , k_d i T_f , proporcionalno, integralno, diferencijalno pojačanje i vremenska konstanta filtra, redom, vrlo lako se može dobiti i njegovo uopštenje u domenu frakcionog računa. Značajno je primetiti da je u strukturu samog regulatora uključen u niskopropusni filter radi eliminacije šuma merenja. Sada se uopšteni frakcioni PID regulator se može zapisati u obliku

$$G_{fpid}(s) = \frac{k_p + \frac{k_i}{s^\alpha} + k_d s^\beta}{(T_f s)^\beta + 1}, \quad (2)$$

gde su dodatni parametri, red integralnog člana regulatora, α i red diferencijalno člana integratora, β . Naravno, potrebno je primetiti da je vremenska konstanta filtra sad oblika T_f^β .

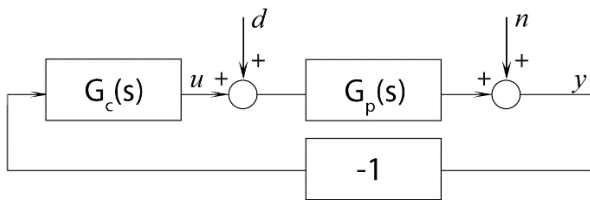
Daljim uopštavanjem ovog izraza može se doći do PID regulatora distribuiranog reda, tj. DOPID regulatora u formi

$$G_{dpid}(s) = \frac{\sum_{i=1}^n k_i s^{-1+\Delta t}}{T_f s + 1}, \quad (3)$$

gde je $\Delta t = \frac{2}{n}$ i n predstavlja broj diferintegratora u strukturi

DOPID-a. Lako je uočiti da je regulator (3) eksplicitno dat u Laplasovom domenu. Smisao njegovog uvođenja, kao i detaljno objašnjenje ove strukture regulatora dato je u radu [6].

III. STRUKTURA PROBLEMA



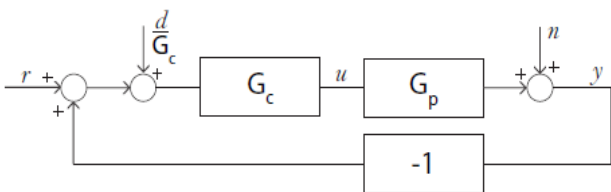
Slika 1. Struktura sistema automatskog upravljanja

U okviru analize kvaliteta regulatora analiziran je sistem sa Sl. 1. U datoj strukturi $G_c(s)$ predstavlja regulator, $G_p(s)$ proces, u upravljački signal, a n šum merenja, a y izlaz sistema. DOPID regulator je projektovan tako da eliminiše poremećaj d u sistemu sa Sl. 1.

IV. ZAHTEVI PRI PROJEKTOVANJU REGULATORA

A. Maksimizacija proporcionalnog dejstva

Posmatranjem sistema sa Sl. 1, zaključuje se da ukoliko se poremećaj d postavi u superpoziciju sa referentnim signalom, dobija se da se on sad adekvatno mora posmatrati kao d/G_c da bi sistem zadržao funkciju prenosa u formi koja odgovara sistemu sa Sl. 1. Ova modifikacija je ilustrovana na Sl. 2.



Slika 2. Izmenjena struktura sistema automatskog upravljanja

Da bi regulator potisnuo poremećaj u odnosu na referentni signal, potrebno je da sam regulator ima što veće vrednosti na svim frekvencijama uz pretpostavku da sistem automatskog upravljanja ostaje stabilan. Regulator G_c će svakako za neku frekvenciju ω_m imati minimalno potiskivanje poremećaja.

Potrebno je tu vrednost učini što većom da bi regulator imao bolju karakteristiku.

Kod klasičnog PID regulatora u paralelenoj formi bez filtra minimalna vrednost amplitudske karakteristike se dobija za regulator čiji je imaginarni deo jednak nuli. To se jasno može videti iz sledeće analize:

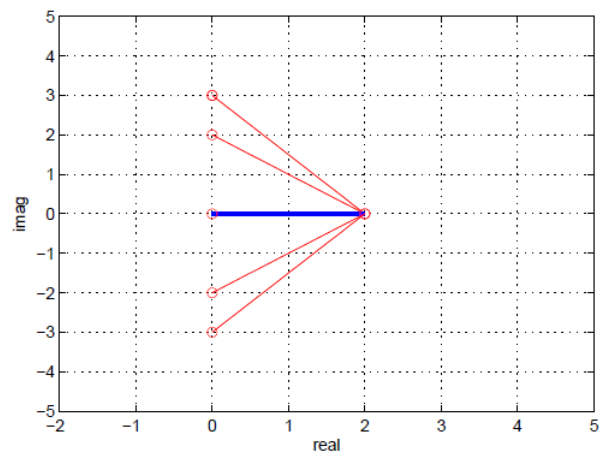
$$\min |G_{pid}(j\omega_m)| = \min \left| k_p + \frac{k_i}{j\omega_m} + k_d j\omega_m \right| \quad (4)$$

odnosno

$$\min |G_{pid}(j\omega_m)| = \min \left| k_p + j \left(k_d \omega_m - \frac{k_i}{\omega_m} \right) \right|. \quad (5)$$

Iz poslednjeg izraza se vidi da je minimalna vrednost amplitude regulatora tačno jednaka k_p , na frekvenciji

$$\omega_m = \sqrt{\frac{k_i}{k_d}}. \quad (6)$$



Slika 3. Vrednost amplitude za različite vrednosti pojačanja dejstva klasičnog PID regulatora: plava linija označava najmanju vrednost amplitude

Na Sl. 3 je ilustrovana činjenica izvedena u prethodnoj analizi.

B. Maksimizacija amplitudske karakteristike regulatora

Slična analiza po pitanju amplitudske karakteristike regulatora u smislu potiskivanja poremećaja može se pokazati i za necelne regulatore PID tipa. Razlika je u tome što kod frakcionog PID regulatora i regulatora distribuiranog reda ne možemo eksplicitno posmatrati realni i imaginarni deo jer ovi regulatori poseduju članove koji nemaju čisto imaginarne delove, nego npr. $(j\omega)^\alpha$. Iz ovog razloga, kod regulatora necelog tipa, ne možemo eliminisati eksplicitnu zavisnost u kriterijumu optimalnosti od frekvencije kao kod klasičnog PID regulatora, gde možemo maksimizovati proporcionalno dejstvo. U ovom slučaju maksimizujemo minimum amplitudske karakteristike necelog regulatora, odnosno

$$\max(\min |G_{pid}(j\omega_m)|). \quad (7)$$

C. Ograničenja na mere performanse i robusnosti

Merni šum u teoriji upravljanja predstavlja jedan od elemenata čiji je nepoželjan uticaj potrebno na neki način otkloniti ili bar imati u vidu. Imajući u vidu ovu činjenicu jedna od osnovnih mera performanse sistema je Maksimalna osetljivost na merni šum koja se definiše kao

$$M_n = \max_{\omega} \left| \frac{-G_c(j\omega)}{1+G_c(j\omega)G_p(j\omega)} \right| \quad (8)$$

Kako je poznato je da za najveći broj industrijskih procesa osetljivost na šum raste sa porastom frekvencije i da svoj maksimum dostiže kako $\omega \rightarrow \infty$, može se dokazati kako je

$$M_n = \frac{k_d}{T_f} \quad (9)$$

što je i pokazano u [6].

Pored prethodne mere performanse u razmatranje su uvedene i još jedna mera robusnosti sistema, Maksimalna osetljivost, M_s

$$M_s = \max_{\omega} \left| \frac{1}{1+G_c(j\omega)G_p(j\omega)} \right| \quad (10)$$

te ograničenje premašaja na odskočnu referencu, Q [7], [8]

$$Q = \max_{\omega} \left| \frac{\frac{k_f G_p(s)}{j\omega}}{1+G_c(s)G_p(s)} \right| \quad (11)$$

Poslednji izraz predstavlja ograničenje na rezonantni vrh, tj. premašaj izlaza na odskočnu referencu i utvrđeno je mnogobrojnim simulacijama da je njegova optimalna vrednost $Q=1.01$ [9]. Takođe, ograničenje (11) obezbeđuje smanjenu oscilatornost sistema, na taj način smanjujući razliku između IE i IAE.

V. OPTIMIZACIONI PROBLEM

Konkretan optimizacioni problem razmatran ovde se može formulisati na sledeći način. Potrebno je projektovati optimalni regulator oblika

$$G_{DOPID,7}(s) = \frac{1}{T_f s + 1} \left(\frac{k_0}{s} + \frac{k_1}{s^{1/2}} + \frac{k_2}{s^{3/2}} + k_3 + k_4 s^{1/3} + k_5 s^{2/3} + k_6 s \right) \quad (12)$$

tako da eliminiše poremećaj u sistemu sa Sl. 1 uz sledeće zahteve postavljene na sistem:

$$\max_{k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6} \min_{\omega} |G_c(j\omega)| \quad (13)$$

uz ograničenja:

$$\text{system je stabilan u zatv. povratnoj sprezi} \quad (14)$$

$$T_f = \frac{k_d}{M_n^{\max}} \quad (15)$$

$$M_s = \left| \frac{1}{1+G_c(j\omega)G_p(j\omega)} \right|_{\omega=\omega_n} \leq M_s^{\max} \quad (16)$$

$$Q = \left| \frac{\frac{k_f G_p(j\omega)}{j\omega}}{1+G_c(j\omega)G_p(j\omega)} \right|_{\omega=\omega_q} \leq Q^{\max} \quad (17)$$

VI. TEST SKUP PROCESA

Pomenuti optimizacioni problem je testiran na sledećem test skupu procesa:

$$G_{p1}(s) = \frac{-lns}{s(s+1)} \quad (18)$$

$$G_{p2}(s) = \frac{-(1-s)lns}{(s+1)^2} \quad (19)$$

$$G_{p3}(s) = \frac{-(1-s)lns}{(s+1)^2} \quad (20)$$

$$G_{p4}(s) = \frac{(0.5s+0.1\sqrt{s}-1)lns}{(\sqrt{s}+1)^2} \quad (21)$$

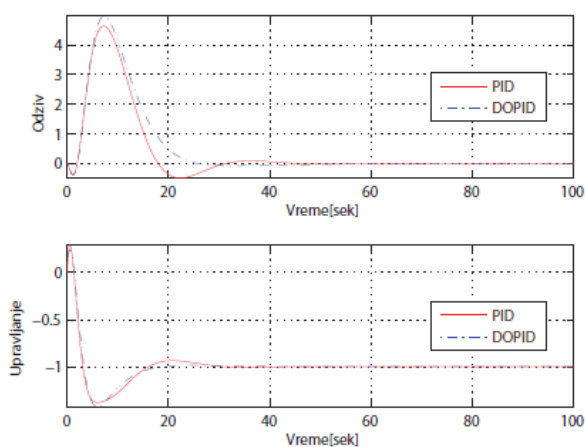
Ovaj test skup procesa je izabran da bi se pokazala svrsishodnost izbora predložene strukture regulatora. U ranijim radovima autora je pokazano da DOPID regulator nema smisla uvoditi za celobrojne procese.

VII. REZULTATI

U ovom segmentu je dat pregled rezultata dobijenih optimizacijom rojem čestica za klasičan PID regulator definisan izrazom (1) i DOPID regulator dat izrazom (12). I za jedan i za drugi regulator je korišćena maksimizacija minimuma amplitudske karakteristike regulatora iako za klasičan PID to ustvari predstavlja maksimizaciju proporcionalnog pojačanja. Svi rezultati su dobijeni za vrednosti $M_s^{\max} = 2$, $M_n^{\max} = 20$ i $Q^{\max} = 1.01$. U Tabeli 1 su dati svi optimalni parametri regulatora uz napomenu da su sa * označeni rezultati za procese koji su upravljani klasičnim PID regulatorom datim izrazom (1).

TABELA I. OPTIMALNI PID I DOPID ZA VREDNOSTI $M_n^{max} = 20$, $M_s^{max} = 2$ i $Q^{max} = 1.01$.

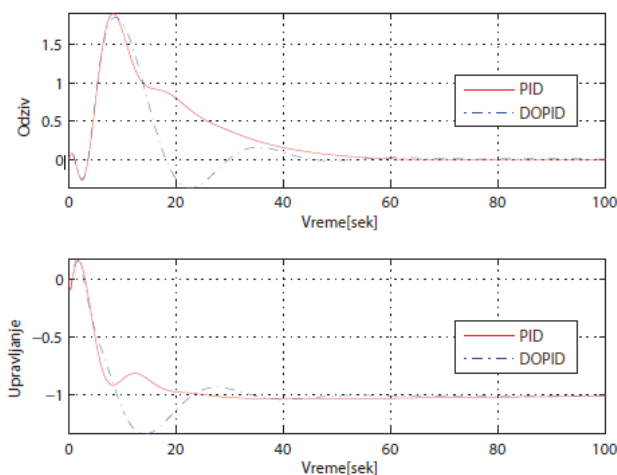
Proces	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	T_i	IAE	M_p
G_{p1}	2.08e-2	4.45e-3	-3.00e-2	2.43e-1	1.04e-2	5.67e-3	4.02e-1	2.01e-2	52.24	1.59
G_{p1}^*	5.07e-2	/	/	1.30e-1	/	/	6.83e-1	3.42e-2	46.44	1.70
G_{p2}	6.26e-2	2.61e-2	6.81e-2	2.12e-1	-3.87e-3	-2.89e-1	7.59e-1	3.79e-2	21.30	1.56
G_{p2}^*	3.68e-2	/	/	3.84e-1	/	/	3.78e-1	1.89e-2	29.37	1.03
G_{p3}	6.095e-2	2.37e-1	-7.63e-1	1.31	-4.86e-1	-6.87e-2	5.13e-1	2.57e-2	18.36	1.30
G_{p3}^*	4.18e-2	/	/	3.77e-1	/	/	1.44e-1	7.20e-3	26.45	1.03
G_{p4}	2.97e-1	-5.90e-2	4.46e-1	1.44	-5.50e-1	9.08e-1	6.01e-1	3.00e-2	3.73	1.49
G_{p4}^*	2.72e-1	/	/	1.66	/	/	6.14e-2	3.07e-2	4.17	1.39



Slika 4. Odziv sistema i upravljački signal za proces G_{p1} upravljani klasičnim PID-om i DOPID-om uz ograničenja $M_s^{max} = 2$, $M_n^{max} = 20$ i $Q^{max} = 1.01$.

Posmatrajući Sl. 4 može se primetiti da odziv sistema za proces G_{p1} upravljani DOPID-om nema fluktuacija, dok klasični PID daje mali prebačaj pri eliminisanju poremećaja. Brzina vraćanja u ustaljeno stanje je približna za oba regulatora. Vrednost IAE je nešto manja za klasičan PID, nego za DOPID regulator, dok je vrednost pokazatelja robusnosti M_p nešto manja za DOPID. Takođe, ukupna vrednost kriterijuma optimalnosti je nešto bolja za DOPID regulator, za koji je vrednost kriterijuma 0.211, dok je za klasičan PID 0.209.

Kod procesa G_{p2} situacija je potpuno drugačija nego kod procesa G_{p1} . Odziv sistema za proces G_{p2} je ilustrovan na Sl. 5. U ovom slučaju se za optimalan klasičan PID dobija odziv bez fluktuacija, uz činjenicu da je odziv kod klasičnog PID-a za nijansu sporiji.



Slika 5. Odziv sistema i upravljački signal za proces G_{p2} upravljani klasičnim PID-om i DOPID-om uz ograničenja $M_s^{max} = 2$, $M_n^{max} = 20$ i $Q^{max} = 1.01$.

Vrednost IAE je nešto manja za DOPID, dok je vrednost mere robusnosti M_p drastično manja za klasičan PID. Kod procesa G_{p2} dobija se značajno veća vrednost kriterijuma optimalnosti za klasičan PID, nego za DOPID, naime 0.383 naspram 0.211, respektivno.

Na Sl. 6 se vidi odziv sistema sa procesom G_{p2} . Zaključuje se da optimalni klasični PID regulator omogućava prigušen odziv, dok kod DOPID regulatora postoje određene fluktuacije. Brzina odziva je gotovo identična za oba regulatora. Kao i kod prethodnog razmatranog procesa, vrednost IAE za DOPID je nešto manja nego za klasičan PID regulator, dok je razlika po pitanju M_p manje drastična nego kod prethodnog procesa, ali opet u korist klasičnog PID-a kod koga je vrednost $M_p = 1.03$, naspram $M_p = 1.3$ kod DOPID regulatora.

VIII. ZAKLJUČAK

Iz postojeće analize se može izvesti zaključak da je za određenu klasu procesa poput procesa G_{p1} postoji osnovan razlog za uvođenje predloženog kriterijuma optimalnosti za DOPID regulator. Takođe, posmatranjem samo vrednosti kriterijuma optimalnosti može se zaključiti da kriterijum maksimizacije minimuma amplitudske karakteristike regulatora dovodi do boljih rezultata. Naravno, za sve razmatrane slučaje, postoji određen kompromis u smislu kvaliteta regulatora u pogledu mera performansi i mera robusnosti.

ZAHVALNICA

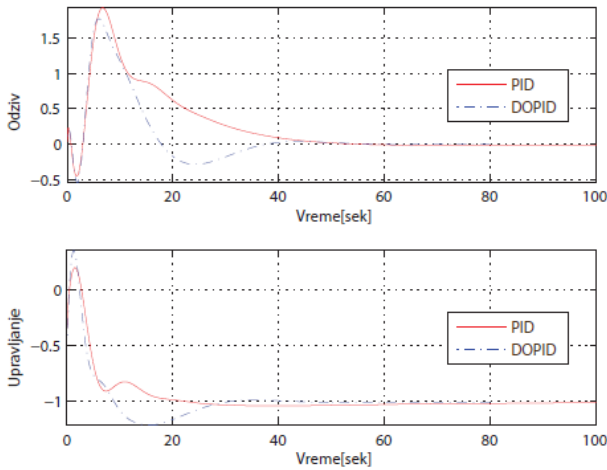
Autori žele da se zahvale Ministarstvu nauke Republike Srbije za njihovu finansijsku podršku putem projekata III44008, TR33013 (B.B.J), TR32018 (Z.D.J) i TR33020 (T.B.Š). Takođe, autor B.B.J se zahvaljuje i Pokrajinskom sekretarijatu za nauku i tehnološki razvoj Vojvodine za podršku putem kratkoročnog projekta od posebnog značaja za održivi razvoj APV, ugovor broj 114-451-620/2015-03.

LITERATURA

- [1] S. Yamamoto and I. Hashimoto, "Present status and future needs: the view from Japanese industry", In Arkun and Ray, Eds., Chemical Process Control-CPCIV. Proc. 4th Inter. Conf. on Chemical Process Control, TX, 1991.
- [2] K. J. Astrom and T.Hagglund, PID controllers: theory, design and tuning, Instrument Society of America, North Carolina (1995).
- [3] K. J. Astrom and T.Hagglund, Advanced PID Control, ISA (2005).
- [4] Jakovljević B.B., Rapačić, M.R. , Jeličić, Z.D. , Šekara, T.B. , Optimization of distributed order fractional PID controller under constraints on robustness and sensitivity to measurement noise, 2014 International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications (ICFDA), 23-25 June 2014, Catania. Pages 1-6, DOI: 10.1109/ICFDA.2014.6967406
- [5] Jakovljević B.B., Rapačić, M.R. , Šekara, T.B. , Jeličić, Z.D. , Optimization of Fractional PID Controller by Maximization of the Criterion That Combines the Integral Gain and Closed-Loop System Bandwidth, 18th International Conference on System Theory, Control and Computing, October 17-19, 2014, Sinaia, Romania
- [6] Boris B. Jakovljević, Milan R. Rapačić, Mirna N. Kapetina, Tomislav B. Šekara, Usporedna analiza performansi jedne klase linearnih optimalnih regulatora celog i necelog reda, Međunarodni naučno-stručni simpozijum Infoteh-Jahorina (13; Jahorina; 2014)
- [7] B. Kristiansson and B. Lennartson, "Evaluation and simple tuning of PID controllers with high-frequency robustness", Journal of Process Control, vol.16, pp. 91-102, February 2006.
- [8] B. Kristiansson and B. Lennartson, "Robust tuning of PI and PID controllers: using derivative action despite sensor noise" IEEE Control Systems Magazine, pp. 55-69, February 2006.
- [9] T. B. Šekara and M. R. Mataušek, "Revisiting the Ziegler-Nichols process dynamics characterization", J. Process Control vol. 20, pp. 360-363, 2010.
- [10] Boris Jakovljević, "Optimalno i suboptimalno podesavanje parametara robusnih linearnih regulatora necelog reda", Doktorska disertacija, Fakultet tehnickih nauka u Novom Sadu, 2015.

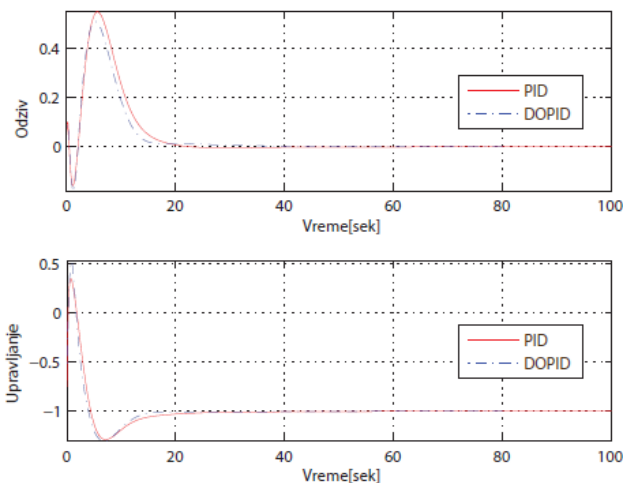
ABSTRACT

This paper describes design of optimal PID controller of noninteger order, i.e. of distributed order PID controller (DOPID). This regulator is designed in such way to reject



Slika 6. Odziv sistema i upravljački signal za proces G_{p3} upravljani klasičnim PID-om i DOPID-om uz ograničenja $M_s^{max} = 2$, $M_n^{max} = 20$ i $Q^{max} = 1.01$.

Kao što se vidi na Sl. 7, za proces G_{p4} se dobijaju najslabiji odzivi za DOPID i PID. Nešto manji preskok ima sistem upravljani DOPID, dok je neznatno brži sistem upravljani klasičnim PID-om. Vrednost mere performanse IAE je nešto manja za DOPID, dok je mera robusnosti M_p kvalitetnija za klasičan PID. Vrednost kriterijuma optimalnosti je veća za DOPID, naime on je 1.77 za DOPID, dok je 1.66 za klasični PID.



Slika 7. Odziv sistema i upravljački signal za proces G_{p4} upravljani klasičnim PID-om i DOPID-om uz ograničenja $M_s^{max} = 2$, $M_n^{max} = 20$ i $Q^{max} = 1.01$.

disturbances in system. The controller design is performed by maximization of amplitude characteristics of the controller, which represents alternative to maximization of proportional gain with regular PID controllers. Optimal controller parameters are obtained with respect to constraints on performance and robustness. Global optimization technique named particle swarm optimization (PSO) was used for obtaining optimal controller parameters. Quality of the controller was tested on a process benchmark. The results were obtained via numerical simulations.

DESIGN OF OPTIMAL PID CONTROLLER OF NONINTEGER ORDER BY MAXIMIZATION OF

AMPLITUDE CHARACTERISTIC OF THE CONTROLLER

Boris B. Jakovljević, Zoran D. Jeličić, Tomislav B.
Šekara