

Nova metoda diskretizacije PI/PID regulatora

Tomislav B. Šekara
Elektrotehnički fakultet
Univerzitet u Beogradu
Beograd, Srbija
tomi@etf.rs

Marko Bošković
Elektrotehnički fakultet
Univerzitet u Istočnom
Sarajevu
Istočno Sarajevo, BiH
marko.boskovic@etf.unssa.rs.ba

Petar Mandić,
Mihailo P. Lazarević
Mašinski fakultet
Univerzitet u Beogradu
Beograd, Srbija
petarmandic84@gmail.com
mlazarevic@mas.bg.ac.rs

Milan R. Rapaić
Fakultet tehničkih nauka
Univerzitet u Novom Sadu
Novi Sad, Srbija
rapaja@uns.ac.rs

Sažetak—U ovom radu je data nova metoda diskretizacije PI/PID regulatora primjenom Padé aproksimacije. Pokazano je kako se direktnom primjenom Padé aproksimacije na funkciju prenosa kontinualnog PI/PID regulatora jednostavno dobija odgovarajući diskretni ekvivalent. Opisana metoda je upoređena sa do sada najčešće primijenjenim metodama diskretizacije kontinualnih sistema, sa nekoliko indirektnih metoda diskretizacije zasnovanim na numeričkim aproksimacijama sistema. Efikasnost predložene metode potvrđena je simulacijama koje su pokazale da dobijeni diskretni ekvivalent adekvatno aproksimira PI/PID regulator sa serijskim filtrom I i II reda i da daje uporedive rezultate u odnosu na navedene metode diskretizacije.

Ključne riječi—PI/PID regulator; Diskretizacija; Padé aproksimacija;

I. UVOD

Svestranost primjene sa mogućnostima obrade nelinearnih jednačina upravljanja, složenih proračuna i logičkih operacija čini digitalne regulatore nezaobilaznim u industriji [1]. Osim toga, korišćenjem mikroprocesora, mogućnost digitalnih regulatora ima daleko širu primjenu u odnosu na analogne regulatore, na primjer zbog fleksibilnosti, jeftinije implementacije, jednostavne rekonfiguracije, itd. a sve u cilju realizacije adekvatnih zakona upravljanja procesima.

Regulator PI/PID i dalje prevladava u regulaciji procesa u industriji [2-4] gdje se primjenjuje kao samostalan, ali i kao funkcionalni blok unutar programabilnih logičkih jedinica i distribuiranih upravljačkih sistema. Zbog velikog značaja i primjene PI/PID regulatora u industriji [2-4], razvijene su efikasne i jednostavne metode za podešavanje parametara industrijskih regulatora. Najveći broj ovih metoda se izvodi u s -domenu [4-16], stoga se kao konačan rezultat projektovanja dobija funkcija prenosa PI/PID regulatora $C(s)$. To je ujedno i prvi korak koji se vrši u kontinualnom domenu ne uzimajući u obzir teoremu odabiranja.

U cilju fizičke implementacije regulatora $C(s)$ potrebno je izvršiti njegovu diskretizaciju. Najpoznatije metode su: metoda nepromjenljivog odziva na impulsnu ili odskočnu pobudu, primjena diskretnih modela sa kolima za zadržku, preslikavanje polova i nula (*matched pole-zero models*) kao i preslikavanja iz s domena u z domen (s - z mapping) primjenom različitih aproksimacionih metoda.

U ovom radu je data jedana nova metoda diskretizacije PI/PID regulatora primjenom Padé aproksimacije na funkciju prenosa regulatora $C(s)$. Diskretizacija je izvršena na funkcije prenosa PI/PID regulatora čiji parametri su podešeni u [15], a zatim je izvršeno poređenje sa nekoliko najčešće korišćenih numeričkih metoda diskretizacije.

II. METODE DISKRETIZACIJE PI/PID REGULATORA

Idealni PID regulator se može zapisati u obliku $C(s)=k+k_i/s+k_d s$. S obzirom da diferencijalni član ima veliko pojačanje na visokim frekvencijama pojavljuju se velike varijacije u upravljačkom signalu kao posljedica visokofrekventnog mjernog šuma. Jedno rješenje ovog problema je filtracija šuma korištenjem filtra prvog reda $F_{NF}(s)=1/(T_f s+1)$ samo na diferencijalni član.

Umjesto da se primjenjuje filtracija samo na diferencijalni član moguće je da se filtrira cjelokupna upravljačka promjenljiva. U slučaju filtra funkcije prenosa prvog reda, PID regulator je dat sa

$$C(s) = \frac{k_d s^2 + k s + k_i}{s(T_f s + 1)} \quad (1)$$

a u slučaju filtra II reda, prema [16], ekvivalentna funkcija prenosa PID regulatora je

$$C(s) = \frac{k_d s^2 + k s + k_i}{s(T_f^2 s^2 / 2 + T_f s + 1)} \quad (2)$$

gdje su k , k_i i k_d proporcionalno, integralno i diferencijalno pojačanje, T_f vremenska konstanta filtra drugog reda sa faktorom relativnog prigušenja $\zeta = 1/\sqrt{2}$. Vremenska konstanta filtra T_f se bira najčešće kao $(k/k_i)/N$ za PI regulator, odnosno $(k_d/k)/N$ za PID regulator, pri čemu se N uzima u opsegu 2-20, [16]. Kod primjene u industriji T_f mora da zadovoljava relaciju $T_f > 0$, pa je poželjno da se uvodi u proceduru projektovanja [17], kao što je, na primjer, izvršeno u [18].

Diskretizacija linearnih stacionarnih sistema koristi za osnovu preslikavanje polova iz s -domena u z -domen transformacijom

$$z = e^{sT} \quad (3)$$

gdje je T period odabiranja. Transformacijom (3) se preslikava lijeva poluravan s -ravni u unutrašnjost jediničnog kruga z -ravni što znači da će stabilnost diskretnog sistema racionalne funkcije prenosa $C(z)$ biti sačuvana ako se svi polovi diskretnog sistema nalaze u jediničnom krugu. Kako je $s = \sigma + j\omega$ tada važi

$$z = e^{(\sigma + j\omega)T} = e^{\sigma T} e^{j\omega T} = e^{\sigma T} e^{j(\omega T + 2k\pi)} \quad (4)$$

Iz jednačine (4) se zaključuje da se sve tačke iz s ravni, gdje su frekvencije umnoški frekvencije odabiranja $2\pi/T$, preslikavaju u iste tačke u z ravni, što znači da postoji beskonačno vrijednosti s za svaku vrijednost z . Treba napomenuti da jednostavna i jednoznačna transformacija za preslikavanje nula kontinualnog sistema u nule diskretnog sistema ne postoji i da pozicija nula zavisi od perioda odabiranja T , tipa transformacije i aproksimacije itd.

A. Direktna Padé aproksimacija PI/PID regulatora

Prvi korak u ovom postupku diskretizacije slijedi iz jednačine (3), odakle je $s = \ln(z)/T$, a zamjenom u izraze (1) ili (2) se dobija neracionalni oblik funkcije prenosa $C(z)$. U sljedećem koraku se primjenjuje $[M, N]$ Padé aproksimacija koja je definisana u [19,20].

U slučaju PI/PID regulatora sa filtrom I reda za dobijeni diskretni ekvivalent $C^{PA}(z)$ uzima se $M=N=2$, a za PI/PID regulator sa filtrom II reda uzima se $N=2$ ili $N=3$, a $M \leq N$. Treba imati u vidu da stabilnost diskretnog ekvivalenta nije unaprijed zagarantovana.

B. Indirektne metode diskretizacije PI/PID regulatora

Indirektne metode diskretizacije su tipa različitih aproksimacija i zasnovane su na transformaciji tipa $s=f(z)$, gdje je $f(z)$ odgovarajuća realna racionalna funkcija kompleksne promjenljive dobijene na osnovu (3).

Najpoznatije aproksimacije Tustinova, Ojlerova aproksimacija I i II vrste se svode na aproksimaciju operacija diferenciranja i integraljenja. U Tabeli 1. date su diskretne funkcije prenosa navedenih aproksimacija. Zamjenom kompleksne promjenljive s sa $1/f(z)$ u izraz $C(s)$ dobijaju se odgovarajuće diskretne funkcije prenosa.

TABELA 1. DISKRETNi EKVALENTI OSNOVNIH APROKSIMACIJA

$G(s)$	γ	P	$f(z)$	Naziv aproksimacije
$\frac{1}{s}$	1	0	$\frac{T}{z-1}$	Ojlerova I vrste
	1	1	$\frac{T(z+1)}{2(z-1)}$	Tustinova
	1	1/2	$\frac{Tz}{z-1}$	Ojlerova II vrste

Ojlerovom aproksimacijom I vrste, $C^{O1}(z)$, stabilan kontinualni sistem može postati nestabilan u diskretnom domenu. Ojlerovom aproksimacijom II vrste, $C^{O2}(z)$, stabilan

kontinualni sistem se preslikava u stabilan diskretni sistem, ali se može desiti i da se nestabilni kontinualni sistem preslika u stabilan diskretni sistem. Tustinovom aproksimacijom, $C^{TU}(z)$, se stabilan kontinualni sistem preslikava u stabilan diskretni i obrnuto.

U [21] je pokazano da veliki broj s - z aproksimacija predstavljaju specijalne slučajeve T -integratora datog sa $X_n = X_{n-1} + T\gamma [P(dX/dt)_n + (1-P)(dX/dt)_{n-1}]$ odakle se dobija

$$\frac{1}{s} \approx P \frac{Tz}{z-1} \gamma + (1-P) \frac{T}{z-1} \gamma, \quad P \in [0,2] \quad (5)$$

gdje su P i γ podesivi parametri, a T korak integracije. U Tabeli 1 su date vrijednosti parametara P i γ za koje se dobijaju osnovne aproksimacije.

Polinomna aproksimacija funkcije $(1/s)^n$ data je u Tabeli 2, a odgovarajući članovi dobijaju se direktnom primjenom $[n, n]$ Padé aproksimacije funkcije $f(z) = (T/\ln(z))^n$ u tački $z=1$ ili na osnovu formule (9):

$$\frac{1}{s^n} = \frac{T^n}{(n-1)!} \frac{zB_{n-1}(z)}{(z-1)^n} + T^n a_0^n, \quad n \in \mathbb{N}, B_0(z) = 1 \quad (6)$$

gdje $B_n(z) = b_1^n z^{n-1} + b_2^n z^{n-2} + \dots + b_n^n$ Džurijev polinom, $b_k^n = kb_{n-1}^{k-1} + (n-k+1)b_{k-1}^{n-k}$ i $k = \overline{2, n-1}, b_1^n = b_1^{n-1} = 1$.

Vrijednost nultog člana a_0^n formule (5) može da se dobije računanjem nultih članova sljedećeg razvoja u red [22]:

$$a_0^n = (-1)^{n-1} \sum_{k=1}^n \frac{a_0^{n-k}}{(k+1)!}, \quad n \geq 2, a_0^0 = 1, a_0^1 = -\frac{1}{2} \quad (7)$$

Brojilac i imenilac funkcije prenosa $C(s)$ iz (1) i (2) se najprije podijele sa s^n , i predstave u vidu racionalnih funkcija koje, respektivno, imaju oblik

$$G(s^{-1}) = \frac{k_d + ks^{-1} + k_i s^{-2}}{T_f + s^{-1}} \quad (8)$$

$$G(s^{-1}) = \frac{2k_d s^{-1} + 2ks^{-2} + 2k_i s^{-3}}{T_f^2 + 2T_f s^{-1} + 2s^{-2}} \quad (9)$$

Direktnom zamjenom s^{-n} sa $f_n(z)$ iz Tabele 2. u izraze (7) i (8) dobija se odgovarajući diskretni ekvivalent $C^{pol}(z)$.

Bitno je napomenuti da je razlika između analognog i digitalnog sistema u efektu perioda diskretizacije na odziv sistema. Promjene u vremenu odabiranja utiču na odziv i performanse, a mogu dovesti do nestabilnosti sistema. Treba imati u vidu da izbor periode odabiranja T zavisi od više faktora od kojih su neki međusobno protivvrjednici. Otuda se T najčešće bira za svaki sistem ponaosob ili za jednu klasu digitalnih sistema upravljanja kao kompromisno rješenje. U opštem slučaju izbor T je uslovljen dinamikom objekta upravljanja, tj. strukturom objekta, vremenskim konstantama

određenim recipročnim vrijednostima polova njegove funkcije prenosa i transportnim kašnjenjem [23].

TABELA II. DISKRETNi EKVIVALENTI $1/s^N$ PREMA IZRAZU (5)

$G(s)$	N	$f_n(z)$
$\frac{1}{s^n}$	1	$\frac{Tz+1}{2(z-1)}$
	2	$\frac{T^2z^2+10z+1}{12(z-1)^2}$
	3	$\frac{T^3z(z+1)}{2(z-1)^3}$
	4	$\frac{T^4z^4+124z^3+474z^2+124z-1}{720(z-1)^4}$

III. SIMULACIONA ANALIZA

Efikasnost opisanog postupka diskretizacije je razmatrana na funkcijama prenosa PI/PID regulatora čiji su parametri podešeni po proceduri PI/PID-tun datoj u radu [15]. Razmotreni su primjeri sa i bez primjene serijskog filtra kod PI/PID regulatora [15, 18].

Predložena metoda diskretizacije je analizirana na četiri procesa koji obuhvataju stabilne i nestabilne procese, sa i bez transportnog kašnjenja. U Tabeli 3. dati su parametri PI/PID regulatora kojim se regulišu sljedeći procesi:

$$G_{p1}(s) = \frac{1}{(s+1)^4},$$

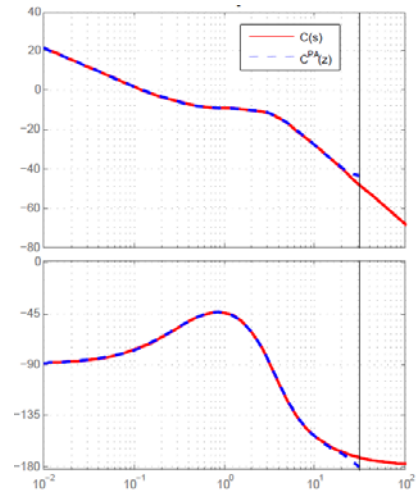
$$G_{p2}(s) = \frac{1}{(s+1)(0.2s+1)(0.04s+1)(0.008s+1)},$$

$$G_{p3}(s) = \frac{(2s+1)e^{-4s}}{(10s+1)(7s+1)(3s+1)},$$

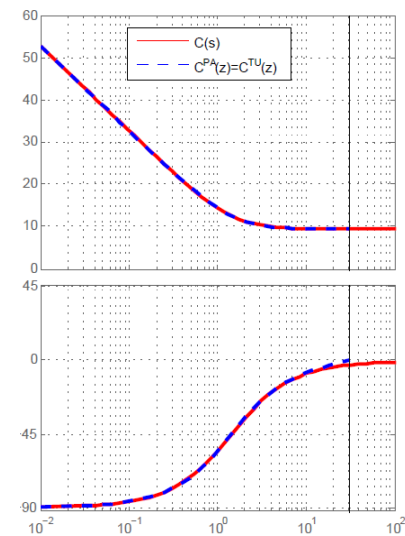
$$G_{p4}(s) = \frac{e^{-0.5s}}{(5s-1)(2s+1)(0.5s+1)}.$$

TABELA III. PARAMETRI PI/PID REGULATORA $C(s)$ [15]

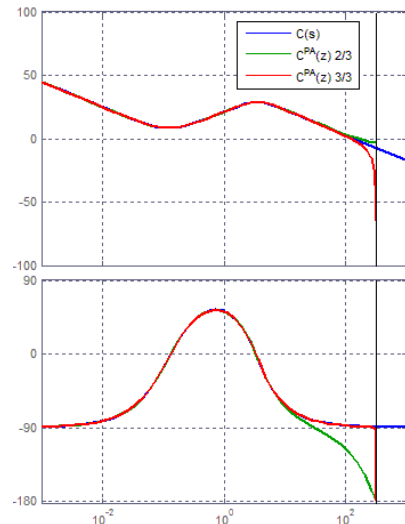
Proces	k	k_i	k_d	T_f
$G_{p1}(s)$ - PID	2,2796	0,8166	2,3052	0,0881
$G_{p1}(s)$ - PI [18]	0,3300	0,1200	-	0,4080
$G_{p2}(s)$ - PID	24,428	81,689	2,39	0,0090
$G_{p2}(s)$ - PI	2,9644	4,2423	-	-
$G_{p3}(s)$ - PID	2,5910	0,1782	11,2637	0,4036
$G_{p3}(s)$ - PI	0,9257	0,0633	-	-
$G_{p4}(s)$ - PID	3,4546	0,3502	6,1975	0,3013
$G_{p4}(s)$ - PI	1,3444	0,0044	-	-



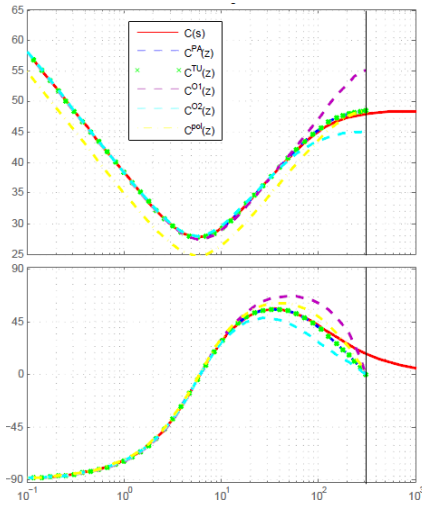
Slika 1. Amplitudske i fazne frekvencijske karakteristike PI regulatora $C(s)$ sa serijskim filtrom II reda $T_f=0,4080$ [18] i $C^PA(z)$ za proces $G_{p1}(s)$



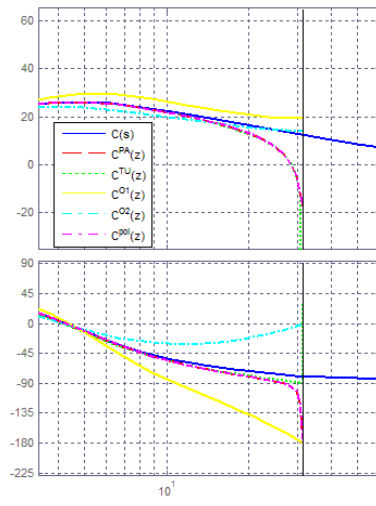
Slika 2. Amplitudske i fazne frekvencijske karakteristike PI regulatora $C(s)$ pri $T_f=0$ i $C^PA(z)=C^{TU}(z) \approx C^{PO}(z)$ pri $T_f=0,1$ za proces $G_{p2}(s)$



Slika 3. Amplitudske i fazne frekvencijske karakteristike PID regulatora $C(s)$ sa serijskim filtrom II reda i $C^PA(z)$ za proces $G_{p3}(s)$



Slika 4. Amplitudske i fazne frekvencijske karakteristike PID regulatora $C(s)$ sa serijskim filtrom I reda i $C^{PA}(z)$, $C^{TU}(z)$, $C^{O1}(z)$, $C^{O2}(z)$ i $C^{pol}(z)$, za proces $G_{p2}(s)$



Slika 5. Amplitudske i fazne frekvencijske karakteristike PID regulatora $C(s)$ sa serijskim filtrom II reda i $C^{PA}(z)$, $C^{TU}(z)$, $C^{O1}(z)$, $C^{O2}(z)$ i $C^{pol}(z)$, za proces $G_{p4}(s)$

Funkcije prenosa diskretnih ekvivalenata PI regulatora za nekoliko procesa su:

Proces $G_{p1}(s)$, $T_f=0,4080$ i $T=0,1$: $C^{PA}(z) = \frac{0,0319(z+8,2290)(z+0,07483)(z-0,96429)}{(z-1)(z^2-1,5184z+0,61247)}$,

$C^{TU}(z) = \frac{0,0079(z-0,9643)(z+1)}{(z-1)(z^2-1,52135z+0,61557)}$, $C^{O1}(z) = \frac{0,01201(3,3z-3,18)}{(z-1)(z^2-1,5098z+0,62995)}$, $C^{O2}(z) = \frac{0,02552(z-0,96491)}{(z-1)(z^2-1,54638z+0,62099)}$,

$C^{pol}(z) = \frac{0,00263(z+10,08)(z+0,10288)(z-0,96429)}{(z-1)(z^2-1,5184z+0,61247)}$

Proces $G_{p2}(s)$: $T_f=0$ i $T=0,1$: $C^{PA}(z) = C^{TU}(z) = \frac{3,17651(z-0,86645)}{z-1}$, $C^{O1}(z) = \frac{2,96440(z-0,85689)}{z-1}$,

$C^{O2}(z) = \frac{3,38863(z-0,87481)}{z-1}$, $C^{pol}(z) = \frac{3,17650(z-0,86646)}{z-1}$

Funkcije prenosa diskretnih ekvivalenata PID regulatora za nekoliko procesa su:

Proces $G_{p3}(s)$, $T_f=0,4036$ i $T=0,01$: $C_{2/3}^{PA}(z) = \frac{0,00123(1127,6685z^2-2252,7442z+1125,0775)}{(z-1)(z^2-1,9498z+0,9509)}$,

$C_{3/3}^{PA}(z) = \frac{0,6749(z+1,0015)(z^2-1,9977z+0,9977)}{(z-1)(z^2-1,9505z+0,9516)}$, $C^{TU}(z) = \frac{11,8179(z+1)(z^2-1,7803z+0,7944)}{(z-1)(z^2-0,6322z+0,2431)}$,

$C^{O1}(z) = \frac{0,0012(1126,370z^2-2250,149z+1123,781)}{(z-1)(z^2-1,9504z+0,9517)}$, $C^{O2}(z) = \frac{9,4495z(z^2-1,7899z+0,9977)}{(z-1)(z^2-1,9505z+0,9517)}$,

$C^{pol}(z) = \frac{0,6749(z+1,0015)(z^2-1,9977z+0,9977)}{(z-1)(z^2-1,9504z+0,9516)}$

Proces $G_4(s)$, $T_f=0,3013$ i $T=0,1$: $C_{3/3}^{PA}(z) = \frac{5,0469(z+1,0382)(z-0,9585)(z-0,9868)}{(z-1)(z^2-1,3529z+0,5144)}$,

$C^{TU}(z) = \frac{5,0599(z+1)(z-0,9585)(z-0,9868)}{(z-1)(z^2-1,3626z+0,5214)}$, $C^{O1}(z) = \frac{13,6536(z-0,9575)(z-0,9868)}{(z-1)(z^2-1,3362z+0,5565)}$,

$C^{O2}(z) = \frac{7,6548z(z-0,9593)(z-0,9868)}{(z-1)(z^2-1,4138z+0,5308)}$, $C^{pol}(z) = \frac{5,1029(z+1,0378)(z-0,9585)(z-0,9868)}{(z-1)(z^2-1,3452z+0,5084)}$

Na slikama 1, 2 i 3 prikazane su amplitudske i fazne frekvencijske karakteristike kontinualnog i diskretnog PI/PID regulatora kojim se potvrđuje efikasnost predložene metode diskretizacije. Na slikama 4 i 5 poređena je predložena metoda diskretizacije sa ostalim navedenim metodama. Rezultati su pokazali da predložena metoda adekvatno aproksimira funkciju prenosa kontinualnog PI/PID regulatora. Zaključuje se da kod PI regulatora za $T_i=0$ važi $C^{PA}(z) = C^{TU}(z) \approx C^{pol}(z)$, a kod PID regulatora

$C_{2/3}^{PA}(z) \approx C^{O1}(z)$ i $C_{3/3}^{PA}(z) \approx C^{pol}(z)$. Bitno je napomenuti da bez obzira koja metoda diskretizacije je primijenjena, kod praktične realizacije je potrebno da zahtijevani period diskretizacije ne prevazilazi hardverska ograničenja koja postoje kako kod nelinearnih tako i kod linearnih sistema.

ZAKLJUČAK

U ovom radu je je opisana jedna nova metoda diskretizacije PI/PID regulatora primjenom Padé aproksimacije. Dobijeni diskretni ekvivalenti daju adekvatne aproksimacije koje su istog ili nižeg reda u odnosu ostale metode diskretizacije. Dobijene numeričke simulacije su dale rezultate koji su uporedivi sa najčešće primijenjenim metodama diskretizacije zasnovanim na numeričkim aproksimacijama sistema. Motivacija za dalji rad bi bila u cilju diskretizacije regulatora složenih procesa.

ZAHVALNICA

Autori Tomislav Šekara, Petar Mandić, Mihailo Lazarević i Milan Rapačić zahvaljuju se za podršku Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije, projekti TR33020 (T.B.Š), TR33047 (P.D.M), TR35006 (M.P.L), TR32018 i TR33013 (M.R.R) i za "Kratkoročni projekat od posebnog značaja za održivi razvoj APV, ugovor broj 114-451-620/2015-03" (M.R.R).

LITERATURA

- [1] K. Ogata, "Discrete Time Control Systems", 2. ed., Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1995.
- [2] S. Yamamoto and I. Hashimoto, "Present status and future needs: the view from Japanese industry", In Arkun and Ray, Eds., *Chemical Process Control-CPCIV. Proc. 4th Inter. Conf. on Chemical Process Control*, TX, 1991.
- [3] L. Desborough, R. Miller, "Increasing customer value of industrial control performance monitoring—Honeywell's experience", in: *Sixth International Conference on Chemical Process Control, AIChE Symposium Series Number 326*, Vol. 98, 2002.
- [4] R. Vilanova, A. Visioli, "PID Control in the Third Millennium", Springer, 2012.
- [5] S. Skogestad, "Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning", *Journal of Process Control*, Vol. 13, pp. 291–309, 2003.
- [6] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "Classification of dynamic processes and PID controller tuning in a parameter plane", *J. Process Control* vol. 21, Issue 4, pp. 620-626, 2011.
- [7] H. Panagopoulos, K.J. Åstrom and T. Hagglund, "Design of PID controllers based on constrained optimization", *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 149, pp. 32-40 January 2002.

- [8] A. Wallen, K.J. Åstrom, and T. Hagglund, "Loop-shaping design of PID controllers with constant T_i/T_a ratio", *Asian Journal of Control*, vol. 4, pp. 403-409, December 2002.
- [9] B. Kristiansson and B. Lennartson, "Evaluation and simple tuning of PID controllers with high-frequency robustness", *Journal of Process Control*, vol.16, pp. 91-102, February 2006.
- [10] B. Kristiansson and B. Lennartson, "Robust tuning of PI and PID controllers: using derivative action despite sensor noise" *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 55-69, February 2006.
- [11] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "Optimal tuning of a PI/PID controller for processes defined by a rational transfer function", *INFOTEH Vol. 6, Paper A-2*, p. 6-9, Jahorina, March 2007 (in Serbian).
- [12] T.B. Šekara and M.R. Mataušek, "Optimization of PID controller based on maximization of the proportional gain under constraints on robustness and sensitivity to measurement noise", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 54, no.1, pp.184-189, Jan. 2009.
- [13] T. B. Šekara, M. R. Mataušek, "A four-parameter optimization of a PID controller", *Proceedings of 52. Conf. ETRAN, Vol. 1, Palic, Junne 2008* (in Serbian).
- [14] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "Optimal tuning of a PID controller in frequency domain", *INFOTEH*, Paper A-6, p. 24-27, Bosnia and Herzegovina, Jahorina, March 2009 (in Serbian).
- [15] M. R. Mataušek, T. B. Šekara, "PID controller frequency-domain tuning for stable, integrating, unstable processes, including dead-time", *Journal of Process Control*, Vol. 21, Issue 1, pp. 17-27, 2011.
- [16] K. K. J. Åström, T. Hagglund, "Advanced PID control", ISA, Research Triangle Park, 2006.
- [17] A. J. Isaksson, S. F. Graebe, "Derivative filter is an integral part of PID design", *IEE Proc. Control Theory Appl.* 149 (1), 41-45 (2002)
- [18] V. Romero Segovia, T. Hagglund, K. J. Åstrom, "Measurement noise filtering for PID controllers", *Journal of Process Control*, pp. 299-313, 2014.
- [19] A. George, J. Baker, G.M. Peter, "Padé Approximants: Part I. Basic Theory", Addison Wesley, New York, 1981.
- [20] <http://mathworld.wolfram.com/PadeApproximant.html>
- [21] J. M. Smith, "Mathematical Modeling and Digital Simulation for Engineers and Scientists", 2. ed., Wiley, New York, 1987.
- [22] T. B. Šekara, "New transformation polynomials for discretization of analogue systems", *Electrical Engineering*, Vol. 89, pp. 137-147, (2006)
- [23] M. R. Stojić, "Digitalni sistemi upravljanja", ETF Univerziteta u Beogradu, Beograd, 1998.

ABSTRACT

This paper presents a new discretization method of PI/PID controller using the Padé approximation. It is shown that the direct application of Padé approximation to the transfer function of a continuous PI/PID controller simply leads to the appropriate discrete equivalent. The described method is compared with the most frequently applied discretization methods of continuous systems, i.e. with several indirect discretization methods based on numerical approximations of the system. The effectiveness of the proposed method is confirmed by numerical simulations that showed that the resulting discrete equivalent adequately approximates PI/PID controller with serial filter of the first or the second order and that gives adequate results compared to above mentioned discretization methods.

A NEW DISCRETIZATION METHOD OF PI/PID CONTROLLER

Tomislav B. Šekara, Marko Bošković, Petar Mandić, Mihailo P. Lazarević, Milan R. Rapačić