

Optimizacija parametara Kejsovog dvoparametarskog konvolucionog jezgra u spektralnom domenu

Zoran Milivojević, Nataša Savić
 Visoka tehnička škola strukovnih studija
 Niš, Srbija
 zoran.milivojevic@vtsnis.edu.rs,
 natasa.savic@vtsnis.edu.rs

Darko Brodić
 Univerzitet u Beogradu
 Tehnički fakultet u Boru
 Bor, Srbija
 dbrodic@tf.bor.ac.rs

Predrag Rajković
 Mašinski fakultet
 Niš, Srbija
 pedjarajk@masfak.ni.ac.rs

Sažetak—U ovom radu izvršena je optimizacija parametara dvoparametarskog Kejsovog interpolacionog jezgra u spektralnom domenu. U prvom delu rada prikazano je Kejsovo dvoparametarsko jezgro i njegova transformacija u spektralnom domenu. Optimizacija je izvršena nakon primene Tejlorovog razvoja i minimiziranjem vrednosti članova koji izazivaju dominantnu talasavost amplitudske karakteristike. U drugom delu rada prikazani su rezultati (tabelarno i grafički) interpolacije nekih test slika primenom kubne konvolucione interpolacije sa Kejsovim dvoparametarskim jezgrom.

Ključne reči—Interpolacija; interpolaciono jezgro; optimalna vrednost parametra;

Key words— Interpolation, interpolation kernel, optimal value parameter.

I. UVOD

Kod obrade slike intenzivno se primenjuje interpolacija. Za rad u realnom vremenu najčešće se koristi kubna konvoluciona interpolacija [1-8]. Pogodna je jer koristi kubna jezgra koja predstavljaju kompromis između brzine izvršavanja i numeričke preciznosti. Kubna konvolucija prvi put se pominje u radu Rifmana [5], nešto detaljnije kod Simona [6], dok se opšti oblik jezgra prvi put sreće u radu Bernštajna [7]. Značajnu klasu kubnih interpolacionih jezgara čine parametarska jezgra. Polazeći od opšteg oblika jezgra iz Bernštajnovog rada Kejs u radu [8] studiozno proučava tehniku konvolucione interpolacije i jednoparametarsko kubno interpolaciono jezgro. On je predložio optimalnu vrednost parametra pri obradi slike (parametar $\alpha=0.5$). Kod primene parametarskih jezgra moguće je promenom vrednosti parametra jezgra uticati na preciznost interpolacione funkcije, odnosno, moguće je jezgro adaptirati problematici saglasno nekom kriterijumu [9]. Različita interpolaciona jezgra omogućavaju različitu preciznost i efikasnost interpolacionih algoritama. Pored toga, različita jezgra imaju različitu numeričku složenost, kao i vreme izvršavanja. U radu [10] prikazano je Kejsovo dvoparametarsko jezgro ($\alpha=0.5$, $\beta=0.5$)

U ovom radu prikazani su rezultati analize dvoparametarskog (2P) Kejsovog jezgra u spektralnom domenu. Najpre je jezgro razloženo na tri komponente od kojih su dve modifikovane parametrima jezgra. Nakon toga su, primenom Furijeove transformacije za svaku komponentu, određene spektralne komponente amplitudske karakteristike i formirana amplitudska karakteristika jezgra. Razvojem amplitudske karakteristike u Tejlorov red okolini $f=0$ izdvajaju se članovi koji izazivaju talasavost karakteristike i, time, doprinose većem odstupanju od spektralne karakteristike idealnog interpolacionog jezgra oblika $\sin x/x$. Izbor optimalnih vrednosti parametara α i β izvršen je tako da se obezbeđuje eliminisanje članova koji dominantno utiču na talasavost. U drugom delu rada prikazan je algoritam dobijanja optimalnih vrednosti jezgra kod interpolacije slike. Uvođeći MSE kao meru kvaliteta upoređeni su rezultati optimalnih vrednosti dobijenih u prvom delu rada sa rezultatima koji su dobijeni primenom parametara prikazanih u [10].

Rad je organizovan na sledeći način: U sekciji II opisana je optimizacija parametara Kejsovog dvoparametarskog jezgra. Eksperimentalni rezultati i analiza rezultata prikazani su u sekciji III. Sekcija IV je zaključak.

II. OPTIMIZACIJA PARAMETARA JEZGRA

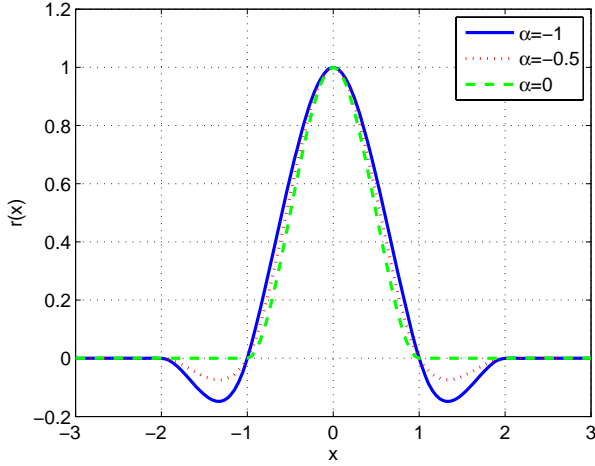
U ovoj sekciji najpre je opisan analitički izraz 1P Kejsovog jezgra [8]. Nakon toga prikazan je analitički oblik 2P Kejsovog jezgra koji je predložen u [10]. Izvršena je optimizacija parametara u spektralnom domenu.

A. Kejsovo jednoparametarsko jezgro

U [8] prikazano jednoparametarsko kubno konvoluciono jezgro, koje je kasnije nazvano prema autoru 1P Kejsovo jezgro:

$$r(x) = \begin{cases} (\alpha+2)|x|^3 - (\alpha+3)|x|^2 + 1, & 0 < |x| \leq 1 \\ \alpha|x|^3 - 5\alpha|x|^2 + 8\alpha|x| - 4\alpha, & 1 < |x| \leq 2, \\ 0, & |x| > 2 \end{cases} \quad (1)$$

gde je α parametar jezgra. Kejsovo 1P jezgro za neke vrednosti parametra jezgra prikazano je na sl. 1.



Slika 1. Kejsovo 1P jezgro za neke vrednosti parametra α .

B. Kejsovo dvoparametarsko jezgro

U radu [10] predložena je modifikacija 1P Kejsovog jezgra uvođenjem drugog parametra, i na taj način formirano Kejsovo dvoparametarsko jezgro. Analitički oblik 2P Kejsovog jezgra je:

$$r(x) = \begin{cases} (\alpha + \beta + 2)|x|^3 - (\alpha + \beta + 3)|x|^2 + 1; & 0 < |x| \leq 1, \\ \alpha|x|^3 - (5\alpha - \beta)|x|^2 + (8\alpha - 3\beta)|x| - (4\alpha - 2\beta); & 1 < |x| \leq 2, \\ \beta|x|^3 - 8\beta|x|^2 + 21\beta|x| - 18\beta; & 2 < |x| \leq 3, \\ 0; & 3 > |x| \end{cases} \quad (2)$$

gde su α i β parametri jezgra. Za $\beta=0$ dobija se 1P Kejsovo jezgro.

Jezgro (2) može se zapisati u obliku zbira komponenata:

$$r(x) = r_0(x) + \alpha r_1(x) + \beta r_2(x), \quad (3)$$

gde su:

$$r_0(x) = \begin{cases} 2|x|^3 - 3|x|^2 + 1, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$r_1(x) = \begin{cases} |x|^3 - |x|^2, & |x| \leq 1 \\ |x|^3 - 5|x|^2 + 8|x| - 4, & 1 < |x| \leq 2, \\ 0, & |x| > 2 \end{cases} \quad (5)$$

i

$$r_2(x) = \begin{cases} |x|^3 - |x|^2, & 0 < |x| \leq 1 \\ |x|^2 - 3|x| + 2, & 1 < |x| \leq 2 \\ |x|^3 - 8|x|^2 + 21|x| - 18, & 2 < |x| \leq 3 \\ 0; & 3 < |x| \end{cases} \quad (6)$$

Komponente jezgra prikazane su na slici 3.

C. Amplitudska karakteristika jezgra

Primenom Furijeove transformacije nad jezgrom $r(x)$ dobija se spektralna karakteristika jezgra:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} r(x) e^{-2\pi x f i} dx = H_0(f) + \alpha H_1(f) + \beta H_2(f), \quad (7)$$

gde su:

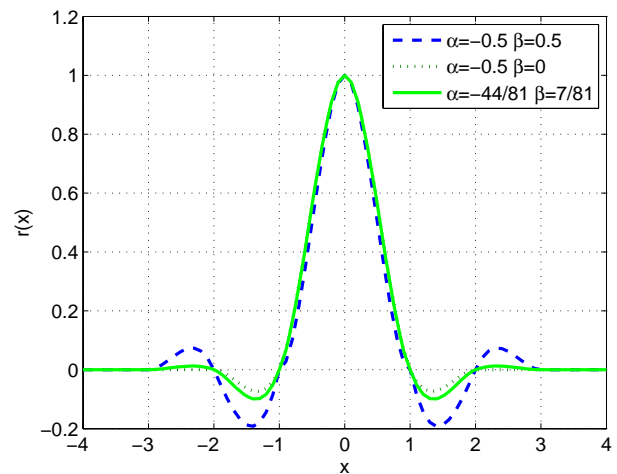
$$H_0(f) = \int_{-\infty}^{\infty} r_0(x) e^{-2\pi x f i} dx, \quad (8)$$

$$H_1(f) = \int_{-\infty}^{\infty} r_1(x) e^{-2\pi x f i} dx, \quad (9)$$

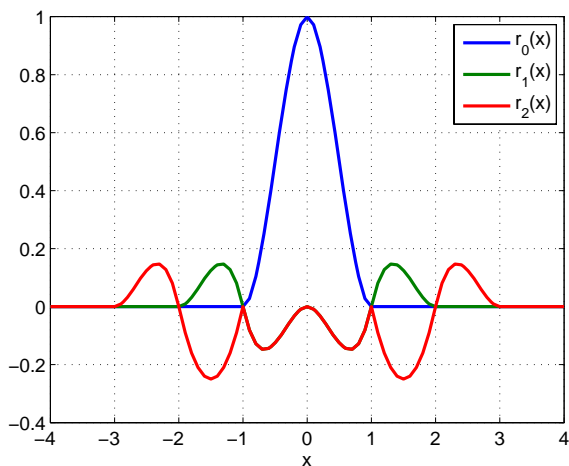
i

$$H_2(f) = \int_{-\infty}^{\infty} r_2(x) e^{-2\pi x f i} dx, \quad (10)$$

spektralne komponente jezgra.



Slika 2. Kejsovo dvoparametarsko jezgro za neke vrednosti parametara α i β .



Slika 3. Komponente Kejsovog dvoparametarskog jezgra.

Uzimajući u obzir definiciju komponenta r_0 , r_1 i r_2 nakon primene parcijalne integracije, spektralne komponente jezgra mogu se zapisati u obliku:

$$H_0(f) = \frac{6\sin^2(\pi f) - 3\pi f \sin(2\pi f)}{2\pi^4 f^4}, \quad (11)$$

$$H_1(f) = \frac{3\sin^2(2\pi f) - 4\pi f \sin(2\pi f) - \sin(4\pi f)}{2\pi^4 f^4}, \quad (12)$$

$$H_2(f) = \frac{1 - \sin^2(\pi f)}{2\pi^4 f^4}. \quad (13)$$

$$(6\sin^2(2\pi f) - 6\sin^2(\pi f) - 6\pi f \sin(2\pi f) - 2\pi f \sin(4\pi f) + 2\pi^2 f^2)$$

D. Izbor optimalnih vrednosti jezgra

Primenom Tejlоровog razvoja u okolini $f=0$ nad spektralnim komponentama dobija se:

$$H_{T0}(f) = 1 - \frac{4}{15}(\pi f)^2 + \frac{1}{35}(\pi f)^4 - \frac{8}{4725}(\pi f)^6 + O((\pi f)^8), \quad (14)$$

$$H_{T1}(f) = \frac{8}{15}(\pi f)^2 + \frac{16}{35}(\pi f)^4 - \frac{232}{1575}(\pi f)^6 + O((\pi f)^8), \quad (15)$$

i

$$H_{T2}(f) = -\frac{1}{3} - \frac{4}{15}(\pi f)^2 + \frac{89}{35}(\pi f)^4 - \frac{38032}{14175}(\pi f)^6 + O((\pi f)^8). \quad (16)$$

tako da je kompletna spektralna karakteristika jezgra zbir Tejlоровih razvoja pojedinih komponenta (14), (15) i (16) i njihovog množenja parametrima jezgra:

$$H_T(f) = H_{T0}(f) + \alpha H_{T1}(f) + \beta H_{T2}(f), \quad (17)$$

Zamenom se dobija:

$$H_T(f) = 1 - \frac{1}{3}\beta - \frac{4}{15}(1 + 2\alpha + \beta)(\pi f)^2 + \frac{1}{35}(1 + 16\alpha + 89\beta)(\pi f)^4 - \frac{4}{14175}(6 + 522\alpha + 9508\beta)(\pi f)^6 + O((\pi f)^8). \quad (18)$$

U cilju smanjenja talasavosti funkcije u propusnom opsegu treba eliminisati dejstvo dva dominantna člana (treći i četvrti u (18)), što se postiže izborom:

$$1 + 2\alpha + \beta = 0 \quad \text{i} \quad 1 + 16\alpha + 89\beta = 0, \quad (19)$$

odakle je:

$$\alpha = \alpha_{opt} = -\frac{44}{81} \quad \text{i} \quad \beta = \beta_{opt} = \frac{7}{81}. \quad (20)$$

III. EKSPERIMENTALNI REZULTATI I ANALIZA

A. Eksperiment

Primenom 2P Kejsovog jezgra kod interpolacije test slika određene su optimalne vrednosti parametara jezgra. Optimalne vrednosti određene su minimiziranjem MSE. U cilju analiziranja preciznosti interpolacije izvršena je komparativna analiza parametara jezgara predloženih u [10] ($\alpha=-0.5$, $\beta=0.5$), izračunatih u ovom radu (Sekcija II.D) ($\alpha=-44/81$, $\beta=7/81$) i eksperimentalno određenih parametara. Algoritam određivanja optimalne vrednosti parametara jezgra sastoji se od sledećih koraka:

Ulaz: Test slika \mathbf{X} dimenzije $M \times N$, $\alpha = \{\alpha_1, \dots, \alpha_K\}$, K , $\beta = \{\beta_1, \dots, \beta_L\}$, L , dužina bloka $M \cdot N$.

Izlaz: α_{opt} , β_{opt} .

Korak 1: Formiranje niza $\mathbf{x}_{M \cdot N}$ nadovezivanjem vrsta matrice \mathbf{X} .

Korak 2: Selektovanje i -tog bloka \mathbf{x}_{Bi} dužine $M \cdot N$ niza \mathbf{x} gde je $i=1, \dots, N-6$.

Korak 3: Procena $\hat{x}(i+5)$ primenom 2P Kejsovog jezgra sa parametrima α_k gde je $k=1, \dots, K$ i β_l , gde je $l=1, \dots, L$.

Korak 4: Određivanje greške interpolacije: $e = x(i+5) - \hat{x}(i+5)$.

Korak 5: Koraci 2-4 ponavljaju se do $i=N-6$.

Korak 6: Izračunavanje srednje kvadratne greške

Korak 7: Ponavljanje koraka 2-6 do $k=K$ i $l=L$.

Korak 8: Određivanje α_{opt} i β_{opt} .

B. Baza

Bazu činie standardne test slike: Lena, Barbara, Camerman, Goldhill, Pappers, Boats, Baboon, arhivirane u obliku jpeg fajla.

C. Rezultati

Vrednosti MSE za parametre jezgra iz sekcije II.D i rada [10] prikazane su u Tbl.1. Vrednosti $MSE_{min}(\alpha)$ i α_{opt} prikazane su u Tbl. 2 i Tbl. 3 za $\beta=7/81$ i $\beta=1/2$ respektivno. Na Sl. 4.a -10.a prikazana je zavisnost MSE(α) za $\beta=7/81$, dok je na Sl. 4.b -10.b prikazana zavisnost MSE(α) za $\beta=1/2$. Na Sl. 11-17 prikazane su MSE(β) i β_{opt} za sve test slike. Minimalne vrednosti MSE($\alpha_{opt}, \beta_{opt}$) prikazane su u Tbl.4.

TABELA I. VREDNOSTI MSE ZA PARAMETRE JEZGRA IZ [10] I SEKCIJE II.D.

Slika	$MSE_{min}(\alpha=-44/81, \beta=7/81)$	$MSE_{min}(\alpha=-0.5, \beta=0.5)$
Lena	144.0251	1310.5
Barbara	514.4723	1580.2
Camerman	378.7159	1361.1
Goldhill	118.8038	646.8191
Pappers	209.890	1239.6
Boats	474.6840	1531.00
Baboon	147.0642	1639.6

TABELA II. MINIMALNE VREDNOSTI MSE (α) I α_{opt} ZA $\beta = 7/81$.

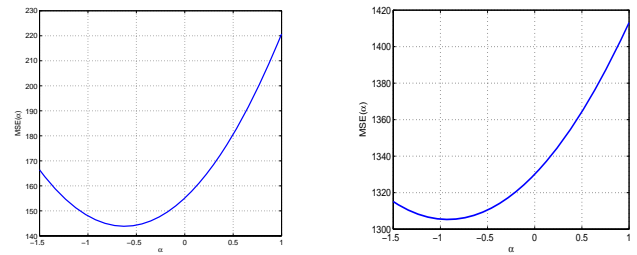
Slika	$MSE_{min}(\alpha)$	α_{opt}
Lena	143.8597	-0.6000
Barbara	454.0018	0.8000
Camerman	378.1300	-0.4000
Goldhill	118.0379	-0.3000
Pappers	209.9635	-0.5000
Boats	445.8879	0.3000
Baboon	146.4747	-0.3000

TABELA III. MINIMALNE VREDNOSTI MSE (α) I α_{opt} ZA $\beta = 0.5$.

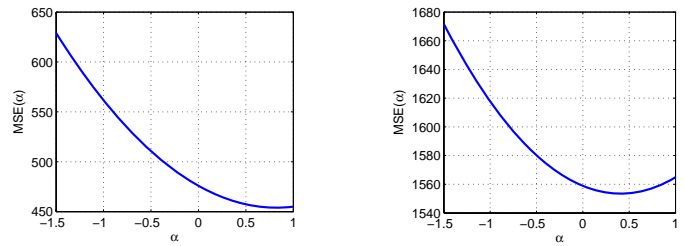
Slika	$MSE_{min}(\alpha)$	α_{opt}
Lena	1305.3	-0.9000
Barbara	1553.5	0.4000
Camerman	1360.1	-0.6000
Goldhill	646.7816	-0.6000
Pappers	1230.7	-1
Boats	1513.7	0.2000
Baboon	1639.5	-0.6000

TABELA IV. EKSPERIMENTALNE VREDNOSTI PARAMETARA JEZGRA

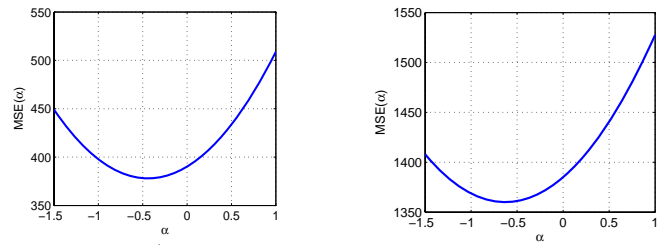
Slika	α_{opt}	β_{opt}	MSE
Lena	-0.55	0.0022	109.6605
Barbara	0.90	0.0013	420.9880
Camerman	-0.40	0.0049	350.6522
Goldhill	-0.25	0.0014	102.2427
Pappers	-0.45	0.0021	179.7687
Boats	0.35	0.0019	414.2142
Baboon	0.30	0.0004	100.8062



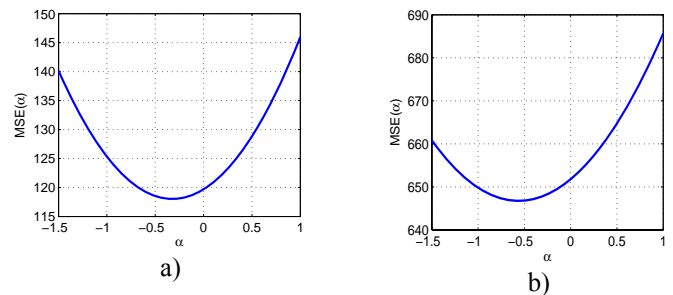
Slika 4. MSE (α) kod test slike Lena



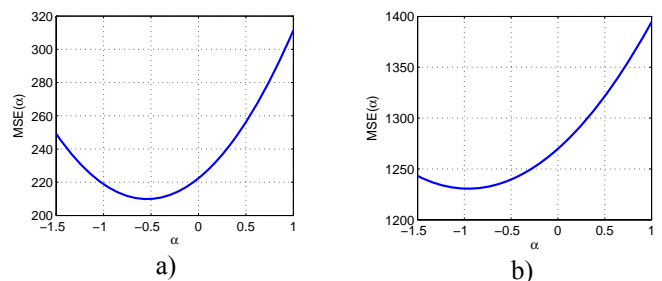
Slika 5. MSE (α) kod test slike Barbara.



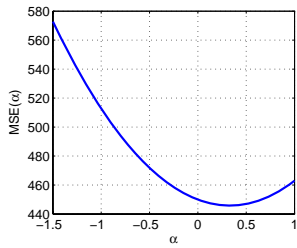
Slika 6. MSE (α) kod test slike Camerman.



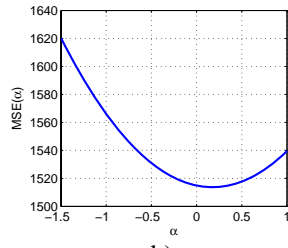
Slika 7. MSE (α) kod test slike Goldhill.



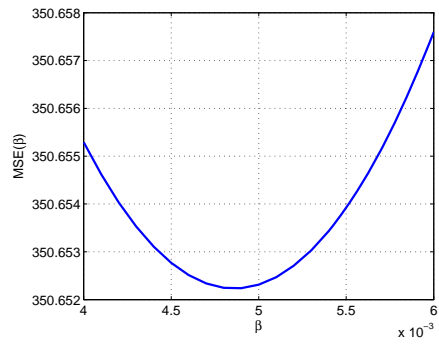
Slika 8. MSE (α) kod test slike Pappers.



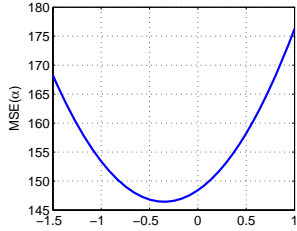
a) Slika 9. MSE (α) kod test slike Boats.



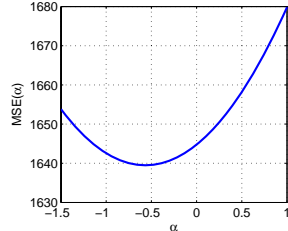
b)



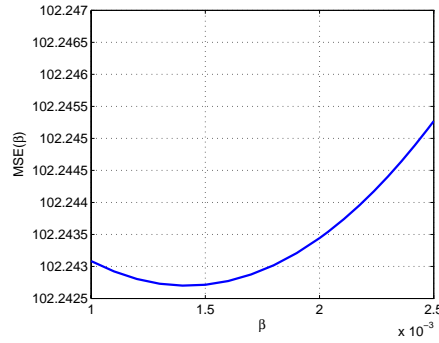
Slika 13. MSE (β) kod test slike Camerman



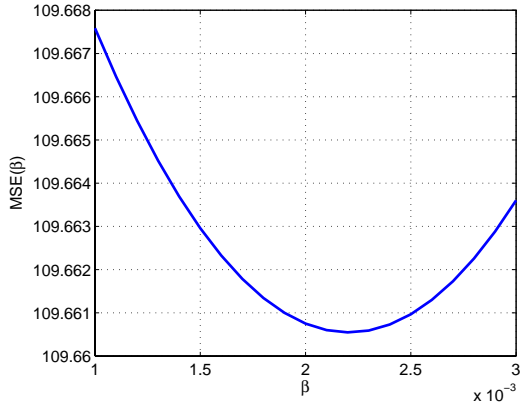
a) Slika 10. MSE (α) kod test slike Baboon.



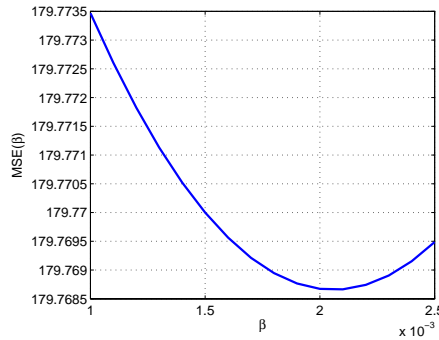
b)



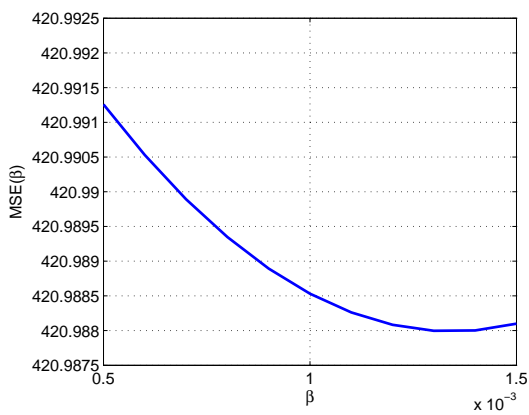
Slika 14. MSE (β) kod test slike Goldhill.



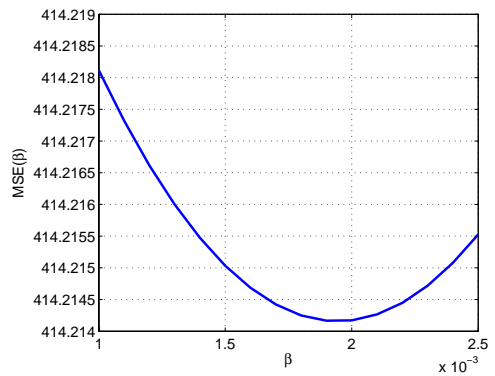
Slika 11. MSE (β) kod test slike Lena



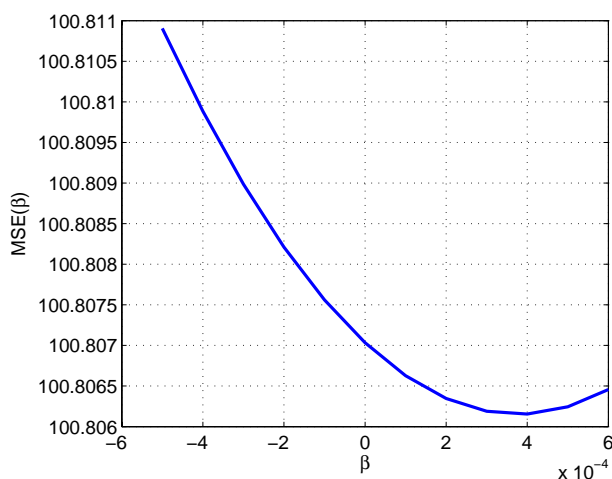
Slika 15. MSE (β) kod test slike Pappers.



Slika 12. MSE (β) kod test slike Barbara.



Slika 16. MSE (β) kod test slike Boats.



Slika 17. MSE (β) kod test slike Cameraman.

D. Analiza rezultata

Na osnovu rezultata prikazanih u tabelama i vrednosti α_{opt} dobijenih optimizacijom na osnovu Tejlorovog razvoja ($\alpha_{opt} = \alpha_T = -44/81$ i $\beta_T = 7/81$) može se zaključiti da je:

- opseg optimalnog parametra α u slučaju $\beta = 7/81$ $\alpha_{opt} \in [-0.6 - 0.8]$;
- opseg optimalnog parametra α u slučaju $\beta = 1/2$ $\alpha_{opt} \in [-1 - 0.4]$;
- opseg optimalnog parametra β je $\beta_{opt} \in [0.0004 - 0.0049]$;
- srednja vrednost za parametar α je $\alpha_s = 0.0714$
- srednja vrednost za parametar β je $\beta_s = -0.00202$
- greška procene za parametar $\beta = \beta_T = 7/81$ dobijen na osnovu Tejlorovog razvoja je:

$$\Delta_T = |\beta_T - \beta_s| = \left| \frac{7}{81} - 0.00202 \right| = 0.0843,$$

- greška procene za parametar $\beta = 1/2$ je:

$$\Delta_{0.5} = |\beta_{0.5} - \beta_s| = |0.5 - 0.00202| = 0.4979.$$

Direktnim upoređivanjem zaključuje se da interpolacija sa parametrima dobijenih optimizacijom $\alpha_{opt} = \alpha_T = -44/81$ i $\beta_{opt} = \beta_T = 7/81$ je preciznija od interpolacije sa parametrima $\alpha = -0.5$ i $\beta = 0.5$ koji su predloženi u radu [10].

IV. ZAKLJUČAK

U radu je prikazan algoritam za optimizaciju parametara Kejsovog dvoparametarskog jezgra u spektralnom domenu. Optimizacija je izvršena za kriterijum smanjenja talasavosti amplitudske karakteristike i dobijene su optimalne vrednosti parametara jezgra $\alpha_{opt} = \alpha_T = -44/81$ i $\beta_{opt} = \beta_T = 7/81$. Prikazani su

eksperimentalni rezultati interpolacija test slika gde su dobijene eksperimentalne optimalne vrednosti parametra jezgra. Opseg eksperimentalnih optimalnih vrednosti je $\alpha_{opt} \in [-1 \div 0.9]$ i $\beta_{opt} \in [0.0004 \div 0.0049]$. Upoređivanjem optimalnih vrednosti iz [10] i određenih u ovom radu u Sekciji II.D sa eksperimentalnim vrednostima kao referentnim, zaključuje se da je interpolacija sa parametrima dobijenih optimizacijom u spektralnom domenu preciznija.

LITERATURA

- [1] E. Meijering, M. Unser, "A Note on Cubic Convolution Interpolation", *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 12, no. 4, pp. 447-479, April 2003.
- [2] H.S. Pang, S.J. Baek, K.M. Sung, "Improved Fundamental Frequency Estimation Using Parametric Cubic Convolution", *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E83-A, no. 12, pp. 2747-2750, Dec. 2000.
- [3] S. E. Reicherbach, "Two-Dimensional Cubic Convolution", *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 12, no. 8, pp. 857-865, Aug. 2003.
- [4] K. S. Park, R. A. Schowengerdt, "Image reconstruction by parametric cubic convolution", *Computer Vision, Graphics & Image Process.*, vol. 23, pp. 258-272, 1983.
- [5] S. S. Rifman, "Digital rectification of ERTS multispectral imagery", in *Proc Symp. Significant Results Obtained From the Earth Resources Tehnology Satellite-1*, vol 1, sec. B pp. 1131-1142, 1973.
- [6] K. W. Simon, "Digital image reconstruction and resampling for geometric manipulation", in *Symp. On Machine Process. Of Remotely Sensed Data*, *IEEE Pre* pp.3A-1-3 A-11, 1975.
- [7] R. Bernstein, "Digital image processing of earth observation sensor data", *IBM J. Res. Devel.* vol. 20, no. 1. pp. 40-57, 1976.
- [8] R. G. Keys, "Cubic convolution interpolation for digital image processing", *IEEE Trans. Acout. Speech, & Signal Processing*, vol. ASSP-29, pp. 1153-1160, Dec. 1981.
- [9] E. Mejerling, K. Zuiderveld, M. Viergever, "Image Reconstruction by Convolution with Simetrical Piecewise nth-Order Polynomial Kernels", *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 8, no. 2, pp. 192-201, Feb. 1999.
- [10] R. Hanssen, R. Bamler, "Evaluation of Interpolation Kernels for SAR Interferometry", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 37, no.1, pp. 318-321, Jan. 1999.

ABSTRACT

This paper shows the parametar optimization of the Keys interpolation kernel in the spectral domain. The first part of the paper shows Keys kernel with two parameters and its transformation in the spectral domain. The optimization took place after the application of Taylor series and by minimizing the values of the members which caused wiggles in amplitude characteristic. The second part of the paper deals with results (in the form of tables and graphs) of the interpolation of some test images using cubic convolution interpolation with Keys two-parameter kernel.

OPTIMIZATION PARAMETERS OF TWO-PARAMETER KEYS KERNEL IN THE SPECTRAL DOMAIN

Zoran Milivojević, Nataša Savić, Darko Brodić, Predrag Rajković