

Razvoj programa za numeričko određivanje magnetskih polja posebnih struktura

Karolina Kasaš-Lažetić, Dejana Herceg,

Gorana Mijatović

Departman za energetiku, elektroniku i telekomunikacije

Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Novi Sad, R. Srbija

kkasas@uns.ac.rs, vuletic@uns.ac.rs, gorana86@uns.ac.rs

Miroslav Prša, penzionisan sa

Departmana za energetiku, elektroniku i telekomunikacije

Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Novi Sad, R. Srbija

prsa@uns.ac.rs

Sažetak—U ovom radu je prikazan računarski program zasnovan na iterativnoj primeni metode konačnih elemenata (MKE). Program je razvijen za određivanje vremenski konstantnog, dvodimenzionalnog magnetskog polja u elektromehaničkim pretvaračima, u kojima se neki segment ciklično ponavlja, bilo transverzalno, bilo rotaciono. Pokazano je da nije neophodno ostvaranje magnetskog polja u svim tačkama poprečnog preseka takvog sistema, već je dovoljno posmatranje samo segmenta koji se ciklično ponavlja. Na taj način se, za istu tačnost dobijenih rezultata, ostvaruje ušteda računarske memorije i vremena računanja. U radu je razmatran i kriterijum konvergencije računarskog postupka, kao i uslovi koji utiču na konvergenciju iterativnog postupka. Program je verifikovan upoređivanjem ostvarenih rezultata sa rezultatima dobijenih računanjem magnetskog polja po celom poprečnom preseku izabranog koračnog motora sa promenljivom reluktansom, za različite položaje rotora u odnosu na stator.

Ključne reči—magnetsko polje; MKE; iterativni postupak; elektromehanički pretvarači posebne geometrije;

I. UVOD

Iako danas postoji veći broj komercijalnih računarskih programa za određivanje svih električnih i magnetskih polja, kao što su COMSOL Multiphysics, ANSYS, OPERA, MAXWELL i drugi, u nekim posebnim situacijama je pogodnije razviti sopstveni program, koji bi bio primenjen na sasvim određenu klasu problema. Tako su, na primer, za određivanje dvodimenzionalnog magnetskog polja rotirajućih elektromehaničkih pretvarača, do sada korišćene razne numeričke metode, od metode konačnih razlika, preko momentnih metoda, do metode konačnih elemenata, primenjene na ceo poprečni presek pretvarača. U tom slučaju je model zahtevao relativno velik broj tačaka, u kojima se magnetsko polje računa, što direktno povećava zahteve za računarskom memorijom i potrebnim vremenom računanja.

Vrlo često je geometrija rotirajućih elektromehaničkih pretvarača takva, da se određeni segment ciklično ponavlja duž oboda pretvarača, što je i dalo osnovnu ideju za razvoj ove metode. U iterativnom procesu se rezultati računanja u određenim tačkama duž pravca konstantnog ugla jedne iteracije, koriste kao poznati granični uslovi naredne iteracije. Na taj način se, posle određenog broja iteracija, dolazi do tačnih

rezultata. Pri tome je broj tačaka u kojima se polje računa skoro onoliko puta manji, koliko se puta određeni segment, ponavlja duž obima pretvarača. Time je ostvarena znatna ušteda i računarske memorije i potrebnog vremena računanja.

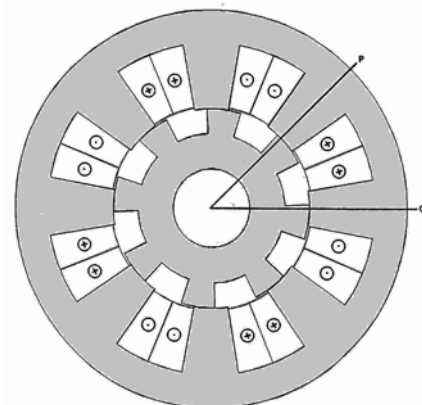
U radu je veći naglasak stavljen na prikazivanje principa same metode, a manji na razvijeni računarski program.

Zbog specifičnosti geometrije i skokovitih, velikih promena parametara sredine, konvergencija predloženog iterativnog postupka zahteva posebnu pažnju, pa je tom problemu posvećeno posebno poglavlje ovog rada.

II. TEORIJSKA OSNOVA ZA RAZVOJ PROGRAMA

Program nazvan ITMP (ITerativni pristup računanju Magnetskog Polja), koji se opisuje u ovom radu, razvijen je za određivanje vremenski konstantnog, dvodimenzionalnog, magnetskog polja, prouzrokovanog vremenski konstantnom strujom, u namotajima relativno jednostavne geometrije. Pri tome je, za početak, pretpostavljeno da je upotrebljeni magnetski materijal, izotropan, linearan i homogen, konstantne relativne permeabilnosti μ_r .

Poprečni presek pojednostavljenog modela koračnog elektromehaničkog pretvarača, na koji će biti primenjen program, u određenom položaju rotora u odnosu na stator, sa obeleženim segmentom (linije P-Q), koji se ciklično ponavlja duž obima pretvarača, prikazan je na Sl. 1.



Slika 1. Poprečni presek modela posmatranog elektromehaničkog pretvarača

Magnetsko polje pretvarača se opisuje magnetskim vektor potencijalom, \vec{A} , čije površi istog intenziteta, projektovane na neku ravan, predstavljaju linije vektora magnetske indukcije, \vec{B} u toj ravni.

U slučaju vremenski konstantnog magnetskog polja, magnetski vektor potencijal \vec{A} predstavlja rešenje parcijalne diferencijalne jednačine, izvedene u [1],

$$\text{rot}(\text{rot}\vec{A}) = \mu\vec{J}, \quad (1)$$

pri čemu je, prema osnovnim postavkama metode konačnih elemenata (MKE) [2] - [4], funkcional, F , koji treba minimizovati proporcionalan energiji sadržanoj u magnetskom polju pretvarača i dat je izrazom,

$$F = \int_V \left(\frac{1}{2\mu} |\text{rot}\vec{A}|^2 - \vec{J} \cdot \vec{A} \right) dv. \quad (2)$$

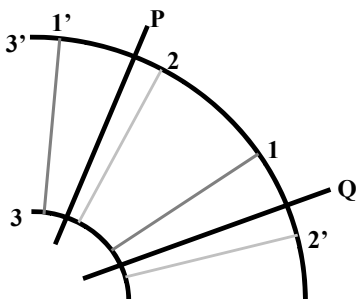
U gornjem izrazu su vektor gustine struje, \vec{J} i magnetski vektor potencijal, \vec{A} kolinearni vektori, pa je njihov skalarni proizvod jednak proizvodu njihovih intenziteta,

$$\vec{J} \cdot \vec{A} = JA, \quad (3)$$

a vektor magnetske indukcije je, preko magnetskog vektor potencijala, dat izrazom,

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A}. \quad (4)$$

Prva pretpostavka u razvoju predložene metode je činjenica da se u skoro svim rotirajućim elektromehaničkim pretvaračima, određena geometrija kružnog segmenta ponavlja ciklično duž obima pretvarača. Na granicama tako ponavljajućih segmenata, u opštem slučaju, nisu ispunjeni ni Nojmanovi, ni Dirihleovi uslovi, tako da je nemoguće korišćenje poznatih metoda sa nedefinisanim graničnim uslovima. U stvari će se apsolutne vrednosti magnetskog vektor potencijala, duž neke linije konstantnog ugla, ponoviti po obimu pretvarača onoliko puta, koliko se puta geometrijski kružni segment ponavlja duž obima. To ponavljanje je grafički prikazano na Sl. 1 i na Sl. 2,



Slika 2. Prikaz segmenta pretvarača (linije P i Q) i dodatnih linija

predstavljajući osnovnu ideju za razvoj ove metode.

Na Sl. 2 su, punim, debljim linijama, prikazane granice segmenta, odnosno, domena u kome se određuje magnetsko polje, a odgovarajućim tanjim linijama, linije duž kojih magnetski vektor potencijal ima iste apsolutne vrednosti (linije 1 i 1' i linije 2 i 2'). Smer magnetskog vektor potencijala na tim parovima linija može da bude isti ili suprotan, u zavisnosti od smera motanja i smera struje u namotajima pretvarača. Isti ili suprotan smer će uticati na znak magnetskog vektor potencijala koji se pridružuje linijama 1' i 2'.
 $\alpha + \beta = \chi. \quad (1) \quad (1)$

Određenom segmentu, P-Q, se prvo doda jedna ili više linija konstantnog ugla (na Sl. 2. su prikazane dve linije, dodate sa svake strane granica segmenta). Te dve linije sada predstavljaju dve granice domena unutar koga se računa magnetsko polje. Preostale dve granice se, shodno principima metode konačnih elemenata, postavljaju kao linije konstantnog radijusa, izvan feromagnetskog materijala. Na te dve granice (kružne linije 3 i 3' na Sl.2.) se usvaja da je vrednost magnetskog vektor potencijala jednaka nuli. U tačkama preostale dve granice (linije 1' i 2' na Sl. 2.), vrednosti magnetskog vektor potencijala, u opštem slučaju, nisu poznate.

Početak iterativnog ciklusa polazi od nekih početnih, pretpostavljenih vrednosti magnetskog vektor potencijala u tačkama na tim granicama. Najjednostavnije je, na početku, pretpostaviti da je i duž tih linija vrednost magnetskog vektor potencijala jednaka nuli, iako mogu da se pretpostave i druge početne vrednosti. Na taj način su definisane sve poznate vrednosti magnetskog vektor potencijala na granicama domena i, korišćenjem MKE, mogu da se izračunaju nepoznate vrednosti unutar domena. Važno je već na ovom mestu napomenuti da granice 1' i 2' ne smeju da ostanu nedefinisane, već moraju da budu označene kao granice, na kojima su vrednosti magnetskog vektor potencijala poznate, iako se one menjaju od iteracije do iteracije. Dakle, definisanjem poznatih vrednosti magnetskog vektor potencijala na granicama konstantnog radijusa (kružne linije 3 i 3' na Sl. 2), pretpostavljanjem početnih graničnih vrednosti na granicama konstantnog ugla (linije 1' i 2' na Sl. 2) i računanjem nepoznatih vrednosti unutar domena, počinje iterativni postupak.

Sledi korak, koji predstavlja pripremu za sledeću iteraciju. Na osnovu cikličnog ponavljanja vrednosti duž obima pretvarača izračunate vrednosti magnetskog vektor potencijala duž linije 1 se postavljaju kao nove, poznate vrednosti duž linije 1' i isti postupak se primenjuje na linije 2 i 2'. Pri tome je, naravno, potrebno voditi računa o znaku prenetih vrednosti, a napred je već rečeno od čega zavisi da li će se granične vrednosti izjednačiti sa pozitivnim ili negativnim znakom.

Na taj način su, ponovo postavljene nove granične vrednosti sledećeg iterativnog koraka, pa mogu da se izračunaju nove vrednosti potencijala unutar domena. Izračunate vrednosti duž linija 1 i 2 se, zatim, ponovo postavljaju u tačke duž linija 1' i 2', respektivno i tako definisan iterativni postupak se ponavlja sve dok izabrani kriterijum konvergenције ne bude zadovoljen. Time se, konačno, dobijaju vrednosti magnetskog vektor potencijala unutar unapred zahtevane tačnosti, koje zadovoljavaju osnovnu diferencijalnu jednačinu,

granične uslove i ciklično ponavljanje vrednosti duž obima pretvarača.

III. IZBOR KRITERIJUMA KONVERGENCIJE

Kao što je rečeno u uvodu, veoma važnu ulogu u ovom slučaju ima izbor kriterijuma konvergencije. Zbog toga će ceo ovaj deo rada biti posvećen tom problemu, kao i uticaju pojedinih faktora na konvergenciju iterativnog postupka.

Vrlo često se, u slučaju iterativnog postupka, kao kriterijum konvergencije, bira sledeći uslov: smatra se da je iterativni postupak završen, odnosno, da su izračunate vrednosti unutar zahtevane tačnosti, ukoliko je maksimalna relativna razlika vrednosti magnetskog vektor potencijala δ , u dve sukcesivne iteracije, manja od unapred zadate vrednosti δ_{zad} ,

$$\delta^{(i)} = \left| \frac{A^{(i)} - A^{(i-1)}}{A^{(i)}} \right|_{\max} < \delta_{zad}, \quad (5)$$

Gornji izraz može da bude pomnožen sa 100, da bi se relativna razlika dve iteracije dobila u procentima.

Praćenjem vrednosti $\delta^{(i)}$, pokazalo se da konvergentni proces nije monoton, već je povremeno skokovit, što je moglo da dovede do slučajnog završetka iterativnog postupka, pre nego što se izračunate vrednosti dovoljno približe tačnim vrednostima. Taj nedostatak je kasnije bio otklonjen tako što se nije posmatrala samo razlika između dve sukcesivne iteracije, već dve uzastopne razlike $\delta^{(i)}$ i $\delta^{(i-1)}$, i iterativni proces bi se smatrao završenim ukoliko su obe vrednosti manje od δ_{zad} . Tako modifikovan kriterijum konvergencije se pokazao uspešnim i mogao je da se koristi.

Drugi nedostatak kriterijuma (5) je nedostatak podataka o apsolutnoj vrednosti takvih razlika, odnosno, uticaju razlika na ukupne promene polja. Naime, ispostavilo se da daleko najveće relativne razlike između sukcesivnih iteracija nastupaju pri veoma malim vrednostima magnetskog vektor potencijala, u domenu u kome može da se zanemari postojanje magnetskog polja. Kao moguće rešenje tog problema je pokušano sa upoređivanjem vrednosti potencijala samo u tačkama u kojima se magnetsko polje ne zanemaruje. Ustanovljeno je, međutim, da, ponovo, najveće razlike nastupaju u tačkama najmanjih apsolutnih vrednosti magnetskog vektor potencijala – vrednosti, koje ne utiču bitno na raspodelu magnetskog polja. Iako je, čak i pod takvim uslovom, iterativni postupak konvergirao, za zadovoljavanje kriterijuma konvergencije je bio potreban relativno velik broj iterativnih koraka, pri čemu se, posle izvesnog broja iteracija, kompletna slika magnetskog polja nije bitno menjala.

Zbog svega toga je, na kraju, kao kriterijum konvergencije u ovom slučaju, izabrano upoređivanje srednjih vrednosti magnetskog vektor potencijala u dve sukcesivne iteracije,

$$\delta^{(i)} = \left| \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^{(i)} - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^{(i-1)}}{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^{(i)}} \right| < \delta_{zad}, \quad (6)$$

pri čemu je N ukupan broj tačaka u kojima je računat magnetski vektor potencijal.

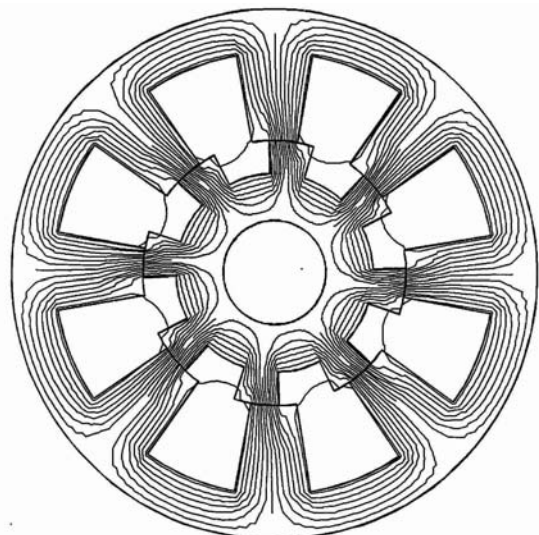
Takav izbor kriterijuma konvergencije se kasnije pokazao kao ispravan, jer je broj potrebnih iteracija u konkretnom slučaju drastično smanjen, a da se, pri tome, magnetsko polje nije bitno promenilo. Dakle, s obzirom na sve gore navedeno, kao kriterijum konvergencije je izabran uslov da su dve sukcesivne, tako definisane relativne razlike, manje od δ_{zad} .

IV. REZULTATI REŠAVANJA KONKRETNOG PROBLEMA

Za verifikaciju metode računanja, određeno je magnetsko polje koračne mašine sa promenljivom reluktansom, čiji je poprečan presek prikazan na Sl. 1. Intenzitet vektora gustine struje u namotajima je bio, $J = 3 \cdot 10^6$ A/mm², a pretpostavljena, relativna permeabilnost linearizovanog feromagnetskog materijala, $\mu_r = 200$. Magnetsko polje je računato za sve položaje rotora mašine u odnosu na stator. (1)

Da bi predložena iterativna metoda mogla da bude verifikovana, trebalo je odrediti tačne vrednosti magnetskog vektor potencijala. Zbog toga je dati problem rešen za ceo poprečan presek mašine. Linije izračunatog vektora magnetske indukcije, \vec{B} su prikazane na Sl. 3. Pri tome je, uz linije vektora \vec{B} , prikazana još samo geometrija feromagnetskog materijala u jednom od mogućih položaja rotora u odnosu na stator. Sa tako dobijenim vrednostima magnetskog vektor potencijala su, kasnije, upoređeni rezultati iterativne metode.

Početa pretpostavka je bila da su vrednosti magnetskog vektor potencijala na graničnim linijama (1' i 2' na Sl. 2) jednake nuli, što odgovara magnetskom polju prikazanom na Sl. 4, dok je konačan izgled linija vektora magnetske indukcije \vec{B} , posle okončanog iterativnog procesa, prikazan na Sl. 5. Očigledno je da su pogrešni granični uslovi prouzrokovali netačne vrednosti magnetskog polja, ali se i na početku primećuje tendencija uvlačenja linija vektora \vec{B} u feromagnetski materijal.



Slika 3. Prikaz linija vektora \vec{B} po celom poprečnom preseku pretvarača

V. ZAKLJUČAK

U ovom radu je prikazana nova metoda za analizu struktura koje se ciklično ponavljaju. Pokazano je da metoda nudi značajne uštede računarske memorije i vremena računanja, čak i u slučajevima kada ciklično ponavljanje struktura nije veliko. U daljem radu na razvoju ove metode će posebna pažnja biti posvećena mogućnosti da se odredi magnetsko polje u prisustvu nelinearnog feromagnetskog materijala, odnosno, da se u predloženi iterativni postupak ubaci i promenljiva reluktansa korišćenog feromagnetskog materijala.

Kao što je rečeno u uvodu, u radu je više opisan sam pristup i princip rada, nego opisivanje konkretnog računarskog programa.

Ušteda računarske memorije i vremena računanja uvek zavisi od geometrije samog problema, odnosno, od broja ponavljanja određenog segmenta duž oboda pretvarača.

ZAHVALNICA

Rad predstavlja deo istraživanja na projektu broj TR32055, finansiranim od strane Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Srbije, 2011-2016.

LITERATURA

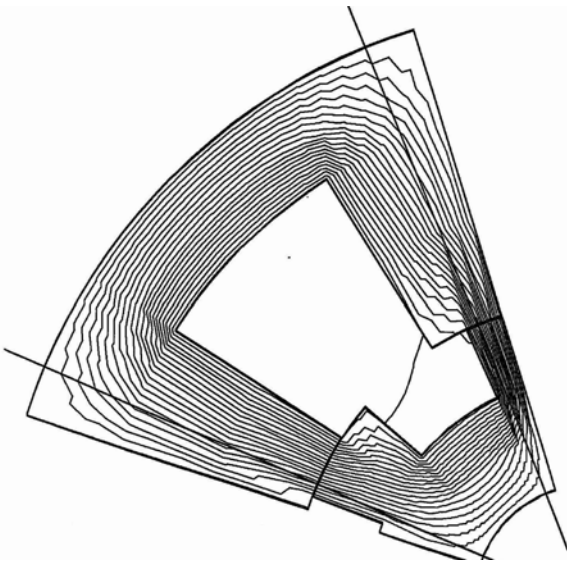
- [1] B. Popović, Elektromagnetika, Beograd: Građevinska knjiga, 1986, pp. 213-215.
- [2] M. V. K. Chari and P. Silvester, "Finite Element Analysis and Magnetically Saturated DC Machines," IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-90, No 2, pp. 454-464, March-April 1971.
- [3] R. Palanisamy and W. Lord, "Finite Element Modeling of Electromagnetic NDT Phenomena", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. MAG-15, No 6, pp. 1474-1481, November 1979.
- [4] P. P. Silvester and R. L. Ferrari, Finite Elements for Electrical Engineers, Cambridge University Press, New York, 1983.

ABSTRACT

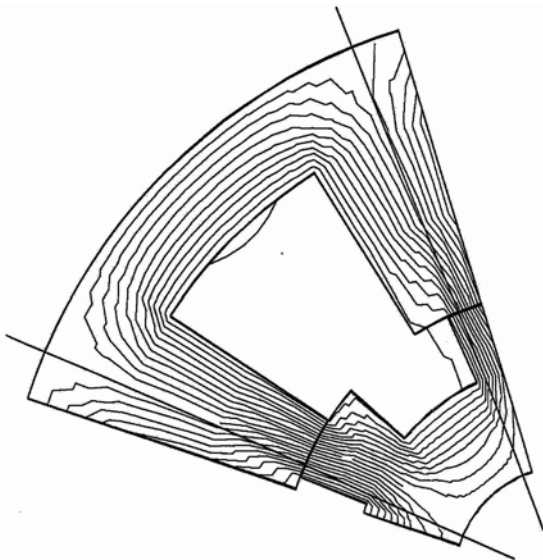
The iterative computer program, developed for determination of time constant, 2D magnetic field inside electromechanical converters in which the certain segment is spatially repeating transversally or rotationally, is presented in this paper. It is shown that it is not necessary to calculate magnetic field in all points of the converter's cross-section, but it is sufficient to observe only the spatially repeating segment. Acting this way, for the same accuracy of obtained results, a significant savings in both computer memory and CPU time can be achieved. The convergence criterions, together with the conditions influencing the convergence, are also discussed in the paper. The method is verified by comparing the obtained results with the results achieved by the magnetic field calculation across the entire cross-section of chosen VR step motor, for different rotor positions related to the stator.

DEVELOPMENT OF THE PROGRAM FOR NUMERICAL DETERMINATION OF SPECIAL STRUCTURES MAGNETIC FIELDS

Karolina Kasaš-Lažetić, Dejana Herceg,
Gorana Mijatović, Miroslav Prša



Slika 4. Prikaz linija vektora \vec{B} na početku iterativnog postupka



Slika 5. Prikaz linija vektora \vec{B} na kraju iterativnog postupka

Na Sl. 4 može da se primeti simetrija linija vektora magnetske indukcije, \vec{B} , u odnosu na dodate linije 1' i 2', što je posledica izbora da je na tim linijama magnetski vektor potencijal jednak nuli.

Konačan oblik linija vektora magnetske indukcije, \vec{B} koji je prikazan na Sl. 5, se vidi da su, u gornjem delu segmenta linije ograničene samim segmentom, dok su u donjem delu statora linije definisane položajem rotora. Skup linija prati ciklično ponavljanje geometrije pretvarača, tako da se i skup linija polja ciklično ponavlja duž obima pretvarača.