

# Novi analitički model koji uzima u obzir efekte međusobne interakcije faza 8/6 prekidačkog reluktantnog motora

Dragan Mihić, Mladen Terzić, Slobodan Vukosavić  
Energetika/Katedra za energetske pretvarače i pogone  
Univerzitet u Beogradu - Elektrotehnički fakultet  
Beograd, Srbija  
dragan84m@etf.rs, terzic@etf.rs, boban@etf.rs

Željko Despotović  
Institut "Mihajlo Pupin" - Robotika  
Beograd, Srbija  
zeljko.despotovic@pupin.rs

*Sažetak*— U mnogim primenama, rad prekidačkog reluktantnog motora (Switched Reluctance Motor-SRM) zahteva istovremeno pobuđivanje više faza motora. Pošto su fluksni obuhvati pobuđenih faza u međusobnoj interakciji, efekat međusobne sprege u prisustvu magnetskog zasićenja se ne može zanemariti i neophodno ga je uzeti u obzir tokom modelovanja SRM-a u cilju predikcije što tačnijih karakteristika motora. U ovom radu je predstavljen novi, nelinearni analitički model koji uzima u obzir međusobnu interakciju faza. Početnu tačku u razvoju novog modela predstavlja bazni analitički model koji uzima u obzir sve najznačajnije inherentne osobine SRM-a. Verifikacija rezultata novog analitičkog modela, u cilju provere njegove korektnosti, izvršena je tranzijentnim FEM (Finite Element Method) simulacijama.

*Ključne riječi*—prekidački reluktantni motor; međusobna sprega; metoda konačnih elemenata.

## I. UVOD

Prekidački reluktantni motori privlače značajnu pažnju u raznim oblastima industrije zbog svojih istaknutih osobina kao što su jednostavnost i jeftina proizvodnja, mehanička i termička robusnost, velika gustina snage, širok opseg brzina i pouzdanost [1-4]. Relativno teško modelovanje tačnih elektromagnetskih karakteristika SRM-a se javlja zbog izrazito nelinearne veza između struje, fluksnog obuhvata i položaja rotora. Sa druge strane, da bi se povećala efikasnost pogona sa SRM-om, potrebno je istovremeno pobuđivati dve ili više faza motora [5]. Na taj način se doprinosi uvećanju momenta i smanjenju njegovih pulsacija. Mnogi radovi [6-10] naglašavaju međusobnu spregu između faza i njen uticaj na dinamičke karakteristike SRM-a tokom istovremenog vođenja više faza motora, ali se efekti koji potiču od drugih pobuđenih faza zanemaruju u razvijenim matematičkim modelima. Dinamički modeli [11-14] koji uzimaju u obzir međusobnu spregu uglavnom se baziraju na karakteristikama koje se dobijaju korišćenjem FEM-a ili eksperimentalnim putem. Iako su ovi modeli precizni i dobri za razvoj kontrolnih algoritama, još su nedovoljno brzi za projektovanje i postupak optimizacije SRM-a.

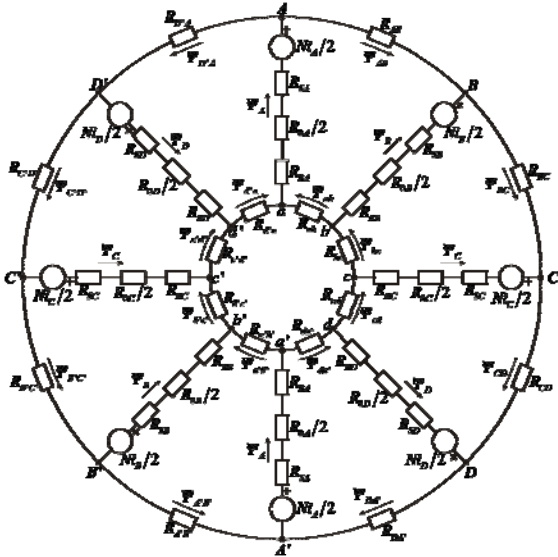
Jednostavan i brz analitički model predstavljen u [15], uzima u obzir sve najvažnije inherentne osobine SRM-a i pruža

mogućnost da se modeluju efekti međusobne interakcije faza. Ulazni parametri ovog modela su geometrijski podaci motora, neke specifične radne tačke  $B-H$  krive kao i samo jedna merena ili prethodno izračunata ( $\Psi-i$ ) magnetizaciona tačka. Polazeći od ovog modela kao baznog, ovaj rad predstavlja njegovo efikasno unapređenje u cilju modelovanja efekata međusobne interakcije koja postoji između dve ili više istovremeno pobuđenih faza motora. Glavne osobine i najvažnije jednačine novog analitičkog modela 8/6 SRM-a date su u poglavlju II. Modelovanje 8/6 SRM-a metodom konačnih elemenata u cilju verifikacije korektnosti novog analitičkog modela dato je u poglavlju III. Komparativna analiza razvijenih modela je prikazana u poglavlju IV. Zaključak je naveden u V poglavlju.

## II. RAZVOJ NOVOG ANALITIČKOG MODELA 8/6 SRM-A KOJI UZIMA U OBZIR MEĐUSOBNU INTERAKCIJU FAZA

U ovom poglavlju su predstavljene najvažnije osobine i jednačine novog analitičkog modela 8/6 SRM-a koji uzima u obzir međusobnu interakciju faza.

Bazni model definisan u [15] oslanja se na ekvivalentno kolo sa reluktansama koje su definisane za svaki deo magnetskog kola mašine. Način na koji su definisane ove reluktanse pruža mogućnost unapređenja ovog modela u cilju modelovanja efekata međusobne interakcije faza. U opštem slučaju, fazne struje proizvode fluksve koji se sabiraju ili oduzimaju u različitim delovima jarma statora i rotora u zavisnosti od magnetskog polariteta statorskih polova pobuđenih faza. Zbog toga, fluksni obuhvat svake faze, kao i elektromagnetski momenta su funkcija struja svih pobuđenih faza motora. Ekvivalentna zamenska šema koja predstavlja osnovu za razvoj novog analitičkog modela 8/6 SRM-a data je na Sl.1. Ona se oslanja na poprečni presek 8/6 SRM-a koji je dat na Sl.2. Reluktanse  $R_{oi}$  ( $i = A, B, C, D$ ) predstavljaju putanje fluksa u vazдушnom zazoru i uskim duboko zasićenim ivicama statorskih i rotorskih polova. Statorski i rotorski polovi su modelovani reluktansama  $R_{Si}$  i  $R_{Ri}$ , respektivno. Reluktanse  $R_{AB}, R_{BC}, R_{CD}, R_{DA}, \dots, R_{D'A}$  predstavljaju statorski, a reluktanse  $R_{ab}, R_{bc}, R_{cd}, R_{da}, \dots, R_{d'a}$  rotorski jaram. Feromagnetski delovi ekvivalentnog magnetskog kola su samo funkcija magnetskog fluksa, dok je reluktansa  $R_{oi}$  funkcija i magnetskog fluksa i položaja rotora. Ovo će imati



Slika 1. Ekvivalentno magnetsko kolo 8/6 SRM-a na kome se bazira novi analitički model

uticaj na elektromagnetski momenat čije će izračunavanje biti opisano kasnije. U svakom delu magnetskog kola postoji fluks što se vidi na Sl.1. Jednačine i detaljan opis svih reluktansi koje figurišu u datoj ekvivalentnoj mogu se naći u [15].

Kada se zanemari uticaj međusobne interakcije faza, ekvivalentno kolo sa Sl.1 se redukuje na samo jednu fazu [15]. Reluktanse u takvom redukovanom magnetskom kolu su funkcija samo fluksnog obuhvata jedne pobuđene faze. Dakle, u baznom modelu karakteristike svake faze: fluksni obuhvat, struja kao i doprinos ukupnom elektromagnetskom momentu je identičan.

Međutim, kada se posmatra režim rada u kome je više faza istovremeno pobuđeno, magnetska permeabilnost feromagnetskih delova će zavisiti od fluksnih obuhvata svih pobuđenih faza kao i njihovog polariteta usled međusobne sprege i efekata međusobnog zasićenja. Ovo će uticati na fluksne obuhvate svih faza, struje kao i elektromagnetski momenat. Fluksni obuhvati će biti funkcija svih pobuđenih struja i obratno. Da bi se istražili efekti međusobne interakcije faza dovoljno je posmatrati jedan električni ciklus koji odgovara dužini polnog koraka rotora, pri čemu se za definisani motor pozitivan smer obrtanja postiže sekvencom pobuđivanja faza: A, B, C, D, respektivno. Tokom jednog električnog ciklusa mogu se javiti sledeći radni režimi: A) četiri faze su istovremeno pobuđene; B) tri faze su istovremeno pobuđene; C) dve faze su istovremeno pobuđene; D) jedna faza je pobuđena; E) struja svake faze je nula.

Za svaki od navedenih radnih režima određuje se fluks u svim definisanim delovima ekvivalentnog kola u funkciji fluksnih obuhvata svih faza motora. Zatim sledi izračunavanje struja pobuđenih faza kao i elektromagnetskog momenta rešavanjem samog ekvivalentnog kola. Režim rada u kome su sve četiri faze istovremeno pobuđene predstavlja najopštiji slučaj kada se međusobna interakcija razmatra. Iz ovog razloga, model za ovaj slučaj će biti detaljno predstavljen u nastavku, dok će modeli za preostale radne režime biti

specijalni slučajevi ovog modela, saglasno uslovima koji važe za svaki od gore navedenih.

Ukupan fluksni obuhvat za svaku od pobuđenih faza motora  $\Psi_i$  ( $i = A, B, C, D$ ) određen je relacijom:

$$\Psi_i = \int_0^i (u_i - Ri) d\tau, \quad (1)$$

gde je  $u$  primenjeni fazni napon,  $R$  otpornost faznog namotaja a  $i$  fazna struja. Diskretni oblik jednačine (1) je dat jednačinom:

$$\Psi_i = \Psi_{i0} + (u_i - Ri) (\Delta\theta / \Omega_m), \quad (2)$$

gde je  $\Omega_m$  ugaona brzina obrtanja rotora,  $\Delta\theta$  ugaoni inkrement položaja rotora, dok se indeks "0" u fluksnom obuhvatu i struji odnosi na vrednost navedenih veličina izračunatih u poslednjem završenom koraku simulacije.

Saglasno jednačini (2), u svakom koraku simulacije, fluksni obuhvat faze se određuje na osnovu vrednosti faze struje i fluksnog obuhvata iz prethodnog koraka simulacije. Fazne struje se određuju rešavanjem ekvivalentnog magnetskog kola datog na Sl.1, koristeći prethodno određene fluksne obuhvate. Budući da se putanje flukseva pobuđenih faza preklapaju u jarmovima statora i rotora svaka fazna struja kao i elektromagnetski momenat su funkcija fluksnih obuhvata sve četiri faze i ugaonog položaja rotora:

$$\begin{aligned} i_i &= f(\theta, \Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \Psi_D) \\ M_{em} &= f(\theta, \Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \Psi_D) \end{aligned} \quad (3)$$

Potrebno je izraziti flukseve u statorskom i rotorskom jarmu u funkciji fluksnih obuhvata faza da bi se odredile fazne struje. Za posmatranu mašinu postoji jednakost između flukseva u određenim delovima jarma statora i rotora zbog simetrije:  $\Psi_{AB} = \Psi_{A'B'} = \Psi_{ab} = \Psi_{a'b'}$ ,  $\Psi_{BC} = \Psi_{B'C'} = \Psi_{bc} = \Psi_{b'c'}$ ,  $\Psi_{CD} = \Psi_{C'D'} = \Psi_{cd} = \Psi_{c'd'}$  i  $\Psi_{DA} = \Psi_{D'A'} = \Psi_{da} = \Psi_{d'a'}$ . Primenom Prvog Kihofovog zakona za čvorove (A, B, C i D) fluksevi u delovima statorskog i rotorskog jarma se mogu izraziti kao:

$$\Psi_{AB} = (\Psi_A - \Psi_B - \Psi_C - \Psi_D) / 2, \quad (4)$$

$$\Psi_{BC} = (\Psi_A + \Psi_B - \Psi_C - \Psi_D) / 2, \quad (5)$$

$$\Psi_{CD} = (\Psi_A + \Psi_B + \Psi_C - \Psi_D) / 2, \quad (6)$$

$$\Psi_{DA} = (\Psi_A + \Psi_B + \Psi_C + \Psi_D) / 2. \quad (7)$$

Sada, primenom Drugog Kirhovog zakona i koristeći prethodno definisane flukseve u svim delovima magnetskog kola, dobijaju se jednačine koje određuju fazne struje:

$$\begin{aligned} i_A &= (2\Psi_A(R_{SA} + (R_{0A} / 2) + R_{RA}) + \Psi_{AB}(R_{AB} + R_{ab}) \\ &+ \Psi_{BC}(R_{BC} + R_{bc}) + \Psi_{CD}(R_{CD} + R_{cd}) \\ &+ \Psi_{DA}(R_{DA} + R_{da})) / N^2 \end{aligned}, \quad (8)$$

$$i_B = (2\Psi_B(R_{SB} + (R_{0B}/2) + R_{RB}) - \Psi_{AB}(R_{AB} + R_{ab}) + \Psi_{BC}(R_{BC} + R_{bc}) + \Psi_{CD}(R_{CD} + R_{cd}) + \Psi_{DA'}(R_{DA'} + R_{da'})) / N^2 \quad (9)$$

$$i_C = (2\Psi_C(R_{SC} + (R_{0C}/2) + R_{RC}) - \Psi_{AB}(R_{AB} + R_{ab}) - \Psi_{BC}(R_{BC} + R_{bc}) + \Psi_{CD}(R_{CD} + R_{cd}) + \Psi_{DA'}(R_{DA'} + R_{da'})) / N^2 \quad (10)$$

$$i_D = (2\Psi_D(R_{SD} + (R_{0D}/2) + R_{RD}) - \Psi_{AB}(R_{AB} + R_{ab}) - \Psi_{BC}(R_{BC} + R_{bc}) - \Psi_{CD}(R_{CD} + R_{cd}) + \Psi_{DA'}(R_{DA'} + R_{da'})) / N^2 \quad (11)$$

gde je  $N$  broj navojaka faznog namotaja.

Imajući u vidu da je korak simulacije mali, kao i da se fluksni obuhvat može smatrati konstantnim između dva susedna koraka simulacije, elektromagnetski momenat u opštem slučaju se izračunava koristeći sledeću jednačinu:

$$M_{em}(\theta, \Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \Psi_D) = \frac{\partial W_{em}(\theta, \Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \Psi_D)}{\partial \theta} \Big|_{\Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \Psi_D = const} \quad (12)$$

gde  $W_{em}$  označava magnetsku energiju koja se može odrediti u svakom položaju rotora [16] saglasno jednačini:

$$W_{em}(\theta, \Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \Psi_D) = \int_0^{\Psi_A} i_A(\theta, \tilde{\Psi}_A, \Psi_B = 0, \Psi_C = 0, \Psi_D = 0) d\tilde{\Psi}_A + \int_0^{\Psi_B} i_B(\theta, \Psi_A, \tilde{\Psi}_B, \Psi_C = 0, \Psi_D = 0) d\tilde{\Psi}_B + \int_0^{\Psi_C} i_C(\theta, \Psi_A, \Psi_B, \tilde{\Psi}_C, \Psi_D = 0) d\tilde{\Psi}_C + \int_0^{\Psi_D} i_D(\theta, \Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \tilde{\Psi}_D) d\tilde{\Psi}_D \quad (13)$$

Podintegralne funkcije u jednačini (13) su date relacijama (8), (9), (10) i (11). Od svih reluktansi koje figurišu u ekvivalentnom kolu, samo reluktansa  $R_{0i}$  zavisi od položaja rotora, pa je od interesa određivanje magnetske energija samo u njoj. Ona se određuje relacijom (14):

$$W_{em0}(\theta, \Psi) = c_{05} \left[ \frac{1 - c_{01} \Psi^2 - c_{01} c_{02} \Psi + \frac{c_{01}}{2} (\Psi - c_{03}) \sqrt{(\Psi - c_{03})^2 + c_{04}^2}}{2} + \frac{c_{01} c_{02} c_{03}}{2} + \frac{c_{01} c_{04}^2}{2} \ln \left( \frac{\Psi - c_{03} + \sqrt{(\Psi - c_{03})^2 + c_{04}^2}}{c_{02} - c_{03}} \right) \right] \quad (14)$$

gde  $\Psi$  označava fluksni obuhvat posmatrane pobuđene faze, a  $c_{0i}$  ( $i = 1..5$ ) su konstante definisane u [15]. Jednačina (14) omogućava određivanje magnetske energija pobuđene faze u bilo kom položaju rotora. Na kraju, koristeći diskretni oblik jednačine (12), moment se može odrediti izračunavanjem magnetske energije u tekućem i prethodnom položaju rotora kao:

$$M_{em}(\theta, \Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \Psi_D) = -(W_{em0}(\theta, \Psi_A) - W_{em0}(\theta - \Delta\theta, \Psi_A)) / \Delta\theta - (W_{em0}(\theta, \Psi_B) - W_{em0}(\theta - \Delta\theta, \Psi_B)) / \Delta\theta - (W_{em0}(\theta, \Psi_C) - W_{em0}(\theta - \Delta\theta, \Psi_C)) / \Delta\theta - (W_{em0}(\theta, \Psi_D) - W_{em0}(\theta - \Delta\theta, \Psi_D)) / \Delta\theta \quad (15)$$

Posmatrajući jednačinu (15) može se uočiti da u slučaju istovremenog vođenja četiri faze, ukupan momenat ne predstavlja prostu sumu momenata faza kada su one pojedinačno pobuđene, pošto fluksni obuhvat svake faze zavisi i od fluksnog obuhvata preostalih faza motora.

Preostali, navedeni radni režimi tokom kojih se javlja interakcije faza, predstavljaju karakteristične slučajeve opšteg modela. U slučaju B) kada su istovremeno pobuđene tri faze, fluksni obuhvat nepobuđene faze se javlja kao posledica struja pobuđenih faza. Budući da je struja nepobuđene faze jednaka nuli, njen fluksni obuhvat se određuje tako što se odgovarajuća jednačina, koja predstavlja struju posmatrane nepobuđene faze iz opšteg slučaja, izjednači sa nulom. Kao rezultat toga, dobija se nelinearna jednačina koja se rešava Njutn-Rapsonovim metodom. Nakon određivanja fluksnih obuhvata pobuđenih faza saglasno relaciji (2), fluksnog obuhvata nepobuđene faze motora, kao i flukseva u svim delovima jarma statora i rotora, struje pobuđenih faza se određuju odgovarajućim jednačinama koje su date za opšti slučaj. Elektromagnetski momenat se izračunava prema jednačini (15) ali bez člana koji odgovara nepobuđenoj fazi.

Analogna procedura se sprovodi u slučaju C) kada su istovremeno pobuđene dve faze. Fluksni obuhvati, sada dve nepobuđene faze, se određuju iz sistema koga čine dve nelinearne jednačine sa dve nepoznate. Taj sistem se dobija tako što se jednačine koje predstavljaju fazne struje nepobuđenih faza iz opšteg režima izjednače sa nulom, a rešava se Njutn-Rapsonovim metodom. Po određivanju flukseva u svim delovima ekvivalentnog magnetskog kola, izračunavaju se struje pobuđenih faza kao i elektromagnetski momenat. U izrazu za elektromagnetski momenat ne figurišu članovi koji predstavljaju dve nepobuđene faze motora.

U slučaju D), kada je pobuđena samo jedna faza, fluksni obuhvati nepobuđenih faza se određuju iz sistema od tri nelinearne jednačine sa tri nepoznate, koji se dobija na sličan način koji je prethodno opisan za radne režime B) i C). Pošto su sada određeni svi potrebni fluksni obuhvati, određuju se struje pobuđene faze kao i elektromagnetski momenat prema relaciji (15), a tada figuriše samo član koji predstavlja pobuđenu fazu motora.

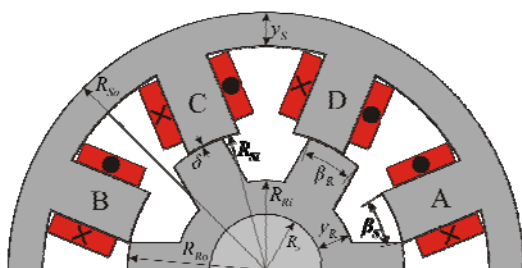
Kao poslednji mogući radni režim, može se javiti slučaj da nijedna od faza nije pobuđena. Tada su sve faze struje, fluksni obuhvati kao i elektromagnetski momenat jednaki nuli.

Novi analitički model koji uzima u obzir interakciju faza razvijen je u programskom paketu MATLAB. Da bi se verifikovao analitički model, u poglavlju III je posmatrani 8/6 SRM modelovan metodom konačnih elemenata.

### III. MODELOVANJE 8/6 SRM-A METODOM KONAČNIH ELEMENATA

U svrhu verifikacije novog analitičkog modela koristi se metoda konačnih elemenata.

FEM model je razvijen za 8/6 SRM na Sl. 2 čije su dimenzije i parametri dati u Tabelama I i II. Uzimajući u obzir simetriju, modelovana je samo polovina mašine. Posle definisanja geometrije motora i formiranja faznih namotaja u skladu sa Sl. 2, dodeljeni su materijali za električno i magnetsko kolo kao i granični uslovi, [17]. Gustina mreže konačnih elemenata je podešena prema potrebama različitih delova mašine. Budući da je brzina promene elektromagnetskih pojava najveća u uskom vazдушnom zazoru tokom preklapanja statorskih i rotorskih polova, ona je ovde i najgušće definisana u cilju dobijanja što tačnijih veličina, pre svega momenta. Kao izvor napajanja, u spoljašnjem električnom kolu modelovan je asimetrični polumostni inverter.



Slika 2. Poprečni presek 8/6 SRM-a sa glavnim dimenzijama koje su date u Tabeli I.

TABELA I. GLAVNE DIMENZIJE 8/6 SRM-A

Dimenzije	Vrednost
Spoljašnji poluprečnik statora, $R_{So}$ [mm]	60
Unutrašnji poluprečnik statora, $R_{Si}$ [mm]	37.5
Debljina jarma statora, $y_S$ [mm]	9
Spoljašnji poluprečnik rotora, $R_{Ro}$ [mm]	37
Unutrašnji poluprečnik rotora, $R_{Ri}$ [mm]	24
Debljina jarma rotora, $y_R$ [mm]	9
Širina vazdušnog zazora, $\delta$ [mm]	0.5
Poluprečnik vratila, $R_v$ [mm]	15
Dužina magnetskog kola, $L$ [mm]	65
Širina statorskog pola, $\beta_S$ [°]	22
Širina rotorskog pola, $\beta_R$ [°]	23

TABELA II. GLAVNI PARAMETRI 8/6 SRM-A

Parametri	Vrednost
Broj faza, $m$	4
Broj statorskih/rotorskih polova, $N_S/N_R$	8/6
Nominalni fazni napon, $U_n$ [V]	220
Nominalna fazna struja, $I_n$ [A]	3.2
Fazna otpornost, $R_s$ [ $\Omega$ ]	2.1
Broj navojaka po fazi, $N$	284

### IV. VERIFIKACIJA NOVOG ANALITIČKOG MODELA KORIŠĆENJEM METODE KONAČNIH ELEMENATA

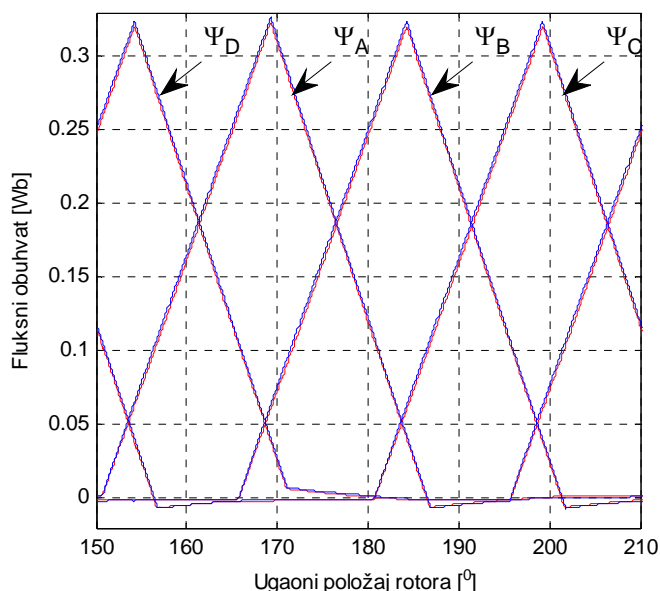
Poređenje simulacionih rezultata, u cilju verifikacije novog analitičkog modela metodom konačnih elemenata izvršice se za radni režim koji je definisan brzinom obrtanja 2000 ob/min, uglom uključenja  $30.7^\circ$ , odnosno uglom isključenja  $49.3^\circ$ . Glavni razlog za izbor ovog radnog režima je činjenica da postoji značajno preklapanje u vođenju sukcesivnih faza motora, kao i postojanje struje u nesusednim fazama motora pa se na taj način pokriva većina mogućih slučajeva interakcija faza definisanih u poglavlju II. Predmet poređenja su fluksni obuhvati, fazne struje kao i elektromagnetski momenat.

#### A. Talasni oblici fluksnih obuhvata

Kao što se može uočiti na Sl.3, fluksni obuhvati faza dobijeni novim analitičkim modelom se dosta dobro poklapaju sa rezultatima koji su dobijeni korišćenjem FEM-a. Novi analitički model na korektan način uzima u obzir efekte međusobne interakcije faza, što se može videti na delovima fluksnih obuhvata pre nego što se faze pobude i neposredno po dostizanju nulte vrednosti faznih struja. Budući da su sve fazne struje unipolarnog karaktera, u skladu sa definisanim rasporedom faznih namotaja na Sl.2, očekivano je da samo u slučaju interakcije faza A i D postoji pozitivan međusobni fluks. U ostalim kombinacijama faza on je negativan. Međusobni fluks utiče na ukupan fluksni obuhvat faza. Dakle, fluksni obuhvati svake faze će se razlikovati u većoj ili manjoj meri. To zavisi pre svega od magnetskog polariteta statorskih polova susednih faza motora, odnosno znaka međusobnog fluksa i nivoa međusobnog zasićenja tokom interakcije. Kao posledica različitih fluksnih obuhvata, postojaće razlika u ukupnoj indukovanoj elektromotonoj sili, odnosno faznim strujama, [18], što će se pokazati u nastavku.

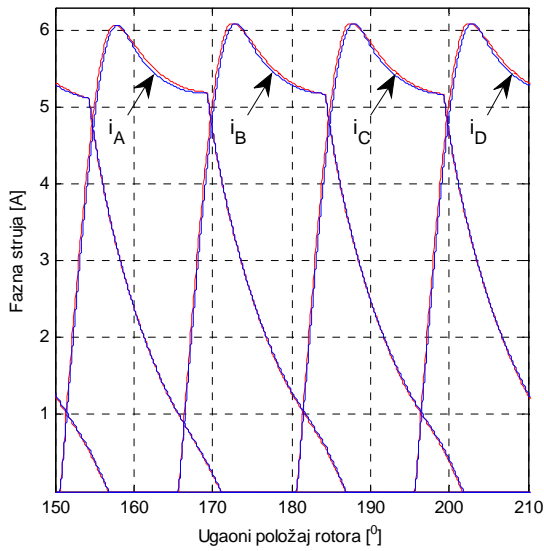
#### B. Talasni oblici faznih struja

Na Sl. 4 su prikazane fazne struje za posmatrani radni režim kao rezultat primene analitičkog i FEM modela. Da bi se naglasile razlike koje postoji između faznih struja, a posledica

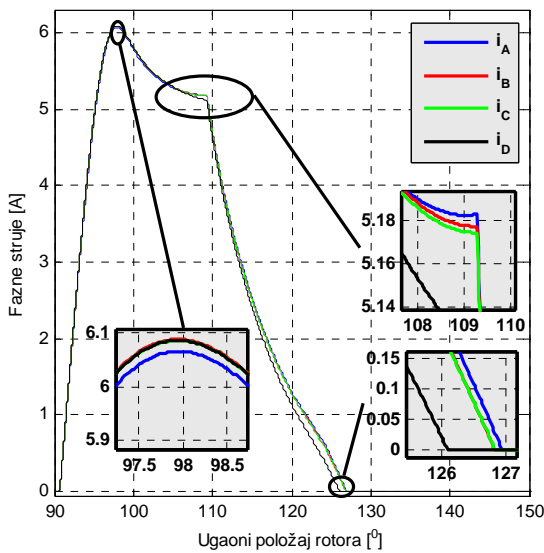


Slika 3. Poređenje fluksnih obuhvata faza motora između analitičkog (plava boja) i FEM modela (crvena boja)

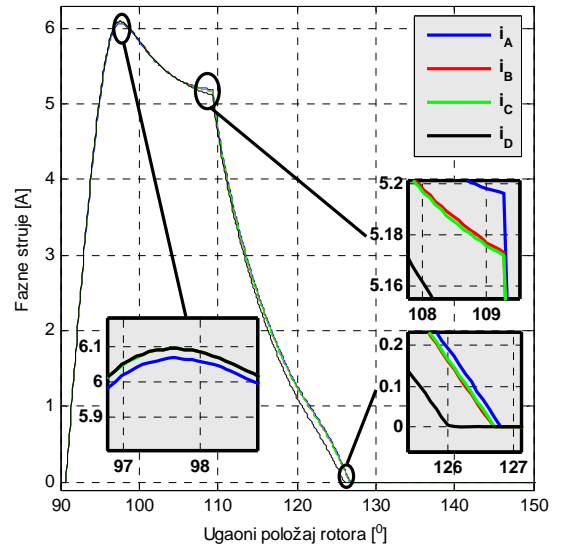
su međusobne interakcije faza, na Sl. 5 i 6 su preklapljeni fazne struje analitičkog i FEM modela, respektivno. U slučaju kada je magnetski polaritet polova pobuđenih faza, koje prethode ili slede trenutno posmatranu fazu, različit u odnosu na nju, kao rezultat se ima manja vrednost struje nego u slučaju kada je magnetski polaritet isti. Takođe, pokazuje se da značajniji uticaj na posmatranu fazu ima faza koja je sledi u odnosu na fazu koja joj je prethodila. Navedene zaključke potvrđuje i FEM model čime se verifikuje korektnost analitičkog modela i kada su fazne struje u pitanju. U prilog ovome idu i njihove efektivne vrednosti koje su date u Tabeli III.



Slika 4. Poređenje faznih struja motora između analitičkog (plava boja) i FEM modela (crvena boja)



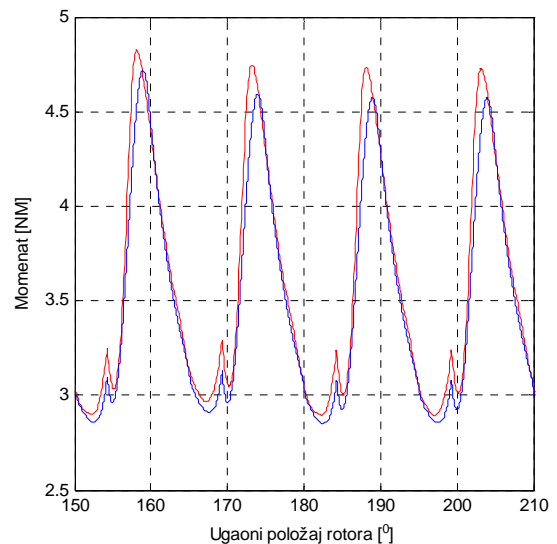
Slika 5. Preklapanje faznih struja motora u cilju naglašavanja razlika između njih kao rezultat analitičkog modela



Slika 6. Preklapanje faznih struja motora u cilju naglašavanja razlika između njih kao rezultat FEM modela.

### C. Talasni oblik elektromagnetskog momenta

Uzimajući u obzir razliku koja postoji u fluksnim obuhvatima i faznim strujama, očekuje se da doprinos svake faze ukupnom momentu bude različit. Kao potvrda toga, na Sl. 7 je prikazan talasni oblik momenta dobijen analitičkim i FEM modelom, respektivno. Može se uočiti da veća vrednost momenta postoji u slučaju interakcija faza A i D, za razliku od slučaja kada se javlja interakcija između preostalih sukcesivnih faza. Razlog je međusobni momenat usled interakcije faza, koji je samo u slučaju interakcije faza A i D pozitivan, dok je u ostalim slučajevima negativan, budući da samo između faza A i D postoji pozitivna međusobna sprega. U poređenju talasnih oblika momenata, mogu se uočiti određena odstupanja, pre svega u vršnim vrednostima, jer mala odstupanja u  $\Psi$ -i karakteristikama mogu značajno uticati na trenutne vrednosti momenta kod analitičkog modela.



Slika 7. Poređenje momenta između analitičkog (plava boja) i FEM modela (crvena boja)

TABELA III. POREĐENJE EFEKTIVNIH VREDNOSTI FAZNIH STRUJA I SREDNJE VREDNOSTI MOMENTA ANALITIČKOG I FEM MODELA

	$I_A$ [A]	$I_B$ [A]	$I_C$ [A]	$I_D$ [A]	$T_{em}$ [Nm]
<b>Analitički model</b>	3.0946	3.0990	3.0988	3.0786	3.4894
<b>FEM model</b>	3.1252	3.1264	3.1263	3.1074	3.5624

Međutim to nema značajnog uticaja na srednju vrednost momenta, što potvrđuju i numeričke vrednosti u Tabeli III.

## V. ZAKLJUČAK

Na osnovu komparativne analize rezultata novog analitičkog i FEM modela, može se zaključiti da novi analitički model na korektan način uzima u obzir efekte međusobne interakcije faza. Pri tome, istaknuto je da magnetski polaritet sukcesivnih faza motora, u zavisnosti od toga da li je isti ili ne, ima različit uticaj na dinamičke karakteristike SRM-a. Dakle, pomoću ovog modela može se odrediti uticaj raznih toplogija invertora na rad SRM-a. Budući da modelovanje mašina metodom konačnih elemenata zahteva značajne računarske i vremenske resurse primenom ovog matematičkog modela moguća je optimizacija geometrije i kontrolnih parametara motora u cilju postizanja što većeg odnosa moment/ struja, kao i smanjenje valovitosti momenta.

## LITERATURA

- [1] T. J. E. Miller, *Switched Reluctance Motor and Their Control*. Hillsboro/London, OH: Magna Physics Publishing/Oxford, University Press, Hillsboro, 1993.
- [2] Y. Hu, X. Song, W. Cao, and B. Ji, "New SR drive with integrated charging capacity for plug-in hybrid electric vehicles (PHEVs)," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 61, no. 10, pp. 5722–5731, Oct. 2014.
- [3] V. Valdivia *et al.*, "Behavioral modeling of a switched reluctance generator for aircraft power systems," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 61, no. 6, pp. 2690–2699, Jun. 2014.
- [4] R. Cárdenas *et al.*, "Control of a switched reluctance generator for variable-speed wind energy applications," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 20, no. 4, pp. 781–791, Dec. 2005.
- [5] M. Krishnamurthy, C. S. Edrington, A. Emadi, P. Asadi, M. Ehsani, and B. Fahimi, "Making the case for application of switched reluctance motor technology in automotive products," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 21, no. 3, pp. 659–675, May 2006.
- [6] J. C. Moreira and T. A. Lipo, "Simulation of a four phase switched reluctance motor including the effects of mutual coupling," *Elect. Mach. Power Syst.*, vol. 16, pp. 281–289, 1989.
- [7] R. M. Davis and I. H. Al-Bahadly, "Experimental evaluation of mutual inductance in a switched reluctance motor," in *4th IEEE Int. Conf. Power Electronics and Variable Speed Drives*, London, U.K., 1991, pp. 243–248.
- [8] Debiprasad Panda, V. Ramanarayanan, "Mutual coupling and its effect on steady-state performance and position estimation of even and odd number phase switched reluctance motor drive," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, pp. 3445–3456, August 2007.
- [9] Qu, B.; Song, J.; Liang, T.; Zhang, H., "Mutual coupling and its effect on torque waveform of even number phase switched reluctance motor,"

Electrical Machines and Systems, International Conference on, pp.3405–3410, Oct. 2008.

- [10] Essah, D. N.; Sudhoff, S.D., "An improved analytical model for the switched reluctance motor," *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 18, no. 3, pp. 349, 356, Sept. 2003.
- [11] S. Cao and K. J. Tseng, "Evaluation of neighboring phase coupling effects of switched reluctance motor with dynamic modeling approach," in *Proc. PIEMC 2000*, vol. 2, 2000, pp. 881–886.
- [12] A. K. Jain and N. Mohan, "Dynamic modeling, experimental characterization, and verification of SRM operation with simultaneous two-phase excitation," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 53, no. 4, pp. 1238–1249, Jun. 2006.
- [13] P. P. de Paula, W. M. da Silva, J. R. Cardoso, and S. I. Nabeta, "Assessment of the influence of the mutual inductances on switched reluctance machine performance," in *Proc. IEEE IEMDC 2003*, vol. , pp. 1732–1738.
- [14] R. Mikail, I. Husain, and M. Islam, Finite element based analytical model for controller development of switched reluctance machines, in *Proceedings of the Energy Conversion Congress and Exposition (ESSE 2013)*, Denver, pp. 920–925, September 2013.
- [15] V. Vujicic and S. N. Vukosavic, "A simple nonlinear model of the switched reluctance motor," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 15, no. 4, pp. 395–400, Dec. 2000.
- [16] N. L. Schimtz and D. W. Novotny, *Introductory Electromechanics*. New York: Ronald, 1965.
- [17] Mladen V. Terzic, Dragan S. Mihic, Slobodan N. Vukosavic, "Design of High-Speed, Low-Inertia Induction Machines With Drag-Cup Rotor," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 29, br. 1, pp. 169–177, March 2014
- [18] V. Nasirian, A. Davoudi, S. Kaboli, and C. S. Edrington, "Excitation shifting: A general low-cost solution for eliminating ultra-low-frequency torque ripple in switched reluctance machines," *IEEE Trans. Mag.*, vol. 49, no. 9, pp. 5135–5149, Sep. 2013. 9, pp. 5135–5149, Sep. 2013.

## ABSTRACT

In many of its applications, the operation of the switched reluctance motor (SRM) requires simultaneous excitation of several motor phases. Since flux linkages of excitation phases exhibit the mutual interaction, the mutual coupling in the presence of magnetic saturation cannot be neglected and, therefore, should be taken into account during the SRM modeling with the aim of predicting motor features as accurate as possible. This paper presents the new non-linear analytical model that takes into consideration the mutual interaction of phases. The basic analytical model comprising the most significant inherent characteristics of SRM represents the starting point in the development of a new model. With the aim of checking the results of its accuracy, results' validation of the new analytical model has been carried out by transient FEM (Finite Element Method) simulations.

## A NEW ANALYTICAL MODEL COMPRISING EFFECTS OF MUTUAL INTERACTION OF PHASES 8/6 SWITCHED RELUCTANCE MOTOR

Dragan Mihić, Mladen Terzić, Slobodan Vukosavić, Željko Despotović