

Matematički model serijsko-paralelnog konvertora na osnovu analize rezonantnog kola u vremenskom domenu

Milan Pajnić, Miroslav Lazić, Zoran Cvejić

Odeljenje za energetska elektroniku

Iritel a.d. Beograd

Beograd, Srbija

milan.pajnic@iritel.com, mlazic@iritel.com, zorancvejic@iritel.com

Sažetak— U radu je prikazan matematički model serijsko-paralelnog konvertora na osnovu analize rezonantnog kola u vremenskom domenu. Predstavljena je promena stanja rezonantnog kola tokom trajanja periode prekidačke učestalosti. U zavisnosti od vrednosti radnih parametara konvertora, pomoću matematičkog modela predstavljeni su vremenski dijagrami napona i struje rezonantnog kola. Na osnovu matematičkog modela identifikovani su režimi rada konvertora i predstavljene njihove glavne odlike. Ispravnost dobijenog matematičkog modela konvertora verifikovana je pomoću programa za simulaciju električnih kola. Na osnovu rezultata simulacija, imajući u vidu radne parametre konvertora potvrđena je ispravnost dobijenih dijagrama na osnovu matematičkog modela.

Ključne riječi—DC/DC konvertori; Rezonantni konvertori; LLC konvertor;

I. UVOD

Razvoj informacionih tehnologija, komunikacionih i računarskih sistema, dovodi do povećanja potrošnje električne energije i sve manjih dimenzija samih uređaja. Kako je današnja struktura upotrebne energije doživela drastičnu promenu, gde su tradicionalni izvori poput uglja i nafte postali uzrok mnogobrojnih problema, prioritet u oblasti snabdevanja električnom energijom postaje integracija alternativnih izvora energije. Efikasnost konverzije snage postala je imperativ, samim tim primena DC/DC konvertora može biti korisna, ne samo u pogledu efikasnosti, nego pružanja direktne veze u snabdevanju između izvora električne energije i potrošača. Smanjenjem broja komponenti u ovakvom sistemu za snabdevanje, povećava se njegova efikasnost i pouzdanost. Pored zahteva za visokom efikasnošću konvertora, postoji tendencija za većom gustinom snage, odnosno gustinom pakovanja. U proteklih deset godina gustina snage komercijalnih konvertora povećana je sedam puta.

Standardne topologije prekidačkih konvertora sa galvanskim odvajanjem, bez obzira na konstantan tehnološki napredak prekidačkih komponenti, često nisu u stanju da ispunje rigorozne standarde efikasnosti konverzije. Usled malih prekidačkih gubitaka rezonantna topologija omogućava rad na višim prekidačkim učestanostima u odnosu na standardne topologije konvertora [1].

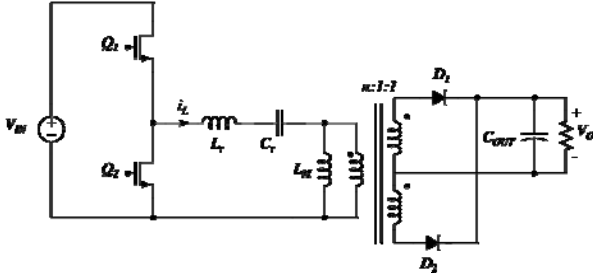
Uvid u prednosti rezonantne konverzije došao je sa razvojem programskih paketa za simulaciju i modelovanje električnih kola. Matematički modeli rezonantnih konvertora znatno su složeniji nego li modeli standardnih topologija i dobijeni su upotrebom različitih aproksimacija prilikom analize rezonantnog kola. Opravdanost ovakvih aproksimacija često je predmet diskusije i može uticati na tačnost dobijenog modela. Analizom rezonantnog kola konvertora u vremenskom domenu može biti izbegnuta pojava odstupanja parametara dobijenog modela od parametara realnog konvertora, po cenu znatno složenijeg matematičkog izvođenja.

U drugom poglavlju rada izvršena je analiza rada rezonantnog LLC konvertora. Normalizacija dobijenog sistema jednačina predstavljena je u trećem poglavlju, dok je normalizovan model konvertora pretstavljen u četvrtom poglavlju. Opis verifikacije dobijenog modela naveden je u petom poglavlju.

II. ANALIZA RADA REZONANTNOG LLC KONVERTORA

Serijsko-paralelni (LLC) rezonantni konvertor pripada porodici više rezonantnih konvertora. Rezonantno kolo konvertora sačinjavaju tri reaktivna elementa L_r , C_r i L_M , slika 1. Magnetizaciona induktivnost L_M u posebnim slučajevima formira rezonantno kolo zajedno sa L_r i C_r , dok je u većini slučajeva prespojena izlaznim naponom. Prekidači su najčešće kontrolisani u komplementu sa 50% radnog ciklusa. Između uključenja prekidačkih elemenata, postoji relativno kratak vremenski interval čija je uloga sprečavanje kratkog spoja ulaznog izvora. U ovoj analizi, prelazni režim kada su oba tranzistora isključena je zanemaren i smatra se da pravougnani impuls amplitude V_{IN} pobuđuje rezonantno kolo. Kada je prekidačka učestanost jednaka rezonantnoj, pad napona na induktivnosti L_r jednak je po modulu padu napona na kapacitivnosti C_r i suprotnog je znaka, pa je impedansa rezonantnog kola jednaka impedansi paralelne veze L_M i otpornosti koju kolo vidi na strani ispravljača. Iz tog razloga, vrednost izlaznog napona zavisi samo od vrednosti ulaznog napona i prenosnog odnosa transformatora, odnosno vrednost izlaznog napona ne zavisi od stepena opterećenja konvertora.

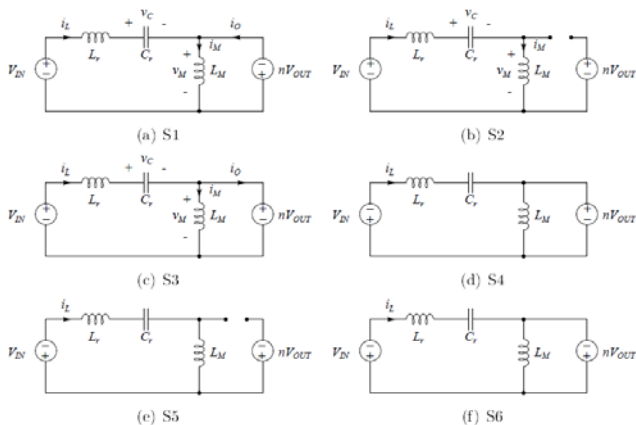
Posmatrajući topologiju upravljanja predloženu na Sl. 1, tokom jedne periode prekidačkog signala, stanje rezonantnog kola opisano je sa ukupno šest ekvivalentnih električnih kola, kao što je predloženo u radu [2]. U bilo kojoj poluperiodi prekidačkog signala, moguća je pojava do pet različitih stanja rezonantnog kola u zavisnosti od vrednosti radnih parametara konvertora.



Slika 1. Realizacija rezonantnog LLC konvertora.

Ekvivalentna kola rezonantnog kola konvertora prikazana su na Sl. 2. Stanja rezonantnog kola S_1 i S_2 u periodu kada je $Q_1 = ON$ podrazumevaju uključenu ispravljačku diodu D_2 ili D_1 , respektivno, kao što je navedeno u tabeli 1, pa je intenzitet struje magnetizacione induktivnosti direktno proporcionalan izlaznom naponu. U stanju S_2 , ispravljačke diode D_1 i D_2 ne vode, magnetizaciona induktivnost L_M zajedno sa L_r i C_r formira rezonantno kolo, Sl. 3. Tokom trajanja stanja S_2 , ne postoji prenos snage ka potrošaču.

Način rada konvertora tokom kojeg se energija uvek prenosi ka potrošaču (*Continuous conduction mode*) tokom trajanja periode prekidačkog signala ispunjen je samo ukoliko rezonantno kolo konvertora nikada ne bude u stanju S_2 (odnosno S_5). Ukoliko se konvertor u ustaljenom režimu nađe u stanju S_2 (odnosno S_5), njegov način rada je opisan kao diskontinualni (*Discontinuous conduction mode*), odnosno postoji interval vremena u kome se snaga sa ulaza konvertora ne prenosi na potrošač.



Slika 2. Ekvivalentne zamenske šeme rezonantnog kola LLC konvertora.

Režimi rada konvertora određeni su vremenskim intervalom u kome se snaga prenosi na potrošač i odnosom prekidačke i rezonantne učestanosti kola. Oznake režima rada date su sufiksom odnosa prekidačke i rezonantne učestanosti (*A-above*, *B-below*) u stacionarnom režimu rada konvertora, što je već ustaljen postupak u inženjerskoj praksi. Obzirom na izlaganje u radu [3] najčešći režimi rada LLC konvertora označeni su sa CCMA, CCMB, DCMA i DCMB.

Imajući u vidu tabelu 1 i simetričnost rada rezonantnog konvertora, za potpuni opis stacionarnog stanja dovoljno je posmatrati vremenski interval poluperioda prekidačkog signala i ekvivalentne šeme rezonantnog konvertora S_1 , S_2 i S_3 .

TABELA I. STANJE PREKIDAČKIH ELEMENATA MODELA LLC KONVERTORA.

| Element | Stanje kola | | | | | |
|---------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | S_1 | S_2 | S_3 | S_4 | S_5 | S_6 |
| Q_1 | ON | ON | ON | OFF | OFF | OFF |
| Q_2 | OFF | OFF | OFF | ON | ON | ON |
| D_1 | OFF | OFF | ON | ON | OFF | OFF |
| D_2 | ON | OFF | OFF | OFF | OFF | ON |

III. NORMALIZACIJA

Radi uniformnosti analize rezonantnog kola konvertora pribegava se normalizaciji diferencijalnih jednačina formiranih za kola sa Sl. 2 koje opisuju stanje, što je česta praksa prilikom analize svih tipova rezonantnih konvertora [3]. Rešavanjem formiranog sistema linearnih jednačina dobijamo zavisnost normalizovanih promenljivih od prekidačke učestalosti. Najčešće je izlazni napon napon normiranja, s obzirom na najmanju promenu vrednosti tokom trajanja prekidačkog ciklusa. U aplikacijama gde je pomoću konvertora realizovan punjač baterija [2], napon normiranja je stabilisan ulazni napon, dok se izlazni napon menja sa krivom punjenja baterije.

Za vrednost ulaznog napona, u *half-bridge* realizaciji prekidačkog mosta, definiše se:

$$V_1 = V_{IN} / 2, \quad (1)$$

vrednost izlaznog napona i struje:

$$V_{norm} = V_2 = nV_{OUT}, \quad I_{norm} = V_{norm} / Z_0. \quad (2)$$

Rezonantne učestalosti kola definišu se sledećim izrazima

$$\omega_0 = \omega_r = 1 / \sqrt{L_r C_r}, \quad \omega_1 = 1 / \sqrt{(L_M + L_r) C_r}, \quad (3)$$

dok su radni ugao i odnos induktivnosti kola respektivno:

$$\theta = \omega_0 t, \quad \lambda = L_r / L_M, \quad (4)$$

odnos prekidačke i rezonantne učestalosti F i poluperiod učestalosti prekidanja γ i prenosni odnos konverzije M , respektivno :

$$F = f_s / f_r, \quad \gamma = \omega_0 / 2f_s, \quad M = V_2 / V_1 \quad (5)$$

Normiranjem vrednosti koje definišu vrednosti napona na kondenzatoru C_r i struje kabela L_r dobija se respektivno:

$$m_C = v_{C_r}(\theta / \omega_0) / V_{norm}, \quad (6)$$

$$j_L = i_{L_r}(\theta / \omega_0) / I_{norm}. \quad (7)$$

IV. MODEL LLC KONVERTORA U ZAVISNOSTI OD REŽIMA RADA

Analizom tabele 1 i Sl. 2, dolazi se do zaključka da se režim rada rezonantnog LLC konvertora, može modelovati pomoću tri ekvivalentna kola u jednoj poluperiodi prekidačkog signala. Tokom trajanja jedne poluperiode prekidačkog signala moguća je promena stanja rezonantnog konvertora po određenom redosledu. Trajanje stanja određeno je normalizovanim uglom vođenja. Tok promene stanja u intervalu poluperiode prekidačkog signala sistematizovan je u tabeli 2. Trajanje stanja označeno je uglom α_{1-5} u zavisnosti od toka promene u intervalu poluperiode prekidačkog signala..

TABELA II. TOK PROMENE STANJA U INTERVALU POLUPERIODE PREKIDAČKOG SIGNALA

| Ugao vođenja | α_1 | α_2 | α_3 | α_3 | α_4 |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Stanje kola | S_1 | S_2 | S_3 | S_2 | S_1 |
| D_1 | OFF | OFF | ON | OFF | OFF |
| D_2 | ON | OFF | OFF | OFF | ON |

A. CCMA - Continuous Conduction Mode Above Resonance

Režim rada rezonantnog konvertora u kome je prekidačka učestanost veća od rezonantne ($F > 1$) i tok energije ka potrošaču neprekidan. U početnom trenutku, rezonantno kolo se nalazi u stanju S_1 dok je nakon intervala α_1 (prelazak u trenutku θ_1) ekvivalentna šema rezonantnog kola data sa S_3 , Sl. 2. Sistem jednačina koji opisuje rezonantno kolo tokom poluperioda definisan je normalizovanim diferencijalnim jednačinama kola gde su nepoznate $m_C(0)$, $j_M(0)$, $j_L(0)$, $m_C(\theta_1)$, $j_L(\theta_1)$ i θ_1 , dok je u trenutku θ_1 promene stanja, magnetizaciona struja jednaka rezonantnoj:

$$j_M(\theta_1) = j_L(\theta_1) = -\gamma\lambda/2. \quad (8)$$

Prilikom određivanja vrednosti promenljivih u početnom trenutku kada stanje postane aktivno $m_C(0)$, $j_M(0)$, koristi se metod zamene predložen u radu [4] ili numerički metod predložen u radu [3]. Na osnovu metode zamene važi da je:

$$m_C(0) = 1 - \cos\phi / \cos(\gamma/2), \quad (9)$$

$$m_C(\theta_1) = (1 - \cos\phi / \cos(\gamma/2)) / M, \quad (10)$$

$$j_L(0) = M\gamma\lambda/2 \cos(\gamma/2) + M \sin(\gamma/2), \quad (11)$$

$$j_M(0) = \lambda\phi, \quad (12)$$

gde se ϕ dato sa:

$$\sin(\phi) = M\gamma\lambda/2 \cos(\gamma/2) + M \sin(\gamma/2). \quad (13)$$

Nakon određivanja vrednosti promenljivih u početnom trenutku, pristupa se proveru pretpostavke da li konvertor radi u CCMA režimu. U trenutku kada su normalizovane struje magnetizacione induktivnosti i kabela jednake $j_L(\theta) = j_M(\theta)$ vrednost normalizovanog napona na L_M definiše vođenje ispravljačkih dioda. Neka je normalizovan napon na L_M u trenutku promene stanja $m_2(\theta)$, tada važi jednačina:

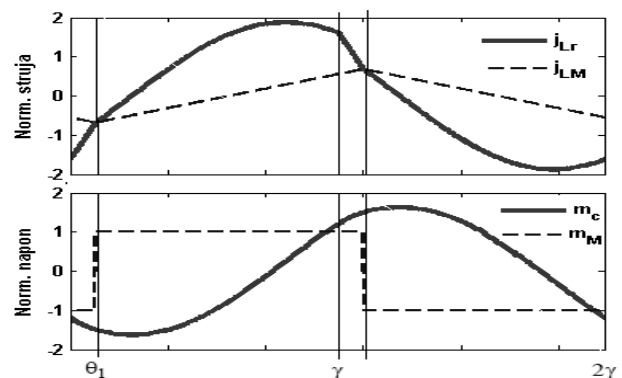
$$m_L(\theta) + m_2(\theta) + m_C(\theta) = 1/M. \quad (14)$$

Provera režima rada svodi se na izračunavanje vrednosti normalizovanog napona $m_2(\theta)$ u vremenski trenucima $[0, \theta_1, \gamma]$. Ukoliko u ustaljenom stanju važi da je:

$$|m_2(0)| \geq 1, |m_2(\theta_1)| \geq 1, |m_2(\gamma)| \geq 1 \quad (15)$$

tada se konvertor nalazi u CCMA režimu rada.

U CCMA režimu rada, u trenutku prestanka rada tranzistora Q_1 struja rezonantnog kola je i dalje veća od struje magnetizacione induktivnosti, tj ispravljačka dioda D_1 i dalje vodi, Sl. 3. Nakon uključanja tranzistora Q_2 struja rezonantnog kola ima isti smer i njena vrednost opada. Kada vrednost ove struje postane jednaka vrednosti struje j_M , postoji dovoljno visok napon na magnetizacionoj induktivnosti L_M kako bi ispravljačka dioda D_2 bila direktno polarisana. U ovom režimu rada, Sl. 3, magnetizaciona indkktivnost L_M nikada ne učestvuje u rezonansi sa L_r i C_r . Struja rezonantnog kola fazno kasni za apliciranim naponom (kolo ima induktivni karakter), odnosno reaktansa rezonantnog kabela je veća od reaktanse rezonantne kapacitivnosti.

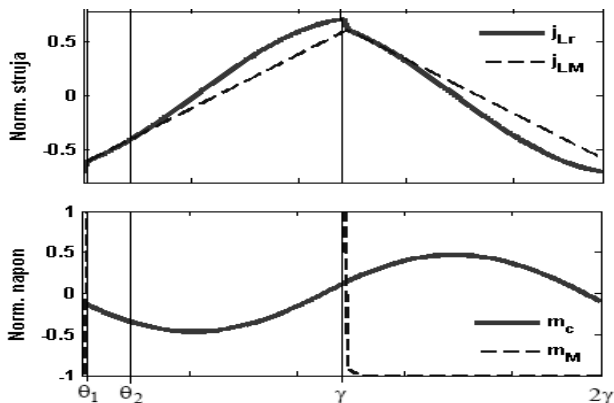


Slika 3. Vremenski dijagrami normalizovanog napona i struje rezonantnog kola u CCMA režimu pri $M=0.8$ i $F=1.15$.

B. DCMA - Discontinuous Conduction Mode Above Resonance

Tokom trajanja poluperiode prekidačkog signala, rezonantno kolo se može predstaviti pomoću tri ekvivalentna električna kola S_1 , S_2 i S_3 , respektivno. Razlika u odnosu na pomenuti kontinualni (CCMA) režim, predstavlja postojanje

stanja S_2 u poluperiodi prekidačke učestanosti. Napon na induktivnosti L_M na početku stanja S_2 nije dovoljno visok kako bi obezbedio vođenje ispravljačkih dioda. Tokom trajanja ovog intervala S_2 zajedno sa L_r i C_r formira rezonantno kolo, tako da je rezonantna učestanost definisana izrazom za ω_1 .



Slika 4. Vremenski dijagrami normalizovanog napona i struje rezonantnog kola u DCMA režimu pri $M=0.8$ i $F=1.3$.

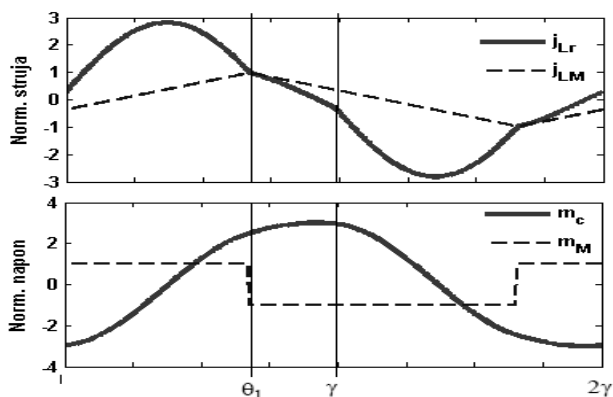
Provera režima rada svodi se na izračunavanje vrednosti normalizovanog napona $m_2(\theta)$ u vremenski trenucima $[0, \theta_1, \gamma]$. Ukoliko u ustaljenom stanju važi da je:

$$|m_2(0)| \geq 1, |m_2(\theta_1)| \leq 1, |m_2(\gamma)| \geq 1 \quad (16)$$

tada se konvertor nalazi u DCMA režimu rada.

C. CCMB - Continuous Conduction Mode Bellow Resonance

Predstavlja režim rada rezonantnog konvertora kada je prekidačka učestanost manja od rezonantne učestanosti, $F < 1$. Tokom poluperiode prekidačkog signala, rezonantno kolo se može predstaviti pomoću dva električna kola, S_3 i S_1 respektivno, Sl. 2. Fizički razlog postojanja ovog režima rada je velika energija skladištena u kondenzatoru u trenutku isključenja prekidačkih tranzistora. Energija mora biti oslobođena, što je moguće uz uslov da je opterećenje konvertora veliko. Provera režima rada indentična je kao u proveru CCMA režima, uz uslov da je $F < 1$.



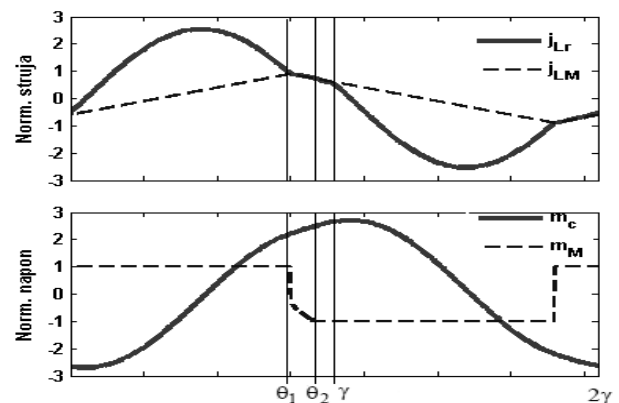
Slika 5. Vremenski dijagrami normalizovanog napona i struje rezonantnog kola u CCMB režimu pri $M=1.1$ i $F=0.8$.

U CCMB režimu rada (kapacitivnom režimu rada), prilikom uključivanja tranzistora već postoji značajana struja u rezonantnom kolu. U trenutku θ_1 , Sl. 5 rezonantna struja i struja magnetizacione induktivnosti su jednake, samim tim ispravljačke diode D_1 i D_2 više ne vode. U tom trenutku napon na magnetizacionoj induktivnosti je dovoljno visok kako bi ispravljačka dioda D_2 počela da vodi, odmah nakon θ_1 , Sl. 5 i struja j_L nastavlja da opada sa relativno velikim nagibom.

D. DCMB - Discontinuous Conduction Mode Bellow Resonance

Režim rada rezonantnog konvertora kada je prekidačka učestanost manja od rezonantne učestanosti, $F < 1$. Glavnu razliku u odnosu na pomenuti CCMB režim rada predstavlja postojanje stanja S_2 u periodu trajanja normalizovane prekidačke učestanosti, Sl. 2. Kada se konvertor, tokom periode prekidačkog signala nalazi u stanju S_2 , rezonantno kolo rezonuje sa učestanošću ω_1 .

U trenutku θ_1 , struja j_L postaje jednaka struji j_M i ispravljačke diode više ne vode. U ovom trenutku tranzistor Q_1 i dalje vodi i rezonantno kolo sačinjavaju L_M , L_r i C_r . U trenutku $\gamma - \Delta\gamma$, Sl. 6, je $Q_1 = OFF$ i $Q_2 = OFF$, dioda tranzistora Q_2 vodi i ne postoji dovoljno visok napon na induktivnosti L_M kako bi ispravljačke diode bile polarisane. Nakon vremenskog intervala Δ , dolazi do uključivanja $Q_2 = ON$ koji preuzima svu struju.



Slika 6. Vremenski dijagrami normalizovanog napona i struje rezonantnog kola u DCMB režimu pri $M=1.2$ i $F=0.87$.

Važno je napomenuti da je struja rezonantnog kola u tom momentu i dalje pozitivna i da ispravljačke diode ne vode. Struja j_L opada do trenutka θ_2 kada postoji dovoljno visok polarizujući napon koji omogućuje da dioda D_2 provede struju. Postojanje druge rezonantne učestanosti predstavlja jednu od glavnih prednosti LLC topologije u odnosu na standardnu LC rezonantnu topologiju. Uvođenjem druge rezonantne učestanosti izbegnuta je brza promena struje kalema, kao u

CCMB režimu, Sl. 6 i omogućeno uključivanje prekidačkih tranzistora bez prelaznih gubitaka.

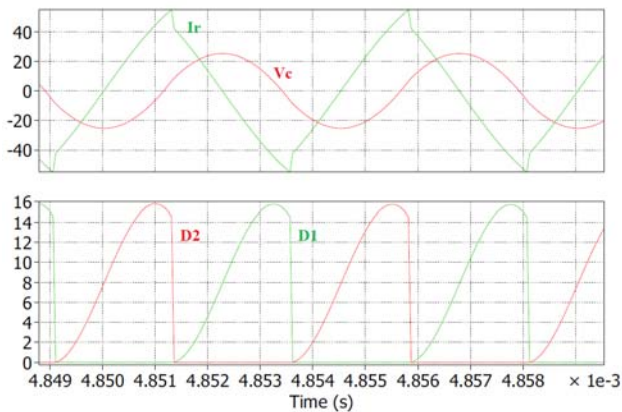
V. VERIFIKACIJA DOBIJENOG MODELA

Dobijeni matematički model verifikovan je upotrebom programa za simulaciju električnih kola. Parametri simuliranog konvertora sistematizovani su u tabeli 3. Na osnovu navedenih parametara dobijen je matematički model konvertora, indentifikovani navedeni režimi rada i granični slučajevi. Za date vrednosti promenljivih M i F dobijeni su talasni oblici napona i struja rezonantnog kola prikazani su na slikama 3-6.

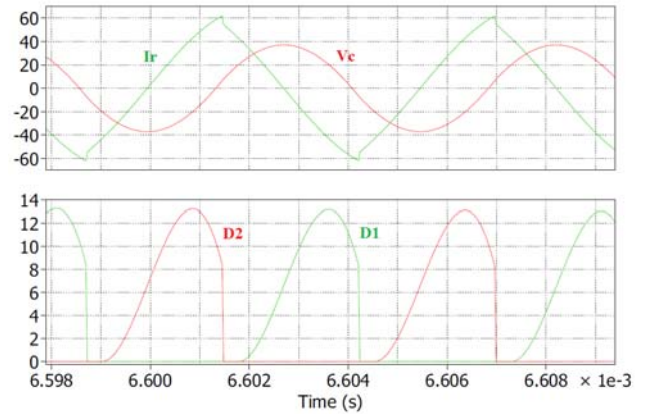
TABELA III. PARAMETRI SIMULIRANOG KONVERTORA

| Oznaka | Vrednost |
|-----------|----------|
| V_{OUT} | 300V |
| V_{IN} | 180-220V |
| f_r | 118.6kHz |
| C_r | 1.2uF |
| L_r | 1.55uH |

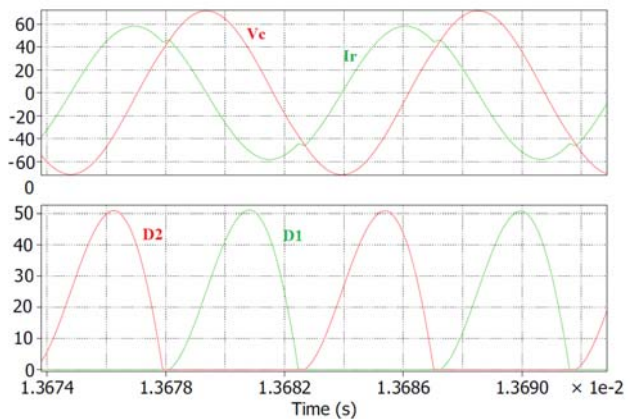
Promenom parametara opterećenja konvertora i vrednosti ulaznog napona, simulacijom su indentifikovani pomenuti režimi rada konvertora. Na osnovu vremenskih dijagrama struje u sekundaru konvertora potvrđeno je postojanje vremenskog intervala u kome se snaga ne prenosi ka potrošaču. Vremenski dijagrami napona i struja rezonantnog kola na slikama 7-10 verno odgovaraju graficima dobijenim na osnovu matematičkog modela.



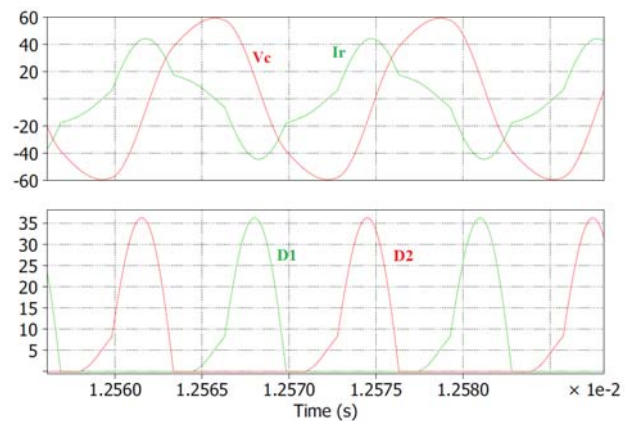
Slika 7. Vremenski dijagrami napona kondenzatora i struje kalema rezonantnog kola u CCMA režimu rada pri $f_s=142.5\text{kHz}$ i $V_{IN}=220\text{V}$.



Slika 8. Vremenski dijagrami napona kondenzatora i struje kalema rezonantnog kola u DCMA režimu rada pri $f_s=156\text{kHz}$ i $V_{IN}=220\text{V}$.



Slika 9. Vremenski dijagrami napona kondenzatora i struje kalema rezonantnog kola u CCMB režimu rada pri $f_s=92\text{kHz}$ i $V_{IN}=180\text{V}$.



Slika 10. Vremenski dijagrami napona kondenzatora i struje kalema rezonantnog kola u DCMB režimu rada pri $f_s=105\text{kHz}$ i $V_{IN}=180\text{V}$.

VI. ZAKLJUČAK

U radu je predstavljen matematički model rezonantnog LLC konvertora. Model je dobijen na osnovu analize rezonantnog kola u vremenskom domenu. Na osnovu matematičkog modela indentifikovani su režimi rada konvertora i predstavljene njihove glavne odlike. Dobijeni su vremenski dijagrami struja i napona rezonantnog kola u zavisnosti od radnih parametara konvertora. Matematički model verifikovan je upotrebom programa za simulaciju električnih kola. Simulacioni dijagrami za date vrednosti radnih parametara, verno odgovaraju dijagramima dobijenim na osnovu matematičkog modela.

ZAHVALNICA

Ovaj rad je deo projekta koji je podržan od strane Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije, pod oznakom TR 32016.

LITERATURA

- [1] M. M. Jovanovic, "Power Conversion Technologies for Computer, Networking, and Telecom Power Systems – Past, Present, and Future", *International Power Conversion & Drive Conference (IPCDC)*, 2011, St. Petersburg, Russia,

- [2] I Junjun Deng and Mi, C.C. and Ruiqing Ma and Siqi Li, "Design of LLC Resonant Converters Based on Operation-Mode Analysis for Level Two PHEV Battery Chargers", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, volume 20, number 4, pp 1595-1606,
- [3] Yu, Ruiyang and Ho, Godwin Kwun Yuan and Pong, Bryan Man Hay, "Computer-Aided Design and optimization of High-Efficiency LLC Series Resonant Converter", *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2012, volume 27, number 7, pp 3243-3256
- [4] Johnson, S.D. and Erickson, R.W., "Steady-state analysis and design of the parallel resonant converter", *IEEE Transactions on Power Electronics*, 1988, pp 93-104,
- [5] Steigerwald, R.L., "A comparison of half-bridge resonant converter topologies," *IEEE Transactions on Power Electronics*, 1988, volume 3, number 2, pp 174-182.

ABSTRACT

This paper presents a mathematical model of series-parallel resonant converter based on analysis of resonant circuit in time domain. Resonant circuit is modeled with a total of six equivalent circuits over a full cycle. Based on converter parameter values, time domain diagrams of current and voltage in resonant circuit are presented using mathematical model. Main operating modes are indentified and their characteristics. Based on simulation results, presented mathematical model is verified using simulation software.

Mathematical model of series-parallel converter based on analysis of resonant circuit in time domain

Milan M. Pajnić, Miroslav Lazić, Zoran Cvejić