

Modelovanje serijsko-paralelnog konvertora analizom rezonantnog kola u vremenskom domenu i domenu učestalosti

Milan Pajnić, Miroslav Lazić, Zoran Cvejić

Odeljenje za energetska elektroniku

Iritel a.d. Beograd

Beograd, Srbija

milan.pajnic@iritel.com, mlazic@iritel.com, zorancvejic@iritel.com

Sažetak— Tema ovog rada jeste uporedna analiza dva modela serijsko-paralelnog konvertora, analizom rezonantnog kola u vremenskom domenu i domenu učestalosti. Na osnovu analize rezonantnog kola u domenu učestalosti, primenom aproksimacije prvog harmonika, dobijena je zavisnost prenosnog odnosa konverzije napona u funkciji prekidačke učestalosti. Predstavljena je promena vrednosti prenosnog odnosa u zavisnosti od odnosa magnetizacije i rezonantne induktivnosti kola. Na osnovu analize rezonantnog kola u vremenskom domenu identifikovani su režimi rada konvertora i stanja rezonantnog kola tokom periode prekidačke učestalosti. Izvršeno je poređenje prenosnih odnosa dobijenih modela rezonantnog kola. Utvrđena su odstupanja vrednosti prenosnog odnosa dva modela, u slučaju kada prenos snage ka potrošaču nije kontinualan.

Ključne riječi—DC/DC konvertori; FHA; Rezonantni konvertori; Serijsko-paralelni rezonantni konvertor;

I. UVOD

Standardne topologije prekidačkih konvertora sa galvanskim odvajanjem, bez obzira na konstantan tehnološki napredak prekidačkih komponenti, često nisu u stanju da ispune rigorozne standarde efikasnosti konverzije. Usled malih prekidačkih gubitaka rezonantne topologije omogućavaju rad na višim prekidačkim učestanostima u odnosu na standardne topologije konvertora [1].

Glavna prednost rezonantnih konvertora je njihova mogućnost da tokom isključivanja prekidačkih tranzistora, napon na tranzistoru (*Zero Voltage Switch*) ili njegova struja (*Zero Current Switch*) budu jednaki nuli. Isključivanjem prekidača na ovakav način eliminišu se gubici, što dovodi do povećanja efikasnosti i smanjenja konduktivnih smetnji koje generiše konvertor.

Rezonantne topologije konvertora sa dva elementa (serijske i paralelne) imaju za manu slabu regulaciju izlaznog napona pri niskom opterećenju i veliku varijaciju prekidačke učestalosti prilikom promene vrednosti opterećenja. Rezonantne topologije kod kojih je rezonantno kolo sačinjeno od tri ili više elemenata imaju veću dinamiku prenosnog odnosa konverzije, ali je njihovo ponašanje znatno teže predvideti.

Uvid u prednosti rezonantne konverzije došao je sa razvojem programskih paketa za simulaciju i modelovanje električnih kola. Matematički modeli rezonantnih konvertora znatno su složeniji nego li modeli standardnih topologija i dobijeni su upotrebom različiti aproksimacija prilikom analize rezonantnog kola. Opravdanost ovakvih aproksimacija često je predmet diskusije i može uticati na tačnost dobijenog modela. Analizom rezonantnog kola konvertora u vremenskom domenu može biti izbegnuta pojava odstupanja parametara dobijenog modela od parametara realnog konvertora, po cenu znatno složenijeg matematičkog izvođenja.

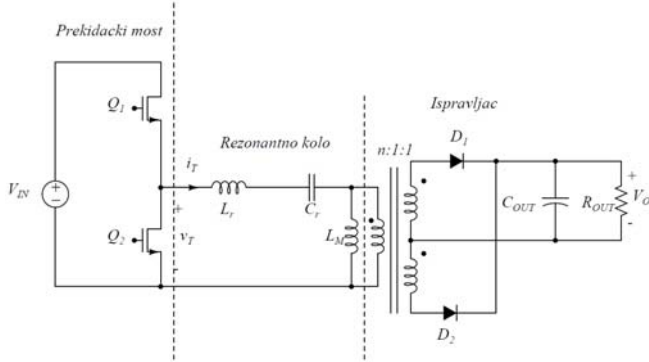
U drugom poglavlju rada izvršena je analiza rada rezonantnog kola konvertora na osnovu aproksimacije prvog harmonika. U trecem poglavlju rada predstavljena je analiza rezonantnog kola u vremenskom domenu. Poređenje dobijenih modela rezonantnog kola konvertora izvršeno je u četvrtom poglavlju.

II. ANALIZA REZONANTNOG KOLA LLC KONVERTORA NA OSNOVU APROKSIMACIJE PRVOG HARMONIKA

Egzaktna analiza serijsko-paralelnog (LLC) rezonantnog konvertora je kompleksna, dovodi do složenih modela i najčešće se zasniva na numeričkom rešavanju jednačina stanja. Jednostavniji metod analize izložen u radu [2], primenjiv je za analizu svih tipova rezonantnih konvertora, a zasniva se na pretpostavci da se prenos snage ka potrošaču događa samo na nižim harmonicima spektra napona i struje konvertora. Validnost ove aproksimacije kao i njena ograničenja opisana su u radu [3]. Ovaj metod poznatiji je kao aproksimacija prvog harmonika (*First Harmonic Approximation*). Alternativni način modelovanja LLC rezonantne topologije na osnovu aproksimacije prvog harmonika naveden je u radu [4]. Na nižim prekidačkim učestanostima, rezultati dobijeni ovakvom analizom daju manji procenat greške u odnosu na rezultate dobijene primenom FHA metode.

Viši harmonici prekidačke učestanosti su zanemareni uz pretpostavku da su struja i_T i napon v_T rezonantnog kola neizobličnog, prostoperiodičnog oblika. Na osnovu početne pretpostavke da je prekidački most najčešće radi sa faktorom

ispune 0.5, zaključuje se da je srednja vrednost ulaznog napona rezonantnog kola:



Slika 1. Realizacija rezonantnog LLC konvertora.

$$V_T = V_{IN} / 2. \quad (1)$$

Kondenzator C_r omogućuje superponiranje naizmeničnog i jednosmernog srednjeg ulaznog napona kola. Talasni oblik napona rezonantnog kola v_T , za *half-bridge* realizaciju prekidačkog mosta Sl. 1, može se predstaviti pomoću Furijeovog reda:

$$v_T(t) = \frac{V_{IN}}{2} + \frac{2}{\pi} V_{IN} \sum_{m=1,2,3..}^{\infty} \frac{1}{m} \sin(m\omega_s t), \quad (2)$$

gde je ω_s prekidačka učestanost konvertora, dok je prvi harmonik napona v_T :

$$v_{T1}(t) = \frac{2}{\pi} V_{IN} \sin(\omega_s t), \quad V_{T1RMS} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} V_{IN}. \quad (3)$$

Na osnovu početne pretpostavke, ulazna struja rezonantnog konvertora može se predstaviti prostoperiodičnom sinusoidom sa faznim stavom φ_s , odnosno:

$$i_{T1}(t) = I_{T1m} \sin(\omega_s t - \varphi_s), \quad (4)$$

Struja i_{T1} kasni ili prednjači naponu v_{T1} u zavisnosti od odnosa induktivne i kapacitivne reaktanse rezonantnog kola. Ispravljački segment konvertora, Sl. 1, na osnovu izvođenja datog u [5] može se modelovati sledećom jednačinom, Sl. 2:

$$R_{rect} = 8R_{OUT} / \pi^2, \quad (5)$$

prenosni odnos rezonantnog kola i njegova ulazna impedansa date su jednačinama, respektivno:

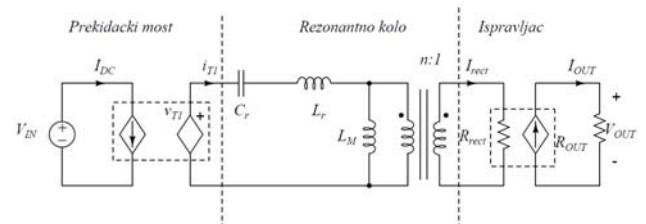
$$H(s) = \frac{1}{n} \frac{n^2 R_{rect} \parallel sL_M}{Z_{IN}(s)}, \quad (6)$$

$$Z_{IN}(s) = \frac{1}{sC_r} + sL_r + R_{rect} \parallel sL_M. \quad (7)$$

Odnos izlaznog i ulaznog napona modela idealnog rezonantnog LLC konvertora, na osnovu jednačine (6) određen je sledećim izrazom, Sl. 2:

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{1}{2n} n \parallel H(j\omega_s) \parallel = \frac{1}{2n} M(\omega_s), \quad (8)$$

gde $M(\omega_s)$ označava normalizovan odnos napona konverzije.



Slika 2. Uprošćeni model rezonantnog LLC konvertora

Za modelovanje ponašanja rezonantnog kola u opsegu prekidačkih učestanosti, potrebno je definisati rezonantne učestanosti kola:

$$\omega_0 = \omega_r = 1/\sqrt{L_r C_r}, \quad \omega_1 = 1/\sqrt{(L_M + L_r)C_r}, \quad (9)$$

karakterističnu impedansu i Q faktor:

$$Z_0 = \sqrt{L_r / C_r}, \quad Q = Z_0 / R_{rect}, \quad (10)$$

odnos induktivnosti kola i radne i rezonantne učestalosti respektivno:

$$\lambda = L_r / L_M, \quad F = f_s / f_r. \quad (11)$$

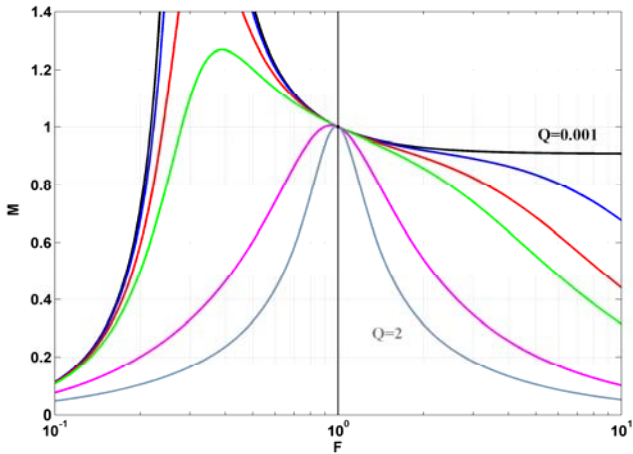
Na osnovu izraza (6), (7) i (8) definiše se konverzioni odnos rezonantnog kola kao:

$$M(F, \lambda, Q) = \frac{1}{\sqrt{(1 + \lambda - \lambda / F^2)^2 + Q^2 (F - 1 / F)^2}}. \quad (12)$$

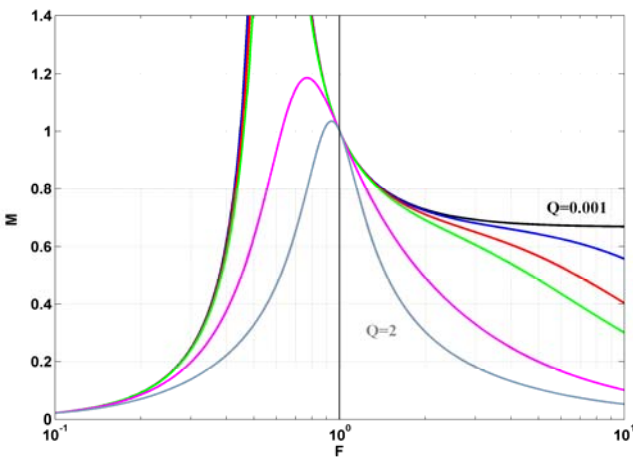
Na dijagramima 3 i 4 prikazana je zavisnost odnosa konverzije napona konvertora $M(F)$, za opseg prekidačke učestanosti i različite vrednosti faktora dobrote Q . Na osnovu grafika sa Sl. 3, za $F = 1$, odnos konverzije M je isti za svaku vrednost Q , odnosno ne zavisi od opterećenja. Na ovoj prekidačkoj učestanosti rezonantno kolo čine L_r i C_r , LLC konvertor ima karakteristike serijskog konvertora. Izlazni napon konvertora V_{OUT} , odnosno vrednost odnosa konverzije M reguliše se promenom prekidačke učestanosti. Za rlativno niske vrednosti faktora dobrote $Q \leq 0.5$ primetno je postojanje druge rezonantne učestanosti ω_1 , kada rezonantno kolo formiraju L_M zajedno sa L_r i C_r . U ovom slučaju LLC konvertor ima karakteristike paralelnog rezonantnog konvertora, dok je odnos konverzije $M > 1$.

Za model idealnog konvertora sa Sl. 2, potrebno je utvrditi ponašanje rezonantnog kola u opsegu prekidačke učestanosti. Na osnovu izraza (7), normalizovana ulazna impedansa rezonantnog kola Z_{in} može se predstaviti kao:

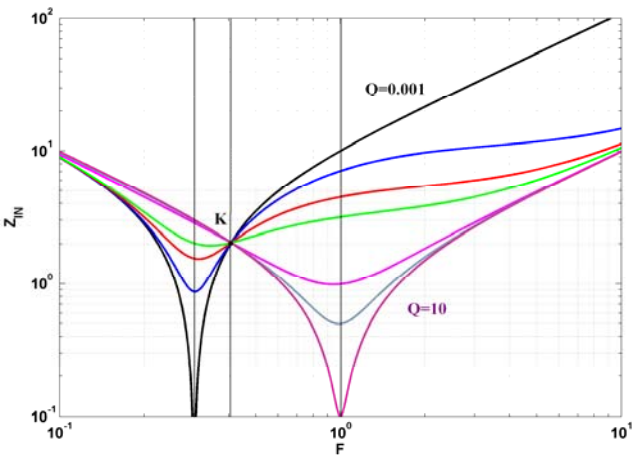
$$Z_{in} = \frac{Z_{IN}}{Z_0} = \frac{jF}{\lambda + jFQ} + \frac{1 - F^2}{jF}, \quad (13)$$



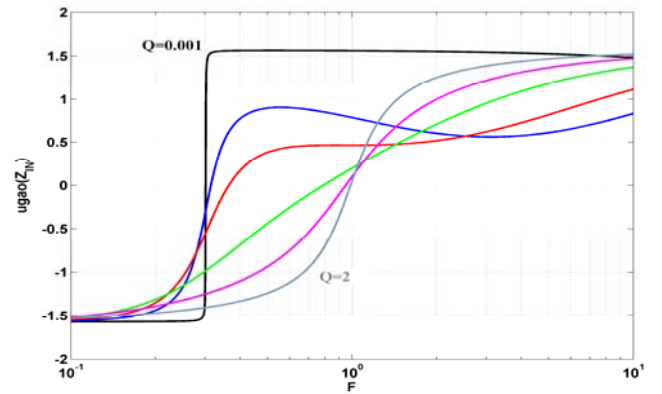
Slika 3. Odnos konverzije M u zavisnosti od normalizovane učestanosti F za različite vrednosti $Q = 0.001, 0.1, 0.2, 0.3, 1, 2$, pri $\lambda=0.1$



Slika 4. Odnos konverzije M u zavisnosti od normalizovane učestanosti F za različite vrednosti $Q = 0.001, 0.1, 0.2, 0.3, 1, 2$, pri $\lambda=0.5$



Slika 5. Grafik zavisnosti amplitude Z_{in} od odnosa učestanosti F , za različite vrednosti $Q = 0.001, 0.1, 0.2, 0.3, 1, 2$, pri $\lambda=0.1$



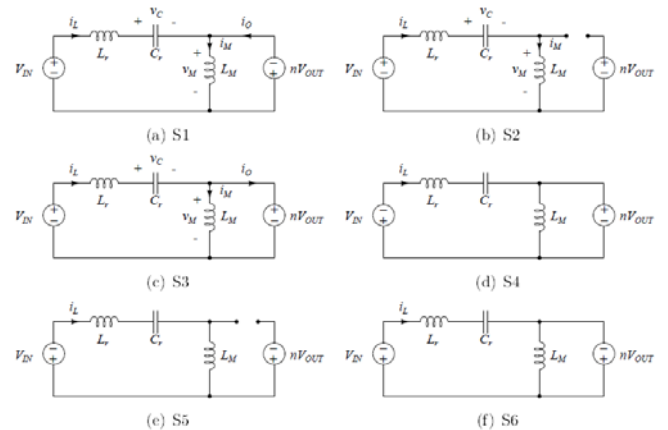
Slika 6. Grafik zavisnosti ugla Z_{in} od odnosa učestanosti F , za različite vrednosti $Q = 0.001, 0.1, 0.2, 0.3, 1, 2$, pri $\lambda=0.1$

III. ANALIZA REZONANTNOG KOLA LLC KONVERTORA U VREMENSKOM DOMENU

Posmatrajući topologiju upravljanja predloženu na Sl. 1, tokom jedne periode prekidačkog signala, stanje rezonantnog kola opisano je sa ukupno šest ekvivalentnih električna kola, kao što je predloženo u radu [6]. U bilo kojoj poluperiodi prekidačkog signala, moguća je pojava do pet različitih stanja rezonantnog kola u zavisnosti od vrednosti radnih parametara konvertora.

TABELA I. STANJE PREKIDAČKIH ELEMENATA MODELA LLC KONVERTORA.

Element	Stanje kola					
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
Q_1	ON	ON	ON	OFF	OFF	OFF
Q_2	OFF	OFF	OFF	ON	ON	ON
D_1	OFF	OFF	ON	ON	OFF	OFF
D_2	ON	OFF	OFF	OFF	OFF	ON



Slika 7. Ekvivalentne zamenske šeme rezonantnog kola LLC konvertora.

Radi uniformnosti analize rezonantnog kola konvertora pribegava se normalizaciji diferencijalnih jednačina formiranih

za kola sa Sl. 7 koje opisuju stanje, što je česta praksa prilikom analize svih tipova rezonantnih konvertora [7]. Rešavanjem formiranog sistema linearnih jednačina dobija se zavisnost normalizovanih promenljivih od vrednosti prekidačke učestalosti.

Za vrednost ulaznog napona, u *half-bridge* realizaciji prekidačkog mosta, definiše se:

$$V_1 = V_{IN} / 2, \quad (14)$$

vrednost izlaznog napona i struje:

$$V_{norm} = V_2 = nV_{OUT}, \quad I_{norm} = V_{norm} / Z_0. \quad (15)$$

Rezonantne učestalosti kola definišu se sledećim izrazima

$$\omega_0 = \omega_r = 1 / \sqrt{L_r C_r}, \quad \omega_1 = 1 / \sqrt{(L_M + L_r) C_r}, \quad (16)$$

dok su radni ugao i odnos induktivnosti kola respektivno:

$$\theta = \omega_0 t, \quad \lambda = L_r / L_M, \quad (17)$$

normirana izlazna otpornost:

$$r_L = n^2 R_{OUT} / Z_0, \quad (18a)$$

odnos prekidačke i rezonantne učestalosti F i poluperiod učestalosti prekidanja γ i prenosni odnos konverzije M , respektivno :

$$F = f_s / f_r, \quad \gamma = \omega_0 / 2f_s, \quad M = V_2 / V_1 \quad (18b)$$

Normiranjem vrednosti koje definišu vrednosti napona na kondenzatoru C_r i struje kalema L_r dobija se respektivno:

$$m_c = v_{C_r}(\theta / \omega_0) / V_{norm}, \quad (19)$$

$$j_L = j_{L_r}(\theta / \omega_0) / I_{norm}. \quad (20)$$

Analizom tabele 1 i Sl. 7, dolazi se do zaključka da se režim rada rezonantnog LLC konvertora, može modelovati pomoću tri ekvivalentna kola u jednoj poluperiodi prekidačkog signala. Trajanje stanja označeno je uglom α dok je trenutak prelaska označen sa θ_a , gde je $a \in [1 \dots 4]$

$$0 \leq \theta \leq \theta_1 \left\{ \begin{array}{l} m_c(\theta) = (m_c(0) - 1/M - 1) \cos \theta + j_L(0) \sin \theta + 1/M + 1 \\ j_L(\theta) = (-m_c(0) + 1/M + 1) \sin \theta + j_L(0) \cos \theta \\ j_M(\theta) = j_M(0) - \lambda \theta \end{array} \right\} \quad (21)$$

Za stanje S_1 na osnovu diferencijalnih jednačina za ekvivalentno kolo sa Sl. 7, normalizacijom promenljivih postavljen je sistem jednačina (21). Radni ugao θ_1 definiše opseg u kome je stanje S_1 aktivno, dok $m_c(0)$, $j_M(0)$ i $j_L(0)$ predstavljaju normirane vrednosti u početnom trenutku. Na osnovu ekvivalentnih kola sa Sl. 7 za svako stanje moguće je postaviti sistem jednačina.

Prilikom određivanja vrednosti promenljivih u početnom trenutku kada stanje postane aktivno $m_c(0)$, $j_M(0)$, koristi se metod zamene predložen u radu [8] ili numerički metod predložen u radu [7]. Na osnovu metode zamene, u režimu rada kada je tok energije ka potrošaču neprekidan važi da je:

$$m_c(0) = 1 - \cos \phi / \cos(\gamma/2), \quad (22)$$

$$m_c(\theta_1) = (1 - \cos \phi / \cos(\gamma/2)) / M, \quad (23)$$

$$j_L(0) = M\gamma\lambda / 2 \cos(\gamma/2) + M \sin(\gamma/2), \quad (24)$$

$$j_M(0) = \lambda \phi, \quad (25)$$

gde se $\sin(\phi)$ dato sa:

$$\sin(\phi) = M\gamma\lambda / 2 \cos(\gamma/2) + M \sin(\gamma/2). \quad (26)$$

Vrednost normalizovane izlazne struje konvertora j_0 dobijena je na osnovu razlike magnetizacije i rezonantne struje kalema.

$$j_0(\theta) = |j_L(\theta) - j_M(\theta)| \quad (27)$$

Na osnovu izraza za normalizovanu izlaznu struju j_0 , definiše se normalizovana izlazna snaga p_0 :

$$p_0 = \frac{P_{OUT}}{P_{norm}} = \frac{\overline{V_2 i_0}}{V_2^2 / R_0} = \frac{\overline{i_0}}{I_{norm}} = \overline{j_0}. \quad (28)$$

Tokom poluperioda γ prekidačkog signala normalizovana srednja snaga definisana je integralom izlazne struje u poluperiodu:

$$p_0 = \frac{1}{\gamma} \int_0^\gamma j_0(\theta) d\theta. \quad (29)$$

Za slučaj kada konvertor radi u kontinualnom režimu, normalizovana vrednost snage je na osnovu (28) određena sledećim izrazom:

$$p_0 = 2m_c(\theta_1) / \gamma. \quad (30)$$

Jednačina zavisnosti odnosa napona konverzije M od odnosa učestanosti F , dobija se na osnovu izraza (23), (26), (28) i trigonometričke jednačine $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$.

IV. POREĐENJE DOBIJENIH MODELA REZONANTNOG KONVERTORA

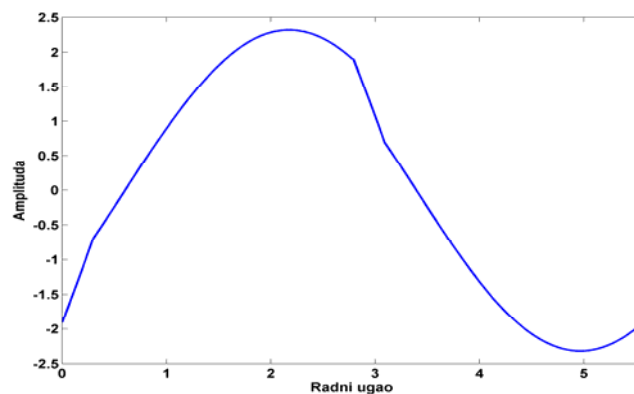
Analizom rezonantnog kola primenom aproksimacije prvog harmonika, pretpostavljeno je da je struja rezonantnog kola konvertora prostoperiodičnog oblika. Egzaktnom analizom rada konvertora u vremenskom domenu utvrđeno je da struja rezonantnog kola nije u svim slučajevima prostoperiodična i da njen oblik zavisi od radnih parametara konvertora. Na osnovu jednačina (23) i (26), može se odrediti zavisnost M za različite vrednosti normalizovane snage p_0 . Kako bi grafik bio upoređan sa grafikom aproksimacije prvog harmonika, potrebno je modifikovati faktor dobrote Q prema (18) i (10) tako da važi:

$$Q = p_0 \frac{\pi^2}{8}. \quad (31)$$

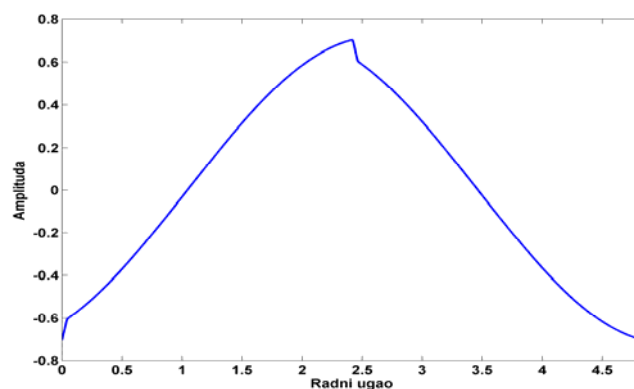
Grafik sa Sl. 8 ilustruje poređenje zavisnosti $M(F)$ primenom aproksimacije prvog harmonika i egzaktnom analizom rada u vremenskom domenu. Isprekidanom linijom označena je zavisnost egzaktnom analizom dok je punom linijom označena zavisnost primenom aproksimacije.

Sa dijagrama na Sl. 8 jasno je da je vrednost odnosa konverzije rezonantnog kola za $F < 1$, pri visokom opterećenju vrednost prenosnog odnosa primenom aproksimacije znatno niža nego vrednost dobijena analizom kola u vremenskom domenu. Pri niskim opterećenjima za $F < 1$, primetno je poklapanje krivih oba modela. Za $F > 1$ model dobijen na osnovu aproksimacije daje veće vrednosti pojačanja u odnosu na model dobijen analizom u vremenskom domenu, sa najvećom razlikom pri niskom opterećenju, odnosno u oblasti gde prenos snage ka potrošaču nije kontinualan.

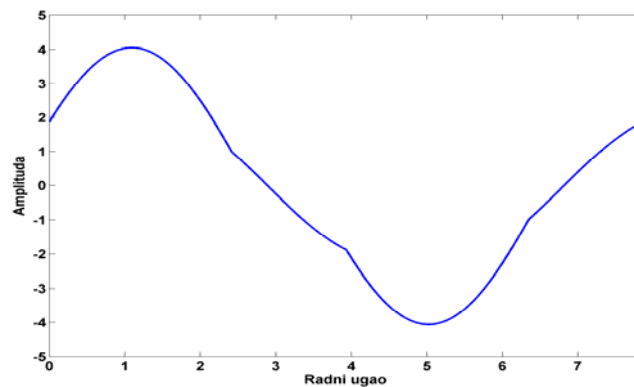
Na slikama 9, 11 i 10, 12 prikazani su dijagrami struje rezonantnog kola u kontinualnom i diskontinualnom režimu rada respektivno. U kontinualnom režimu rada na osnovu Sl. 9 i Sl. 11, izobličenje struje rezonantnog konvertora je realativno malo čak i u režimu kada je učestalost prekidanja niža od rezonantne učestalosti. U ovom režimu ispravljačke uvek vode, pa je samim tim obezbeđen kontinuitet izlazne struje konvertora. Diskontinualni režim podrazumeva stanje kada su ispravljačke diode isključene, stanje S_2 . Rezonantno kolo u stanju S_2 osciluje učestanošću ω_1 , tako da izlazna struja je prekidna tokom trajanja periode prekidačkog signala.



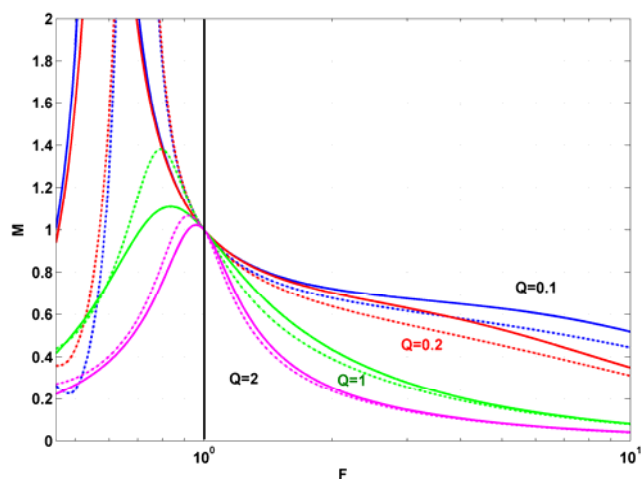
Slika 9. Talasni oblik struje rezonantnog kola u kontinualnom režimu rada pri $M=0.8$ i $F=1.15$



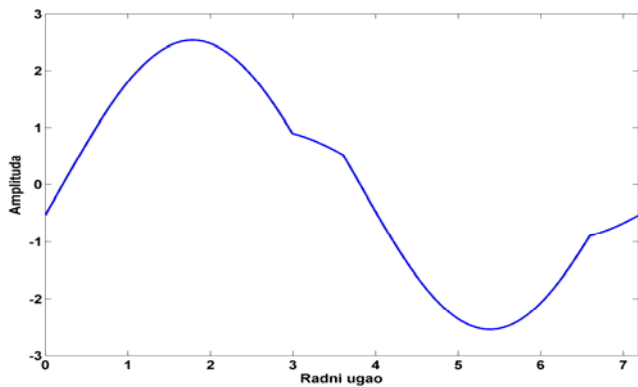
Slika 10. Talasni oblik struje rezonantnog kola u diskontinualnom režimu rada pri $M=0.8$ i $F=1.3$



Slika 11. Talasni oblik struje rezonantnog kola u kontinualnom režimu rada pri $M=1.1$ i $F=0.8$



Slika 8. Zavisnost $M(F)$ isprekidano - egzaktne analiza, punom - aproksimacija



Slika 12. Talasni oblik struje rezonantnog kola u diskontinualnom režimu rada pri $M=1.2$ i $F=0.87$.

V. ZAKLJUČAK

Uz pretpostavku da je struja rezonantnog kola kontinualna, odnosno da se prenos snage vrši samo u nižim harmonicima napona i struje rezonantnog kola, dobijena je zavisnost konverzionog odnosa u funkciji prekidačke učestalosti. Izvršena je analiza rezonantnog kola u vremenskom domenu, identifikovani su režimi rada i promena stanja rezonantnog kola tokom trajanja prekidačke periode. Izvršeno je poređenje vrednosti prenosnog odnosa dobijenih modela. Razlika vrednosti prenosnog odnosa između dva modela uzrokovana je pojavom stanja kada prenos snage ka potrošaču nije kontinualan i najvećim delom izražena je na višim učestalostima pri niskom opterećenju konvertora.

ZAHVALNICA

Ovaj rad je deo projekta koji je podržan od strane Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije, pod oznakom TR 32016.

LITERATURA

- [1] M. M. Jovanovic, "Power Conversion Technologies for Computer, Networking, and Telecom Power Systems – Past, Present, and Future", *International Power Conversion & Drive Conference (IPCDC)*, 2011, St. Petersburg, Russia,
- [2] Steigerwald, R.L., "A comparison of half-bridge resonant converter topologies," *IEEE Transactions on Power Electronics*, 1988, volume 3, number 2, pp 174-182.
- [3] Foster, M.P. and Gould, C.R. and Gilbert, A.J. and Stone, D.A. "Analysis of CLL Voltage-Output Resonant Converters Using Describing Functions", *IEEE Transactions on Power Electronic*, 2008, volume 23, number 4, pp 1772-1781
- [4] T. Duerbaum, "First harmonic approximation including design constraints," *Telecommunications Energy Conference*, 1998. *INTELEC*, pp 321-358
- [5] Kazimierczuk, Marian K and Czarkowski, Dariusz, "Resonant power converters", John Wiley & Sons, 2012
- [6] I Junjun Deng and Mi, C.C. and Ruiqing Ma and Siqi Li, "Design of LLC Resonant Converters Based on Operation-Mode Analysis for Level Two PHEV Battery Chargers", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, volume 20, number 4, pp 1595-1606,
- [7] Yu, Ruiyang and Ho, Godwin Kwun Yuan and Pong, Bryan Man Hay, "Computer-Aided Design and optimization of High-Efficiency LLC Series Resonant Converter", *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2012, volume 27, number 7, pp 3243-3256
- [8] Johnson, S.D. and Erickson, R.W., "Steady-state analysis and design of the parallel resonant converter", *IEEE Transactions on Power Electronics*, 1988, pp 93-104,.

ABSTRACT

This paper presents comparison between two model of series-parallel resonant converter based on analysis of resonant circuit in time and frequency domain. Resonant circuit transfer function is modeled with use of *First Harmonic Approximation*. Based on analysis of resonant circuit in time domain operating modes are identified and their characteristics. Comparison between two model transfer function is presented. Difference in value of transfer function is notable, especially in discontinuous conduction mode.

Series-parallel converter modeling based on analysis of resonant circuit in time and frequency domain

Milan M. Pajnić, Miroslav Lazić, Zoran Cvejić