

# Nova metoda za optimizaciju PI/PID regulatora zasnovana na principu simetričnog optimuma

Tomislav B. Šekara  
Univerzitet u Beogradu  
Elektrotehnički fakultet  
Beograd, Srbija  
[tomib@etf.rs](mailto:tomib@etf.rs)

Goran Vuković  
Univerzitet u I. Sarajevu  
Elektrotehnički fakultet  
Istočno Sarajevo, BiH  
[vukovicgoran@yahoo.com](mailto:vukovicgoran@yahoo.com)

Branko Blanuša  
Univerzitet u Banjaluci  
Elektrotehnički fakultet  
Banjaluka, BiH  
[bbranko@etfbl.net](mailto:bbranko@etfbl.net)

Milan R. Rapaić  
Boris Jakovljević  
Univerzitet u Novom Sadu  
Fakultet tehničkih nauka  
Novi sad, Srbija  
[rapaja@uns.ac.rs](mailto:rapaja@uns.ac.rs)  
[bjakov@uns.ac.rs](mailto:bjakov@uns.ac.rs)

**Sadržaj**—U ovom radu je data nova metoda za optimizaciju PI/PID regulatora zasnovana na principu simetričnog optimuma (SO). Data metoda omogućava da se ostvari što veći simetrični optimum za zadati pretek faze na osnovu koje se dobijaju parametri PI/PID regulatora pod ograničenjima na osjetljivost mjernog šuma. Efikasnost predložene metode je analizirana sa simulacijama na određenoj klasi industrijskih procesa upravljanja električnim pogonima.

**Ključne riječi**- PI/PID regulator; optimizacija; simetrični optimum; električni pogon;

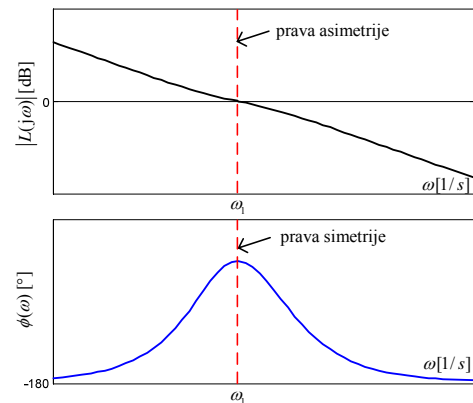
## I. UVOD

U ovom radu je data nova metoda za optimizaciju PI/PID regulatora za određene industrijske procese sa i bez transportnog kašnjenja. Predložena metoda projektovanja PI/PID regulatora je zasnovana na principu SO [1] za zadate performanse/robusnost sistema u zatvorenoj povratnoj sprezi.

Poznato je da oko 94% povratnih sprega u industriji realizovano preko PI/PID regulatora [2], dok taj procenat u petrohemijskoj industriji iznosi preko 97% [3,4]. Zbog velikog značaja razvijene su efikasne i jednostavne procedure za podešavanje parametara industrijskih regulatora, kao i optimizacione procedure [5-22] projektovanja PI/PID regulatora tako da se minimizira IAE (*Integrated Absolute Error*) pri ograničenjima na robusnost, što zadovoljava kriterijum dat u [23].

Osim navedenih metoda za projektovanje PI/PID regulatora u industriji se često koristi SO na određenoj klasi procesa [24-29]. Kod primjene principa SO fazna Bodeova karakteristika  $\phi(\omega)$  odnosno karakteristika  $\phi_{pt}(\omega)=180^0+\phi(\omega)$  funkcije povratnog prenosa je simetrična u odnosu na pravu povučenu u tački presječne učestanosti pojačanja ( $\omega_1, 0$  dB) a koja je normalna na frekvencijsku osu Sl.1. Na osnovu ove činjenice može se jednostavno formirati kriterijum simetričnosti, tj. da određen broj prvih neparnih izvoda fazne karakteristike teže nuli u presječnoj učestanosti pojačanja. Na osnovu zadatog preteka faze i kriterijuma simetričnosti dobijaju se parametri PI/PID regulatora.

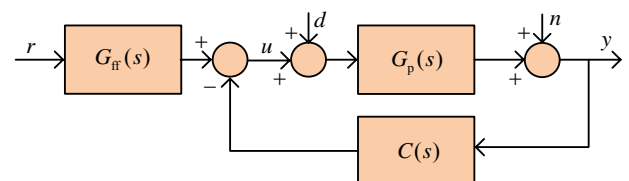
Predložena metoda projektovanja PI/PID regulatora je analizirana sa simulacijama na određenoj klasi industrijskih procesa upravljanja električnim pogonima.



Slika 1. Bodeove karakteristike  $L(j\omega)$  za objašnjenje principa SO

## II. NOVA METODA ZA OPTIMIZACIJU PID REGULATORA ZASNOVANO NA PRINCIPU SIMETRIČNOG OPTIMUMA

Upravljačka struktura sa regulatorom  $C(s)$  je prikazana na Sl. 1. za određenu klasu funkcija prenosa industrijskih procesa, gdje su:  $r$ -referentni signal,  $u$ -upravljanje,  $d$ -poremećaj,  $n$ -mjerni šum,  $y$ -upravljana veličina i funkcija prenosa  $G_{ff}(s)$  koja opisuje *feed forward* od referentnog signala  $r$  do upravljanja  $u$ .



Slika 2. Upravljačka struktura

Funkcija povratnog prenosa  $L(s)$  ovakve upravljačke strukture je

$$L(s) = \gamma \frac{k_d s^2 + k s + k_i}{s(T_f s + 1)} G_p(s) = C(s) G_p(s) \quad (1)$$

Ako je statičko pojačanje procesa  $G_p(s)$  pozitivno tada je parametar  $\gamma=1$ , dok je za negativno statičko pojačanje procesa  $\gamma=-1$ , dok su ostali parametri  $k$ ,  $k_i$ ,  $k_d$  i  $T_f$  proporcionalno pojačanje, integralno pojačanje, diferencijalno pojačanje i

vremenska konstanta filtracije PID regulatora dati respektivno. Bez umanjavanja opštosti za izvođenje predložene metode za optimizaciju PID regulatora neka je parametar  $\gamma=1$ .

Zahtjevi da se obezbijedi željena performansa/robusnost sistema u zatvorenoj sprezi su: pretek faze

$$\phi_{pf}(\omega) = 180^\circ + \arg L(j\omega), \quad |L(j\omega)| = 1, \quad (2)$$

vremenska konstanta filtracije

$$T_f = \frac{|k_d|}{M_n}, \quad (3)$$

gdje je  $M_n$  osjetljivost na mjerni šum na visokim frekvencijama definisan

$$M_n = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{C(j\omega)}{1 + C(j\omega)G_p(j\omega)} \right| = \frac{|k_d|}{T_f}, \quad (4)$$

i kriterijum simetričnosti u idealnom slučaju za funkciju  $\phi_{pf}(\omega)$  se može dati u opštem slučaju

$$\sigma_n = \frac{\partial^n \phi_{pf}(\omega)}{\partial \omega^n} \Big|_{\omega=\omega_1} = 0, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (5)$$

Pošto funkcija  $\phi_{pf}(\omega)$  treba da bude što više simetrična (princip SO) u okolini presječne učestanosti  $\omega_1$  u odnosu na pravu povučenu u tački  $(\omega_1, \text{dB } 0)$  a koja je normalna na frekvencijsku osu Sl.1., prethodni kriterijum (5) se može ublažiti tako da za projektovanje PID regulatora konačno dobijamo optimizacionu proceduru pod ograničenjima

$$\begin{aligned} \min_{\omega, k, k_i, k_d} \sigma_3^2(\omega, k, k_i, k_d), \\ |L(j\omega)| = 1, \\ 180^\circ + \arg L(j\omega) = \phi_{pfz}, \\ \sigma_1(\omega, k, k_i, k_d) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

za zadati pretek faze  $\phi_{pfz}$  i osjetljivost na mjerni šum  $M_n$ . Uzimajući početne vrijednosti iskustveno ili u obliku  $k^* = k_u/5$ ,  $k_i^* = k^* \omega_u/\pi$ ,  $k_d^* = k^*/(4k_i^*)$  i  $\omega^* = \omega_u/2$  ako postoji kritično pojačanje  $k_u$  i kritična učestanost  $\omega_u$ , u optimizacionoj proceduri (6) uz (3) dobijaju se parametri PID regulatora  $k$ ,  $k_i$ ,  $k_d$  i  $T_f$  kao i presječna učestanost pojačanja  $\omega_1$ . Na sličan način se projektuje PI regulator  $(k, k_i)$  tako da se smanji red u prethodnoj optimizacionoj proceduri tj.  $\min(\sigma_1^2)$ .

Predložena optimizaciona metoda omogućava da se bez posebnih tehnika [24-29] ostvari SO za projektovanje PI/PID regulatora koristeći osnovne elemente matematičke analize vezane za osobine simetričnosti i nesimetričnosti realne funkcije kao što to opisuje kriterijum (5) u slučaju simetrije.

### III. SIMULACIONA ANALIZA

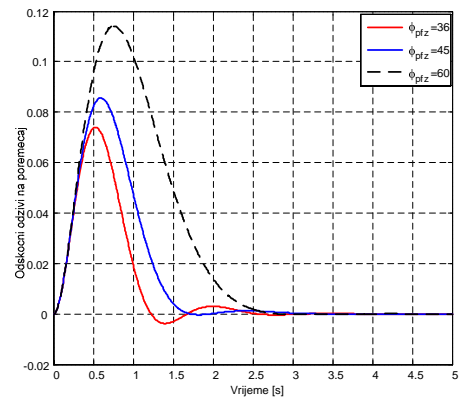
Predložena metoda je analizirana na deset procesa koji obuhvataju statičke i astatičke procese sa i bez transportnog kašnjenja. U Tabeli 1 su date vrijednosti izračunatih parametara PID regulatora za svaki proces pod unaprijed specificiranim ograničenjima na performansu/robusnost kao i vrednosti

$M_s = \max_{\omega} |1/(1+L(j\omega))|$  i  $M_p = \max_{\omega} |L(j\omega)/(1+L(j\omega))|$ . Na Sl. 3-12 prikazani su odzivi sistema na odskočni poremećaj  $d(t)$ . Ako se formira upravljanje u obliku  $U(s) = k(bR(s) - Y_f(s)) + k_i(R(s) - Y_f(s))/s - k_d s Y_f(s)$ ,  $Y_f(s) = 1/(T_f s + 1)$  dobijaju se prihvatljivi odzivi sistema i na referentni signal koji u ovom radu nisu simulirani.

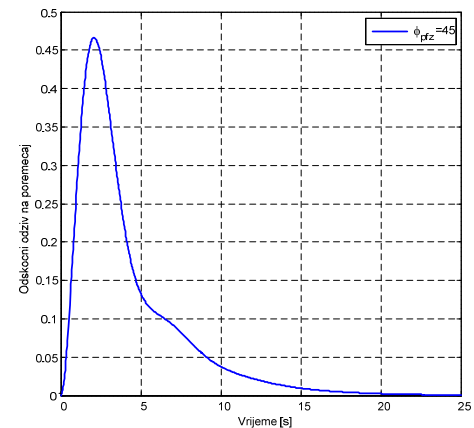
$$\begin{aligned} G_{p1}(s) &= \frac{2}{(s+1)(s+2)}, \quad G_{p2}(s) = \frac{1}{s(s+1)}, \quad G_{p3}(s) = \frac{1}{(s+1)^4}, \\ G_{p4}(s) &= \frac{1}{(s+1)(0.7s+1)(0.7^2s+1)(0.7^3s+1)}, \quad G_{p5}(s) = \frac{1}{s(s+1)^3}, \\ G_{p6}(s) &= \frac{e^{-0.5s}}{s(0.5s+1)}, \quad G_{p7}(s) = \frac{1-0.5s}{(s+1)^3}, \quad G_{p8}(s) = \frac{1}{s(s+1)(0.5s+1)}, \\ G_{p9}(s) &= \frac{e^{-0.2s}}{s^2+0.1s+1}, \quad G_{p10}(s) = \frac{2e^{-s}}{(10s+1)(5s+1)}. \end{aligned}$$

TABELA I. PARAMETRI PID REGULATORA DOBIJENI PREDLOŽENOM METODOM ZA  $G_{pj}(s)$ ,  $j=1,2,\dots,10$ , GDJE JE  $T_f = k_d/M_n$  ZA  $M_n=25$ .

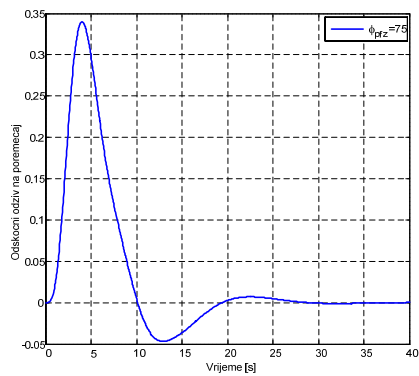
Proces	$k$	$k_i$	$k_d$	$\omega_1$	$\phi_{pfz}$	$M_s$	$M_p$
$G_{p1}(s)$	10.505	14.529	1.9517	4.4613	45	1.43	1.42
$G_{p2}(s)$	2.1980	0.5150	2.1980	1.3364	45	1.41	1.41
$G_{p3}(s)$	1.6496	0.7362	3.1962	0.5510	75	1.77	1.06
$G_{p4}(s)$	1.7644	1.2053	1.9855	0.8973	75	1.66	1.06
$G_{p5}(s)$	0.4365	0.0642	0.8210	0.3754	45	1.60	1.50
$G_{p6}(s)$	1.1872	0.5081	0.7544	1.0877	45	1.88	1.52
$G_{p7}(s)$	0.7287	0.3405	1.3225	0.2814	75	1.47	1.00
$G_{p8}(s)$	1.2811	0.3951	1.1055	0.9378	45	1.47	1.47
$G_{p9}(s)$	0.7989	0.6806	1.1985	1.6606	45	1.45	1.42
$G_{p10}(s)$	2.9666	0.4442	7.6299	0.3176	45	1.51	1.44



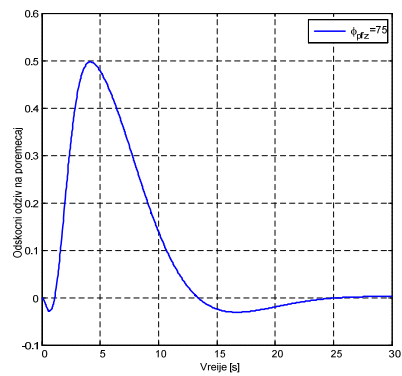
Slika 3. Odskočni odzivi sistema na poremećaj  $d(t)$  za proces  $G_{p1}(s)$



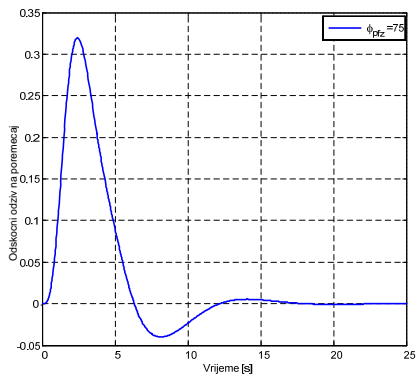
Slika 4. Odskočni odziv sistema na poremećaj  $d(t)$  za proces  $G_{p2}(s)$



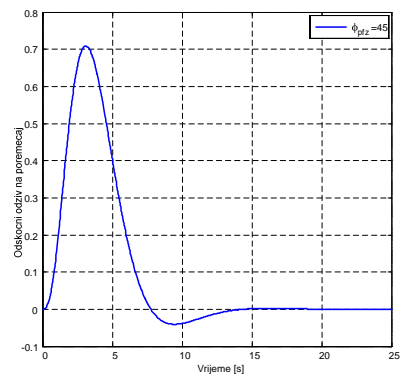
Slika 5. Odskočni odziv sistema na poremećaj  $d(t)$  za proces  $G_{p3}(s)$



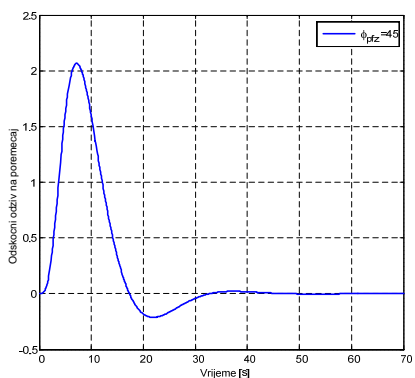
Slika 9. Odskočni odziv sistema na poremećaj  $d(t)$  za proces  $G_{p7}(s)$



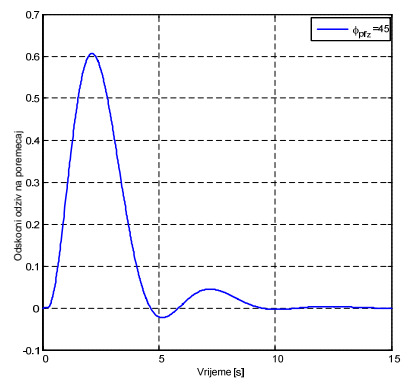
Slika 6. Odskočni odziv sistema na poremećaj  $d(t)$  za proces  $G_{p4}(s)$



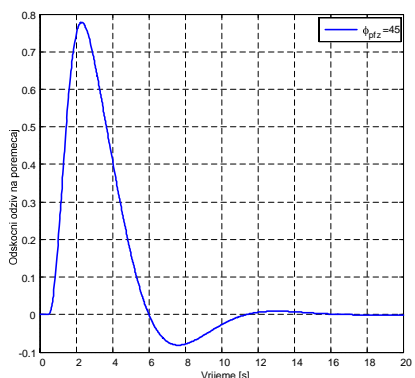
Slika 10. Odskočni odziv sistema na poremećaj  $d(t)$  za proces  $G_{p8}(s)$



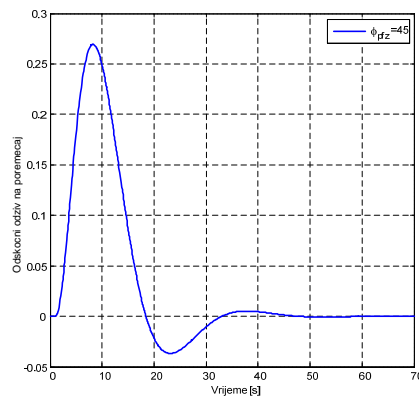
Slika 7. Odskočni odziv sistema na poremećaj  $d(t)$  za proces  $G_{p5}(s)$



Slika 11. Odskočni odziv sistema na poremećaj  $d(t)$  za proces  $G_{p9}(s)$



Slika 8. Odskočni odziv sistema na poremećaj  $d(t)$  za proces  $G_{p6}(s)$



Slika 12. Odskočni odziv sistema na poremećaj  $d(t)$  za proces  $G_{p10}(s)$

#### IV. ZAKLJUČAK

Predložena metoda optimizacije PID regulatora zasnovana na principu simetričnog optimuma (SO) za određenu klasu industrijskih procesa se pokazala efikasnom. Na osnovu dobijenih rezultata zaključuje se da sistem u zatvorenoj sprezi ostvaruje prihvatljive indekse performanse/robusnost. Loša osobina principa SO je ta da vrijednost maksimuma funkcije komplementarne osjetljivosti skoro jednak maksimumu funkcije osjetljivosti, tj.  $M_p \approx M_s$  (loša robusnost za statičke procese). Zbog toga projektovanje PI/PID regulatora na ovom principu ima smisla za integralne procese (astatičke procese) i njima bliske kod kojih je  $M_p$  uporediv sa  $M_s$  što se pokazuje i kod drugih metoda [5-22].

#### ZAHVALNICA

Autor Tomislav Šekara zahvaljuje se za podršku Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije, projekat TR33020.

#### LITERATURA

- [1] Kessler, C. Das symmetrische Optimum. *Regelungstechnik*, 6, 395-400 and 432-436, 1958.
- [2] S. Yamamoto and I. Hashimoto, "Present status and future needs: the view from Japanese industry", In Arkun and Ray, Eds., *Chemical Process Control-CPCIV. Proc. 4th Inter. Conf. on Chemical Process Control*, TX, 1991.
- [3] L. Desborough, R. Miller, "Increasing customer value of industrial control performance monitoring—Honeywell's experience", in: *Sixth International Conference on Chemical Process Control, AIChE Symposium Series* Number 326, Vol. 98, 2002.
- [4] K.J. Åstrom, T. Hagglund, "Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control", *Journal of Process Control*, vol. 14, pp. 635-650, September 2004.
- [5] S. Skogestad, "Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning", *Journal of Process Control*, Vol. 13, pp. 291-309, 2003.
- [6] M. Shamsuzzoha, M. Lee, "IMC-PID controller design for improved disturbance rejection of time-delayed processes", *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 46, no.7, pp. 2077-2091, 2007.
- [7] M.R. Mataušek, T.B. Šekara, "PID controller frequency-domain tuning for stable, integrating and unstable processes, including deadtime", *J. Process Control* vol. 21, pp. 17-27, 2011.
- [8] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "Classification of dynamic processes and PID controller tuning in a parameter plane", *J. Process Control* vol. 21, Issue 4, pp. 620-626, 2011.
- [9] H. Panagopoulos, K.J. Åstrom and T. Hagglund, "Design of PID controllers based on constrained optimization", *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 149, pp. 32-40 January 2002.
- [10] A. Wallen, K.J. Åstrom, and T. Hagglund, "Loop-shaping design of PID controllers with constant  $T_i/T_d$  ratio", *Asian Journal of Control*, vol. 4, pp. 403-409, December 2002.
- [11] C. Hwang and C-Y. Hsiao, "Solution of non-convex optimization arising in PI/PID control design", *Automatica* vol. 38, pp. 1895-1904, November 2002.
- [12] B. Kristiansson and B. Lennartson, "Evaluation and simple tuning of PID controllers with high-frequency robustness", *Journal of Process Control*, vol. 16, pp. 91-102, February 2006.
- [13] B. Kristiansson and B. Lennartson, "Robust tuning of PI and PID controllers: using derivative action despite sensor noise" *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 55-69, February 2006.
- [14] A.J. Isaksson and S.F. Graebe, "Derivative filter is an integral part of PID design", *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 149 pp. 41-45, January 2002.
- [15] A. Karimi, M. Kunze and R. Longchamp, "Robust controller design by linear programming with application to a double-axis positioning system", *Control Engineering Practice*, vol. 15, pp. 197-208, February 2007.
- [16] T. B. Šekara, M. R. Mataušek, "A simple effective method to obtain a well-tuned PID controller", Proceedings of the 51st, Conference on. ETRAN, AU3.1, 2007 (in Serbian).
- [17] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "Optimal tuning of a PI/PID controller for processes defined by a rational transfer function", INFOTEH Vol. 6, Paper A-2, p. 6-9, Jahorina, March 2007 (in Serbian).
- [18] T.B. Šekara and M.R. Mataušek, "Optimization of PID controller based on maximization of the proportional gain under constraints on robustness and sensitivity to measurement noise", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 54, no.1, pp.184-189, Jan. 2009.
- [19] T.B. Šekara and M.R. Mataušek, "Revisiting the Ziegler-Nichols process dynamics characterization", *J. Process Control* vol. 20, pp. 360-363, 2010.
- [20] T. B. Šekara, M. R. Mataušek, "A four-parameter optimization of aPID controller", Proceedings of 52. Conf. ETRAN, Vol. 1, Palic, Junne 2008 (in Serbian).
- [21] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, "Optimal tuning of a PID controller in frequency domain", INFOTEH, Paper A-6, p. 24-27, Bosnia and Herzegovina, Jahorina, March 2009 (in Serbian).
- [22] T.B. Šekara, M.B. Trifunovic, Optimal tuning of a PID controller having a differential compensator connected in series in frequency domain, Proceedings of INDEL, pp. 258-261, Banja Luka, 4-6 November 2010 (in Serbian).
- [23] F.G. Shinskey, "How good are our controllers in absolute performance and robustness?", *Measurement and Control*, vol. 23, pp. 114-121, May 1990.
- [24] K.J. Åstrom, T. Hagglund, "PID Controllers Theory Design and Tuning, 2nd edition", Instrument Society of America, Research Triangle Park, North Carolina, 1995.
- [25] K.J. Åstrom, T. Hagglund, Advanced PID control, ISA-The instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006.
- [26] S. Preitl, Radu-Emil Precup, "An extension of tuning relations after symmetrical optimum method for PI and PID controllers", *Automatica*, vol. 35, pp. 1731-1736, 1999.
- [27] J. W. Umland, M. Safiuddin, "Magnitude and Symmetric Optimum Criterion for the Design of Linear Control Systems: What Is It and How Does It Compare with the Others?", *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 26, No. 3, pp. 489-497, 1990.
- [28] K. G. Papadopoulos, N. I. Margaris, "Extending the Symmetrical Optimum criterion to the design of PID type-p control loops", *Journal of Process Control*, vol. 22, pp. 11-25, 2012.
- [29] V. Nicolau, "On PID Controller Design by Combining Pole Placement Technique with Symmetrical Optimum Criterion", *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, pp. 1-8, 2013.

#### ABSTRACT

This paper presents a novel method for optimization of PI/PID regulators based on symmetrical optimum method (SO). The proposed method provides higher symmetrical optimum for given phase margin and calculated parameters of PI/PID regulator are obtained under constraints for sensitivity on measurement noise. Efficiency of proposed method is analyzed on a large class of industrial processes typical for system with electrical drives.

#### A NOVEL METHOD FOR OPTIMIZATION OF PI/PID REGULATORS BASED ON SYMMETRICAL OPTIMUM METHOD

Tomislav B. Šekara, Goran Vuković, Branko Blanuša, Milan R. Rapaić, Boris Jakovljević