

Прорачун снаге губитака у гвожђу синхроног мотора примјеном програмског пакета *COMSOL Multiphysics*

Слађана Крајишник
студент другог циклуса студија
Електротехнички факултет
Београд, Србија
sladjana.krajisnik9@gmail.com

Садржај—У раду су анализирани губици у гвожђу синхроних мотора са сталним магнетима (СМСМ). Извршено је поређење резултата добијених примјеном аналитичких израза и примјеном методе коначних елемената, као једне од нумеричких метода. Нумеричке симулације вршене су у програмском пакету COMSOL Multiphysics. Резултати симулација коришћени су за добијање апроксимативног израза за прорачун снаге губитака у гвожђу мотора.

Кључне ријечи—СМСМ; Метода коначних елемената; COMSOL Multiphysics.

I. УВОД

Губици енергије у магнетском колу смањују степен корисног дејства електромеханичког претварача. Поред тога, губици прелазе у топлоту и увећавају температуру магнетског кола. Прекомјерно загријавање може довести до оштећења магнетског кола или других блиских дијелова машине. Стога је створену топлоту неопходно пренијети околини, тј., потребно је остварити одговарајуће хлађење. Наведене појаве су разлог да се губици у магнетском колу што прецизније одређују и различитим техникама покушавају смањити [1].

Ефикасан начин за смањење губитака у машини је коришћење побуде у виду сталних магнета. Једна од данас највише изучаваних машина са сталним магнетима је синхрона машина. Синхрони мотори са сталним магнетима на ротору имају велики степен корисног дејства, због тога што у њима нема снаге губитака у ротору који постоје код асинхроних мотора, нити проблема са механичким комутатором који постоје код машина једносмјерне струје. Велики степен корисног дејства синхроних мотора са сталним магнетима на ротору је разлог њихове примјене у свим оним случајевима гдје је битно имати малу снагу губитака, гдје је проблем одвести топлоту која се у мотору ствара услед губитака, као и у оним примјенама где је потребно имати велику специфичну снагу [2]. Предности синхроног мотора са сталним магнетима, у комбинацији са брзопадајућим цијенама сталних магнета, довели су до њихове широке пријене у хибридном и електричним

возилима, разним сервопогонима, кућанским апаратима итд [3].

У историји, а често и данас, губици се процјењују на основу аналитичких израза. Такви изрази темеље се на познавању магнетске индукције у машини. Прорачун губитака на основу таквих израза врло је брз и учинковит, али је ефикасан и тачан само за електричне машине сличних геометрија и карактеристика. Појавом нумеричких метода, које су у данашње доба потпомогуте намјенским софтверима, појавиле су се тачније методе за процјену губитака засноване на нумеричкој техници.

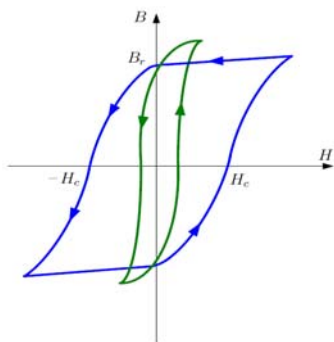
Употребом нумеричких метода, помоћу којих се може описати комплексна геометрија машине, добијају се тачније вриједности прилика у машини него примјеном класичних поступака. Методе које се користе за овакве прорачуне засноване су на методи коначних елемената (МКЕ). Ова метода тражи значајне рачунарске ресурсе и значајно вријеме прорачуна [4]. Метода коначних елемената је нумеричка метода за рјешавање парцијалних диференцијалних једначина које описују електромагнетне процесе у машини. Уназад неколико деценија, нагли развој рачунара омогућио је да МКЕ постане врло моћан и распрострањен алат коришћен у многим областима науке и инжењерства.

II. СИНХРОНИ МОТОРИ СА СТАЛНИМ МАГНЕТИМА (СМСМ)

На мјесто побудног намотаја синхроне машине може се уградити стални магнет, који даје могућност да се добије флуks ротора без присуства намотаја и струја на ротору. Током рада машине, ротор се обрће у синхронизму са пољем статора, тако да у устаљеном стању нема промјене магнетске индукције у магнетском колу ротора. У одсуству губитака у намотају ротора и губитака у магнетском колу ротора, нема ни ослобађања топлоте током рада. Као последица, хлађење ротора на представља проблем, па се може конструисати ротор мањих димензија. Проблем синхроних машина са сталним магнетима је у отежаној промјени флуksа, што ствара потешкоће при раду у режиму слабења поља [1].

Синхроне машине са сталним магнетима (енг. *Permanent Magnet Synchronous Machine – PMSM*) први пут се појављују већ у 19. вијеку. Због лоших карактеристика материјала за израду сталних магнета (челик, челик са волфрамом), бивају истиснути из употребе на рачун машина са побудом све до појаве *AlNiCo* (алуминијум-никл-кобалт) магнета 1932. године. Појавом нових материјала за сталне магнете, омогућена је израда машина већих снага са многим предностима у односу на машине са побудом.

Стални магнети спадају у групу тврдих феромагнетских материјала, па се, као и сви феромагнетици, описују хистерезисном петљом у BH равни. Карактеристично за ову групу материјала је то да имају широку хистерезисну петљу, а то значи и да су им хистерезисни губици већи [5]. Примјер уске и широке хистерезисне петље приказан је на Сл. 1.



Слика 1. Примјер уске и широке хистерезисне петље [5]

A. Губици у магнетским колима синхроних мотора

Магнетна кола су дефинисана као систем у којем се, захваљујући особинама феромагнетских материјала, магнетски флуks каналише жељеним путем. Код ротационих машина магнетска индукција у магнетским колима се мијења простопериодично (синусоидално), или квазисинусоидално, па се тада посматра помоћу анализе за сваки поједини хармоник. Промјене индукције B у феромагнетском материјалу проузрокују губитке енергије [1]. У машинама за једносмјерну струју и синхроним машинама ови губици су углавном ограничени на лимове (гвожђе) индукта, и поред тога што пулсације флуksа проузроковане отворима жљебова изазивају и губитке на површинама полова индуктора. У асинхроним машинама губици су углавном ограничени на гвожђе статора [6].

За процјену губитака у гвожђу у пракси се користи *Штајнмецова једначина* [4]:

$$P = C_m \cdot f^\alpha \cdot B_m^\beta, \quad (1)$$

гдје су:

C_m , α , β - аналитички параметри добијени мјерењем за синусоидалну побуду,

B_m - максимална вриједност индукције и

f - фреквенција.

Најчешћи модели за прорачун губитака рађени су за прорачун у фреквенцијском домену, док се још истражују одговарајући модели за прорачун губитака у временском домену. Модели за прорачун губитака у фреквенцијском домену, због различите физикалне зависности губитака од фреквенције, раздвајају губитке у гвожђу на губитке услед хистерезиса и губитке услед вихорних струја.

1) Снага губитака услед хистерезиса

Промјене магнетског поља у феромагнетику изискују покретање магнетских дипола и промјену њихове оријентације. Ротација магнетских дипола изискује утрошак енергије који може бити процијењен на основу површине хистерезисне криве у $B=f(H)$ дијаграму.

Може се показати да се у процесу магнетизације гвожђу доводи и одводи енергија, и то тако да је након завршеног једног циклуса магнетизације по петљи хистерезиса добијено из гвожђа мање енергије него што му је доведено [7].

Енергија хистерезисних губитака добија се кретањем по хистерезисној петљи у току једног циклуса магнећења. Са наизмјеничном струјом, петља стално циркулише, а самим тим и снага губитака услед хистерезиса P_H зависи од фреквенције f (броја циклуса магнећења у јединици времена).

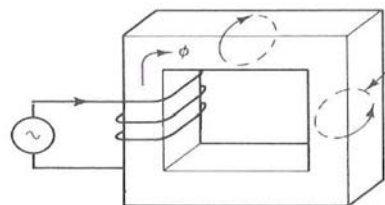
Зависност губитака од карактеристика и запремине гвожђа изражава се коефицијентом пропорционалности K_H . На тај начин добије се најчешће примјењиван израз за одређивање снаге губитака услед хистерезиса [8]:

$$P_H = K_H \cdot f \cdot B_{\max}^2. \quad (2)$$

У циљу смањења губитака у гвожђу услед хистерезиса потребно је да магнетско коло статора и ротора буде израђено од меког феромагнетског материјала са што ужом хистерезисном петљом.

2) Снага губитака услед вихорних струја

Феромагнетици су углавном проводни материјали. Промјена магнетске индукције у проводним контурама феромагнетика доводи до појаве просторно расподијељених струја (Сл. 2). Ове струје називају се Фукоове, вихорне или вртложне струје. Вихорне струје супротстављају се промјени флуksа. Оне се супротстављају продирању флуksа кроз материјал. Енергија губитака услед вихорних струја пропорционална је дужини контуре у којој се индукују вихорне струје [9].



Слика 2. Вихорне струје у магнетском колу [10]

Ако се зависност губитака од карактеристика гвожђа изрази коефицијентом пропорционалности K_V , добије се релација [8]:

$$P_V = K_V \cdot f^2 \cdot B_{\max}^2 \quad (3)$$

За сузбијање утицаја вихорних кола, магнетна кола електричних машина се најчешће граде као ламинирана или у рјеђим случајевима помоћу ферита. У феромагнетичима који се користе у градњи електричних машина и трансформатора, губици услед вихорних струја су доминантни и могу бити десетак пута већи од губитака услед хистерезиса [1].

B. Укупни губици у гвожђу

Збир губитака услед хистерезиса и услед вихорних струја дат је изразима [8]:

$$P_{Fe} = P_H + P_V = K_H \cdot f \cdot B_{\max}^2 + K_V \cdot f^2 \cdot B_{\max}^2 \quad (4)$$

$$P_{Fe} = (K_H \cdot f + K_V \cdot f^2) \cdot B_{\max}^2 \quad (5)$$

Специфични губици у гвожђу добију се тако што се губици P_H и P_V сведу на јединичну запремину.

III. СИМУЛАЦИЈЕ У ПРОГРАМСКОМ ПАКЕТУ COMSOL ПРИМЈЕНОМ МЕТОДЕ КОНАЧНИХ ЕЛЕМЕНАТА

A. Основе методе коначних елемената

Савремене методе проучавања електромеханичких претвараача обухватају коришћење нумеричких симулација које омогућавају много бољи увид у понашање електричних машина током рада него класичне аналитичке методе.

Основни прорачуни аналитичким методама и резултати се најчешће добијају упрошћавањем магнетског кола које се сматра линеарним. Ипак, прецизније одређивање перформанси машине захтијева узимање у обзир нелинеарности феромагнетског материјала који се налази у оквиру магнетског кола машине као и остале секундарне ефекте, нпр. реакцију индукта. Ово је могуће остварити методом коначних елемената.

Метод коначних елемената (енг. *Finite Element Method* – *FEM*, или *Finite Element Analysis* – *FEA*) се заснива на рјешавању Максвелових једначина на површини која је сачињена од великог броја мањих погодних површина, најчешће троуглова. Троуглови представљају основне елементе мреже коначних елемената (енг. *Mesh*). На овај начин, вриједности електричног или магнетског поља се, у зависности од једначина које се користе, прецизно рачунају у тачкама које представљају тјемена троуглова. Интензитет поља у било којој тачки од интереса се рачуна интерполацијом вриједности поља сусједних тјемена. Остале величине, попут индуктивности, силе или момента,

се изводе на основу израчунатих вриједности поља. Симулација методом коначних елемената је ефикасна за површине које се могу приказати помоћу дводимензионих (2D) или тродимензионих (3D) модела. Дводимензионии модели се користе у случају структура чије је поље равномерно дуж једне осе, тако да се модел приказује попречним пресјеком у одговарајућем координатном систему [11].

B. Програмски пакет COMSOL Multiphysics

Програмски пакет *COMSOL Multiphysics* представља једно интерактивно окружење за моделовање и рјешавање свих врста научних и инжењерских проблема на основу парцијалних диференцијалних једначина. Произвођач програма је шведска компанија „COMSOL“. Рјешавање једначина електромагнетног поља се заснива на методи коначних елемената. Резултат прорачуна коначним елементима даје потребне димензије магнетног кола према усвојеној индукцији, облик поља статора и ротора према одабраној геометрији, као и низ других неопходних података за конструкцију или проучавање рада машине. Помоћу овог програмског пакета је могуће конвенционалне моделе из одређене аналогне физичке дисциплине проширити (нпр. термички прорачун), тако да се обухвате ефекти из других физичких дисциплина, чиме се рјешавају проблеми који у себи садрже више физичких појава (*multiphysics*), па их је потребно симулирати истовремено. Ова могућност не захтијева добро познавање математике и нумеричке анализе [12].

У својој основној конфигурацији, програмски пакет обухвата модуле за широк спектар физичких проблема. Постоје и модули специфичне намјене, који олакшавају креирање и анализу модела.

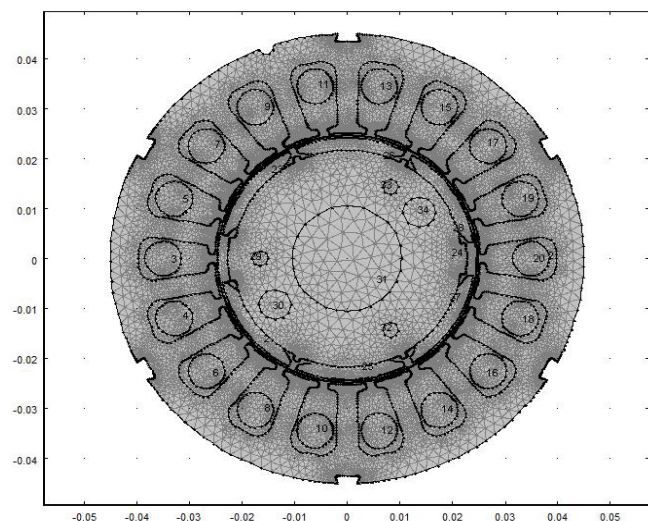
За детаљну симулациону анализу електричних машина користи се *AC/DC Module*. Овај модул обезбјеђује јединствено окружење за симулацију *AC/DC* електромагнетике у 2D и 3D. Помоћу овог модула могу да се раде статичке, квази-статичке, транзијентне и временски- хармонијске симулације уз лак графички кориснички интерфејс.

Основни кораци при изради модела у *COMSOL*-у су:

- одређивање просторне димензије модела (3D, 2D, 1D),
- избор предефинисаног модула,
- тип рјешавања,
- цртање геометрије или увоз из неког *CAD* (енг. *Computer Aided Design*) програма,
- дефинисање параметара и граничних услова везаних за физичку појаву од интереса,
- креирање мреже коначних елемената,
- нумеричко рјешавање модела,
- приказ резултата и
- визуелни приказ.

С. Моделовање синхроног мотора са сталним магнетима

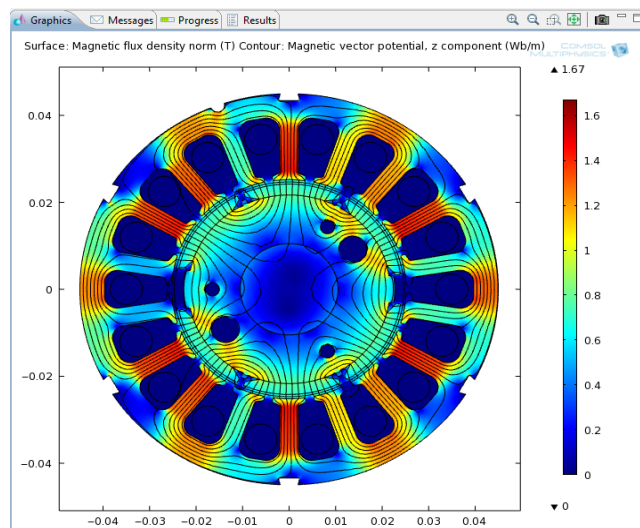
Након цртања геометријског облика синхроног мотора и подешених одговарајућих параметара симулације креира се мрежа коначних елемената, као што је приказано на Сл. 3.



Слика 3. Мрежа коначних елемената

Поступак генерисања рјешења почиње симулацијом за $t = 0$. Након извршене симулације, дефинишу се параметри који ће омогућити графички приказ добијених резултата. Величине које су од интереса за дати модел су магнетска индукција и z компонента магнетског вектор потенцијала. Магнетска индукција, изражена у [T], графички се представља спектром боја расподијељених по површини модела мотора, на тај начин да свака боја одређује неки опсег вриједности посматране величине. z компонента магнетског вектор потенцијала приказује се помоћу контура. Интензитет магнетске индукције и z компонента магнетског вектор потенцијала приказани су на Сл. 4.

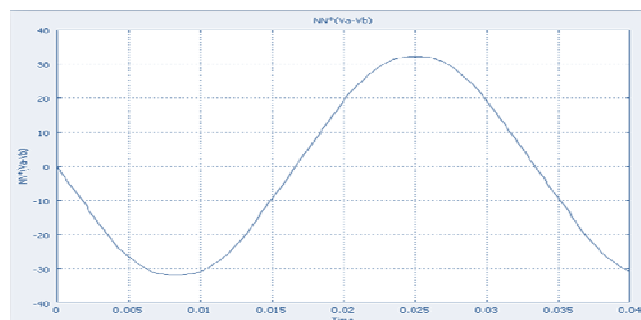
Након извршене симулације и добијених резултата за стационарни режим, потребно је подесити параметре динамичке симулације. Основни параметар који треба дефинисати је вријеме трајања симулације. Након завршетка симулације може се покренути анимација, гдје се види обртање ротора и како се мијењају у времену величине које су дефинисане у стационарном стању. Посматрањем анимације може се закључити да су линије поља непокретне у односу на ротор. То значи да у гвожђу ротора нема губитака.



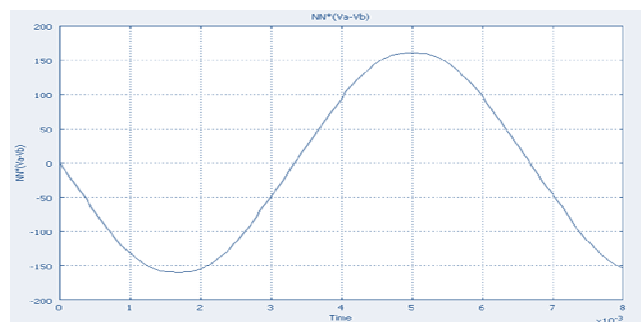
Слика 4. Симулација за стационарни режим ($t=0$)

Да би се добио графички приказ промјене индукованог линијског напона у зависности од времена, довољно је означити било коју тачку која припада неком проводнику и додијелити јој израз $NN*(V_a - V_b)$.

Добијена зависност приказана је на Сл. 5. Брзина обртања је дефинисана као константа и износи 600 [o/min]. Промјеном брзине обртања на 3000 [o/min] добије се зависност приказана на Сл. 6.



Слика 5. Таласни облик индукованог линијског напона при брзини обртања 600 [o/min]

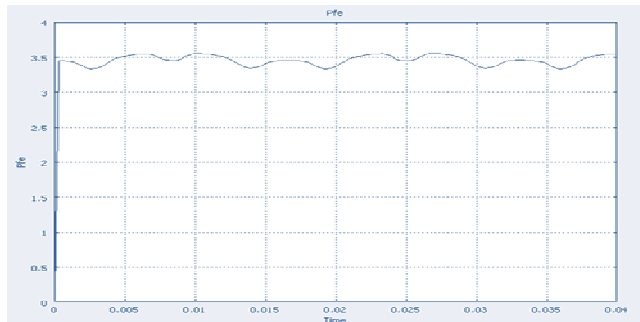


Слика 6. Таласни облик индукованог линијског напона при брзини обртања 3000 [o/min]

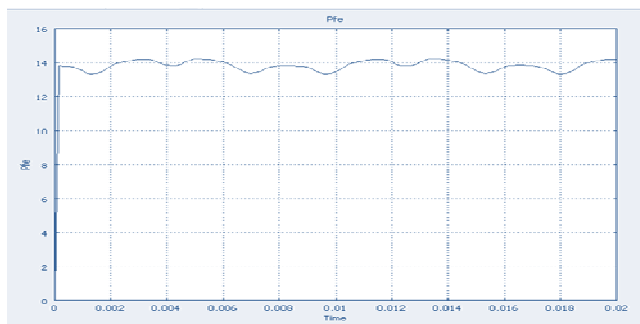
IV. АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА

Након што су подешени сви параметри симулације, могуће је одредити снагу губитака у гвожђу статора. Анализа губитака биће извршена за различите брзине обртања ротора. Основни циљ је показати како губици у магнетском колу статора зависе од брзине обртања мотора, те на основу добијених резултата одредити апроксимативан израз за прорачун снаге губитака у гвожђу статора.

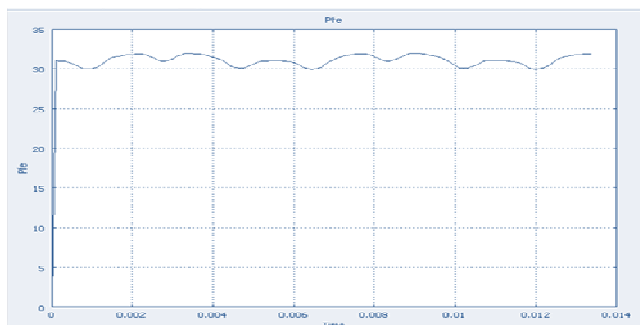
На Сл. 7, 8, 9, 10 и 11 приказане су снаге губитака за брзине обртања 600 [o/min], 1200 [o/min], 1800 [o/min], 2400 [o/min] и 3000 [o/min], респективно.



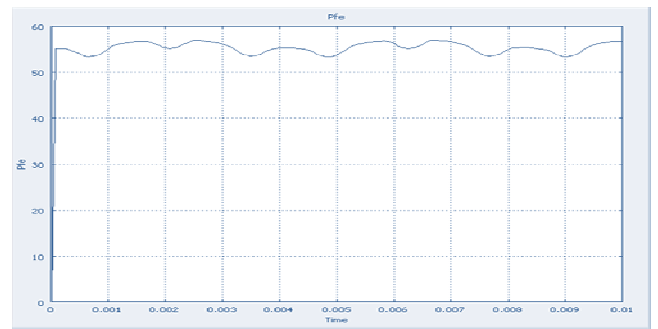
Слика 7. Снага губитака у гвожђу статора при брзини обртања 600 [o/min]



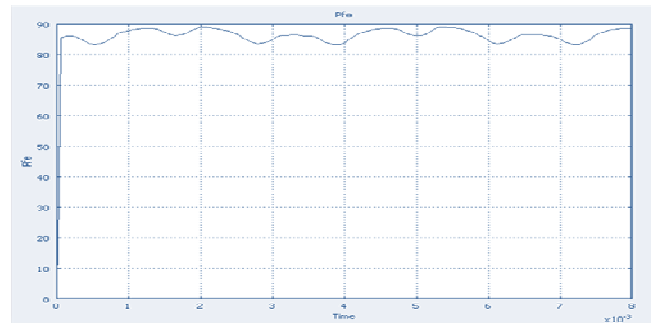
Слика 8. Снага губитака у гвожђу статора при брзини обртања 1200 [o/min]



Слика 9. Снага губитака у гвожђу статора при брзини обртања 1800 [o/min]



Слика 10. Снага губитака у гвожђу статора при брзини обртања 2400 [o/min]



Слика 11. Снага губитака у гвожђу статора при брзини обртања 3000 [o/min]

Добијени резултати могу се искористити за прецизно одређивање снаге губитака помоћу *MATLAB*-а. Потребно је узети податке за временске одбирке и податке за одговарајуће одбирке снаге губитака P_{Fe} , и преbacити их у *MATLAB*, у облику два вектора. За једну периоду промјене снаге губитака изврши се нумеричка интеграција коришћењем наредбе:

$$\text{trapz}(t, P_{Fe}). \quad (6)$$

Добијена вриједност се подијели са периодом промјене снаге губитака. На тај начин се добије средња снага губитака за унесуену вриједност брзине обртања. Исти поступак се понавља за сваку брзину обртања за коју су претходно рађени прорачуни у *COMSOL*-у. Добијени резултати приказани су у табели 1.

ТАБЕЛА I. СРЕДЊА СНАГА ГУБИТАКА У ГВОЖЂУ ИЗРАЧУНАТА ПОМОЋУ *MATLAB*-А

Брзина обртања n [o/min]	Средња снага губитака $P_{Fe, sr}$ [W]
0	0
600	3.45
1200	13.82
1800	31.1
2400	55.28
3000	86.35

На основу добијених резултата, може се добити апроксимативан израз за снагу губитака у гвожђу.

У огледу празног хода нема струје у намотајима статора, па се индукција не мијења. Губици у магнетском колу у том случају зависе само од фреквенције, па се израз (5) може написати у облику какав се уобичајено користи у аналитичким изразима за губитке у гвожђу електричних машина:

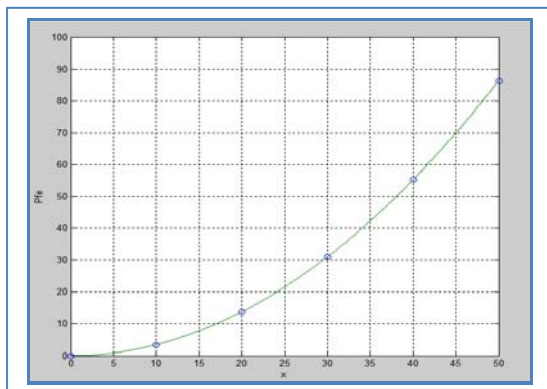
$$P_{Fe} = K_1 \cdot f + K_2 \cdot f^2. \quad (7)$$

Коефицијенти K_1 и K_2 се израчунавају у *MATLAB*-у коришћењем наредбе *polyfit*, која при прорачуну користи методу најмањих квадрата. Као резултат се добијају полиноми другог реда који најбоље апроксимирају улазне податке [13]. Добијене вриједности коефицијената су:

$$K_1 = 0.0345, K_2 = 0.0010. \quad (8)$$

На Сл. 12 приказана је зависност губитака у гвожђу од фреквенције. Кружићи означавају улазне податке, а крива је добијена апроксимацијом помоћу изрази. На основу добијеног графика може се закључити да крива добро апроксимира улазне податке. То значи да се за анализирани мотор, када нема статорске струје, може користити апроксимативан израз за снагу губитака у гвожђу:

$$P_{Fe} = 0.0345 \cdot f + 0.0010 \cdot f^2. \quad (9)$$



Слика 12. Зависност снаге губитака у гвожђу од фреквенције

V. ЗАКЉУЧАК

У раду су анализирани губици снаге у гвожђу код синхроних машина са сталним магнетима. Представљен је аналитички прорачун, а затим извршена и симулација у програмском пакету *COMSOL Multiphysics*, примјеном методе коначних елемената. На основу добијених резултата дат је апроксимативан израз за прорачун снаге губитака у гвожђу синхроне машине.

На основу цјелокупног процеса моделовања и добијених резултата може се закључити да је програм *COMSOL Multiphysics* моћно софтверско окружење и пружа вјеродостојне резултате који могу доста јасније да

прикажу процесе електромеханичке конверзије енергије у машини. Показано је да снага губитака у гвожђу расте са порастом брзине, односно фреквенције, чиме је верификована теоријска анализа.

ЗАХВАЛНИЦА

Резултати приказани у овом раду остварени су у оквиру израде завршног рада I циклуса студија на Електротехничком факултету у Источном Сарајеву под менторством доц. др Петра Матића. Помоћ при изради рада пружио је асистент мр Срђан Јокић.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Слободан Н. Вукосавић, „Електричне машине“, Академска мисао, Београд, 2010.
- [2] Драган Михаић, „Анализа губитака снаге у синхроној машини са перманентним магнетима на ротору примењеној у рекуперацији енергије кочења возила“, мастер рад, Електротехнички факултет, Београд, 2012.
- [3] Марко Гецић, Владо Марчетић, Ђура Орос, Петар Матић, „Преглед метода за оптимизацију губитака синхроних мотора са сталним магнетима“, ЕНЕФ 2013, Бања Лука, по. В-2, стр. 35-39, 2013.
- [4] Матошевић Вилијан, „Свезани електромагнетски и термички прорачун електричног строја“, квалификацијски рад, Пула, 2009.
- [5] Лука Правица, „Структуре управљања синхроним мотором са перманентним магнетима“, дипломски рад, Свеучилиште у Загребу, Факултет електротехнике и рачунарства, 2012.
- [6] Милош Петровић, „Електричне машине и постројења“, Научна књига, Београд, 1988.
- [7] Radenko Wolf, „Osnove električnih strojeva“, Školska knjiga Zagreb, 1995.
- [8] A. E. Fitzgerald and Charles Kingsley, „Електричне машине за наизмјеничну и једносмјерну струју“, Научна књига, Београд, 1962.
- [9] Juha Pyrhonen, Tapani Jokinen and Valeria Hrabovcova, „Design of Rotating Electrical Machines“, John Wiley & Sons, 2008.
- [10] Stephen J. Chapman, „Electric machinery fundamentals, 4th edition“, McGraw Hill, New York, 2005.
- [11] Игор Стаменковић, „Анализа валовитости момента синхроног мотора са сталним магнетима на ротору и пројектовање програмског рјешења за предикцију и компензацију“, магистарски рад, Електротехнички факултет, Београд, 2006.
- [12] www.comsol.com, септембар 2014.
- [13] Владимир Војиновић, „Прорачун снаге губитака у гвожђу код синхроног мотора са сталним магнетима“, дипломски рад, Електротехнички факултет, Београд, 2010.

ABSTRACT

This paper analyzes iron losses in a permanent magnets synchronous motor (PMSM). It includes comparison of the results obtained by applying the analytical expressions and finite element method, as one of the numerical methods. Numerical simulations were performed in the software package COMSOL Multiphysics. The simulation results were used to obtain approximate expressions for the calculation of the power losses in synchronous motor.

IRON LOSSES CALCULATION IN PERMANENT MAGNETS SYNCHRONOUS MOTOR USING COMSOL MULTIPHYSICS

Sladana Krajišnik