

# Dinamički model *boost* pretvarača namenjen proceduralnim programskim jezicima

Milan Baltić, Milan Ponjavić

Odsek za elektroniku  
Elektrotehnički fakultet  
Beograd, Srbija

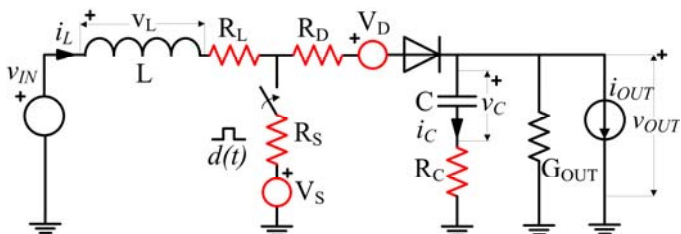
[baltic.milan@gmail.com](mailto:baltic.milan@gmail.com), [milan@el.etf.rs](mailto:milan@el.etf.rs)

**Sadržaj**—U radu je prikazana metodologija izvođenja nelinearnog dinamičkog modela *boost* pretvarača za veliki signal i rezultati simulacije. U prvom delu rada je izloženo izvođenje jednačina modela bez aproksimacija dok je u drugom delu izvršeno poređenje sa referentnim modelom. Izvedeni model sadrži uticaj parazitivnih komponenti (otpornost kalema, diode, prekidača, napon na diodi u provodnom stanju i napon prekidača) i upotrebljiv je prilikom projektovanja pretvarača, kao i u edukaciji u oblasti energetske elektronike.

**Ključne reči**—Energetska elektronika; nelinearni dinamički model; simulacija;

## I. UVOD

Na tržištu softvera za simulaciju električnih kola pojavljuje se sve više zahteva korisnika za preciznim i brzim programskim rešenjima. Sa druge strane visoka cena simulatora energetskih pretvarača često prevazilazi stotine pa i hiljade dolara [1]. Sa pojavom *open source* zajednice i mnoštva proceduralnih i *event driven* jezika za simulaciju (*SciLab*, *SciCos*, *Octave* [2][3]) koji su besplatni, pojavila se i potreba da se modeli pretvarača prilagode ovakvom tipu simulatora koji često nemaju ugrađene elemente električnih kola. Pomenuti jezici obično nemaju stroga pravila, i imaju dodatnu podršku za vizuelizaciju rezultata koja je kao naučna disciplina sve prisutnija [4]. Da bi se dobio veći uvid u formiranje veličina i pratili koraci simulacije energetskih pretvarača razvijen je model *boost* pretvarača korišćenjem diferencijalnih jednačina. Izbor diferencijalnih jednačina se nametnuo i kao želja autora da prikažu kompletno izvođenje nelinearnog modela bez aproksimativnih metoda i softverske podrške, sem validacije modela na samom kraju. Iako su uzeti u obzir i parazitni efekti pretvarača prikazani na Sl.1., rešavanje diferencijalnih jednačina nije previše usložnjeno.



Slika 1. Posmatrani *boost* pretvarač sa parazitnim efektima (crvena boja).

Posle inicijalnog napora koji je potrebno uložiti u rešavanje jednačina posmatranog pretvarača predloženim koracima simulacije dobija se potpuni uvid u dinamiku rada pretvarača na *circuit* nivou i lako prelazi u druge režime rada (npr. strujno upravljanje).

Proizvoljno opterećenje pretvarača na izlazu je prikazano kombinacijom strujnog izvora i provodnosti čime je izbegnut prost primer sa otpornikom koji je često tema diskusija o uticaju potrošača na dinamiku pretvarača [5].

U prvom delu rada dat je način modelovanja pretvarača bez zanemarivanja parazitnih efekata i jedan pristup aproksimacije izvedenih jednačina. U drugom delu rada su prikazani rezultati simulacije pretvarača i poređenje sa referentnim *PSpice* modelom, kako originalnog modela, tako i modela sa izvesnim aproksimacijama.

## II. METOD MODELovanja

Izabrani *boost* pretvarač sa parazitnim efektima je posmatran u oba stanja, kada je prekidač uključen i kada je isključen. Kako je topologija kola promenljiva, potrebno je opisati pretvarač jednačinama i u jednom i u drugom stanju i rešiti nelinearni prelaz između topologija kola.

Pristup modelovanja za veliki signal se razlikuje od pristupa uvedenog za mali signal [6] po tome što se međutrenutak bira u skladu sa periodom prekidanja. Deo po deo linearno kolo se može rešiti ako se za početne vrednosti promenljivih veličina pretvarača u intervalu:

$$v_C(t), i_L(t), t \in [kT_S + dT_S, (k+1)T_S] \quad (1)$$

uzmu krajnje vrednosti iz prethodnog intervala:

$$v_C(t), i_L(t), t \in [kT_S, kT_S + dT_S] \quad (2)$$

### A. Prvi deo periode prekidanja

Posmatrajući Sl. 3. Na kojoj je prikazano kolo u prvom delu periode prekidanja, jednačine modela za veliki signal koje opisuju *boost* pretvarač u otvorenoj sprezi su:

$$V_{IN} - V_S - L \frac{di_L}{dt} - (R_L + R_S)i_L(t) = 0 \quad (3)$$

i:

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} + v_{OUT}(t)G_{OUT} + i_{OUT} = 0 \quad (4)$$

Transformacijom izraza (3) dobija se linearna nehomogena diferencijalna jednačina prvog reda po struji kalema:

$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{R_L + R_S}{L}i_L(t) = \frac{V_{IN} - V_S}{L} \quad (5)$$

Rešavanjem homogenog dela  $i_{Lh}(t)$  i nalaženjem partikularnog rešenja  $i_{Lp}(t)$  jednačine (5) dolazi se do struje kalema u obliku:

$$i_L(t) = i_{Lp}(t) + i_{Lh}(t) = \frac{V_{IN} - V_S}{R_L + R_S} + K_1 e^{-\frac{R_L + R_S}{L}t} \quad (6)$$

Vraćanjem celokupnog rešenja u polaznu jednačinu i zamenom  $t \rightarrow 0 \Rightarrow i_L(t) = i_L(0)$  nepoznata konstanta je:

$$K_1 = i_L(0) - \frac{V_{IN} - V_S}{R_L + R_S} \quad (7)$$

pa je konačno rešenje struje kalema na kraju prvog dela prekidačke periode:

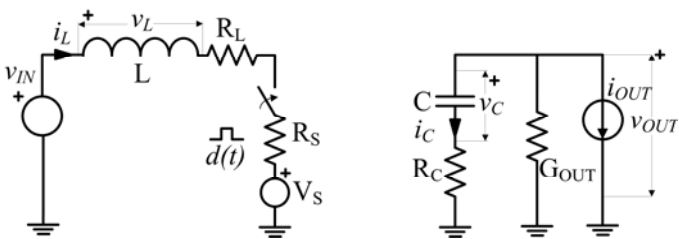
$$i_L(dT_S) = (i_L(0) - \frac{V_{IN} - V_S}{R_L + R_S})e^{-\frac{R_L + R_S}{L}dT_S} + \frac{V_{IN} - V_S}{R_L + R_S} \quad (8)$$

gde je  $i_L(0)$  vrednost struje kalema sa početka posmatranog intervala. Izlazni deo kola sa Sl 2. je opisan diferencijalnom jednačinom po naponu kondenzatora (4) ali se uz linearnu vezu:

$$v_{OUT}(t) = v_C(t) + R_C i_C(t) \quad (9)$$

transformiše u:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{G_{OUT}v_C(t)}{C(1 + R_C G_{OUT})} = -\frac{i_{OUT}}{C(1 + R_C G_{OUT})} \quad (10)$$



Slika 2. Izgled kola u prvom delu periode prekidanja.

Rešavanjem homogenog dela i određivanjem partikularnog rešenja dolazi se do jednačine koja opisuje napon kondenzatora na kraju posmatranog intervala:

$$v_C(dT_S) = (v_C(0) + \frac{i_{OUT}}{G_{OUT}})e^{-\frac{G_{OUT}}{C(1 + R_C G_{OUT})}dT_S} - \frac{i_{OUT}}{G_{OUT}} \quad (11)$$

gde je  $v_C(0)$  vrednost napona kondenzatora sa početka posmatranog intervala.

### B. Drugi deo periode prekidanja

Identičnom metodologijom kolo se rešava i za drugi podinterval (kada je prekidač isključen, a dioda provodi, Sl. 3.). Jednačine koje opisuju kolo su sada:

$$V_{IN} - (R_L + R_D)i_L(t) - V_D - L \frac{di_L(t)}{dt} - v_C(t) - R_C C \frac{dv_C(t)}{dt} = 0 \quad (12)$$

i:

$$i_C(t) = i_L(t) - G_{OUT}(v_C(t) + R_C i_C(t)) - i_{OUT} \quad (13)$$

Ako uvrstimo struju kalema iz (13) u jednačinu (12) dobija se nehomogena linearna diferencijalna jednačina drugog reda po naponu kondenzatora:

$$\frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + m_1 \frac{dv_C(t)}{dt} + m_2 v_C(t) = m_3 \quad (14)$$

gde su:

$$m_1 = \frac{C(R_L + R_D)(1 + G_{OUT}R_C) + LG_{OUT} + R_C C}{LC(1 + G_{OUT}R_C)} \quad (15)$$

$$m_2 = \frac{1 + G_{OUT}(R_L + R_D)}{LC(1 + G_{OUT}R_C)} \quad (16)$$

$$m_3 = \frac{V_{IN} - V_D - (R_L + R_D)i_{OUT}}{LC(1 + G_{OUT}R_C)} \quad (17)$$

parametri jednačine (14). Početni uslovi jednačine su napon kondenzatora  $v_C(dT_S)$  i struja kalema  $i_L(dT_S)$  na kraju prvog podintervala. Rešenje se sastoji iz rešenja pripadajuće homogene diferencijalne jednačine i iz partikularnog rešenja koje odgovara jednačini drugog reda [7]:

$$v_C(t) = v_{Cp} + v_{Ch} = \frac{m_3}{m_2} + e^{at}(A \cos(bt) + B \sin(bt)) \quad (18)$$

gde su:

$$a = -\frac{m_1}{2} \quad (19)$$

$$b = \frac{\sqrt{m_1^2 - 4m_2}}{2} \quad (20)$$

$$A = v_C(dT_S) - \frac{m_3}{m_2} \quad (21)$$

$$B = \frac{1}{C \cdot b} \left( \frac{i_L(dT_S)}{1 + G_{OUT}R_C} - \frac{v_C(dT_S)G_{OUT}}{1 + G_{OUT}R_C} - \frac{i_{OUT}}{1 + G_{OUT}R_C} \right) \quad (22)$$

smene uvedene zbog lakšeg praćenja jednačine (18). Zamenom vremenske promenljive u jednačinama (18)-(22) dobijamo željenu vrednost napona kondenzatora na kraju posmatranog intervala. Za izračunavanje struje kalema na kraju drugog dela periode prekidanja koristi se jednačina za izlazni deo pretvarača sa Sl.3.:

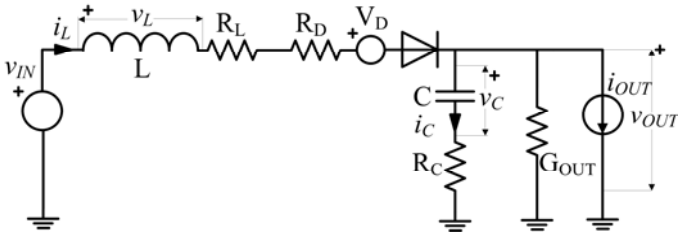
$$i_L(t) = (1 + R_C G_{OUT})i_C(t) + v_C(t)G_{OUT} + i_{OUT} \quad (23)$$

ali je prethodno potrebno odrediti struju kondenzatora diferenciranjem jednačine (18) prema:

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \quad (24)$$

$$i_C(t) = Ce^{at} [A \cos(bt)(Aa + Bb) + B \sin(bt)(Ba - Ab)] \quad (25)$$

Sada je moguće odrediti struju kalema iz jednačine (23) uz zamenu napona i struje kondenzatora iz (18) i (25).



Slika 3. Izgled kola u drugom delu periode prekidanja.

### C. Uprošćavanje modela

Poboljšanja sa stanovišta računarske složenosti mogu se dobiti korišćenjem Taylor-ovog razvoja. Primenom Taylor-ovog razvoja eksponencijalne, sinusne i kosinusne funkcije [7] iz (8), (11), (18), (25) i aproksimacijom koja odgovara vrednosti nezavisno promenljive  $x$  u okolini nule:

$$e^x \approx 1 + x \quad (26)$$

$$\sin(x) \approx x \quad (27)$$

$$\cos(x) \approx 1 \quad (28)$$

dobijaju se računski prostiji izrazi za veličine na kraju prvog podintervala:

$$v_C(dT_S) = v_C(0) \left( 1 - \frac{G_{OUT}}{C(1 + G_{OUT}R_C)} dT_S \right) - \frac{i_{OUT}}{C(1 + G_{OUT}R_C)} dT_S, \quad (29)$$

$$i_L(dT_S) = i_L(0) \left( 1 - \frac{R_L + R_S}{L} dT_S \right) + \frac{V_{IN} - V_S}{L} dT_S \quad (30)$$

i na kraju drugog podintervala u okviru periode prekidanja:

$$v_C(T_S) = \frac{m_3}{m_2} + [1 + a(1 - d)T_S] \cdot [A + Bb(1 - d)T_S] \quad (31)$$

$$i_L(T_S) = (1 + R_C G_{OUT})i_C(T_S) + v_C(T_S)G_{OUT} + i_{OUT} \quad (32)$$

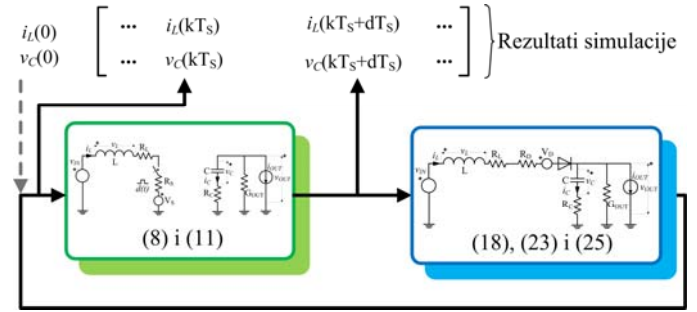
gde je:

$$i_C(T_S) = C[1 + a(1 - d)T_S] \cdot [Aa + Bb + b(1 - d)T_S(Ba - Ab)] \quad (33)$$

Parametri iz jednačina (29)-(33) su isti kao i u izvornom modelu (15)-(17) i (19)-(22).

### D. Rezultati simulacija

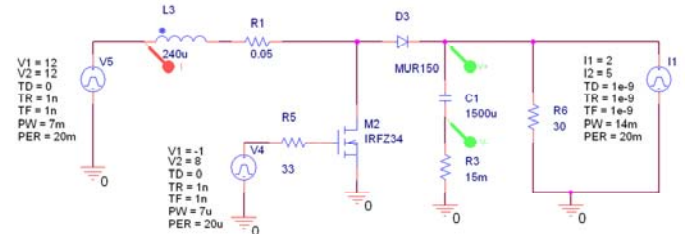
Grafički opis organizacije proceduralnog programa za simulaciju u *SciLab*-u je dat na Sl. 4. Početni uslov simulacije je nulto stanje iz koga se kreće (kondenzator i kalem su bez akumulisane energije). Na kraju svakog koraka dobijaju se dva para vrednosti – po jedan par za svaku promenu topologije kola: na početku periode prekidanja (kada se prekidač uključuje) i u trenutku  $kT_S + dT_S$  (kada se prekidač isključuje).



Slika 4. Tok simulacije između trenutaka promene topologije kola.

Kao referentni model upotrebljen je simulator kola *PSpice* i šema na Sl. 5, čija je studentska licenca dobijena uz literaturu [8]. Izvršeno je testiranje dve glavne osobine *boost* pretvarača koje se ne vide direktno u približnim modelima, a to su:

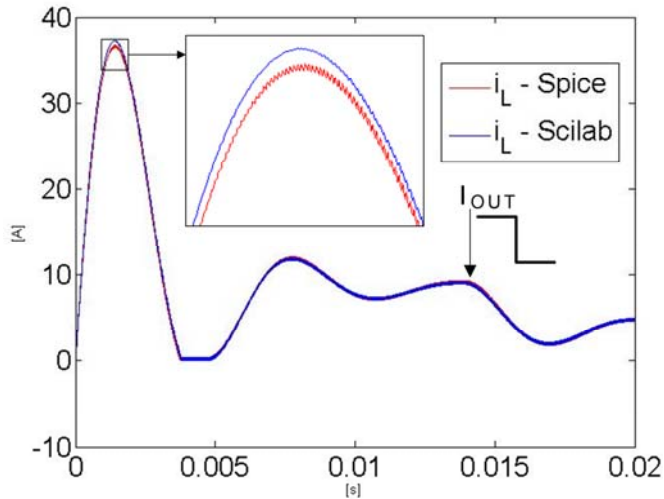
- Prelazak iz kontinualnog u diskontinualni načina rada,
- Identifikacija funkcije prenosa od upravljačke promenljive  $d$  do napona na kondenzatoru  $v_C$  kao funkcije prenosa neminimalne faze[9].



Slika 5. Referentna simulacija u studentskoj verziji programa *PSpice*.

Za parametre pretvarača sa Sl. 5. dobijeni rezultati su prikazani na Sl. 6., Sl. 7. i Sl. 8. Uočava se dobro slaganje modela i referentne simulacije. Manja odstupanja su posledica nepoznavanja svih parametara referentnog modela u *PSpice*-u.

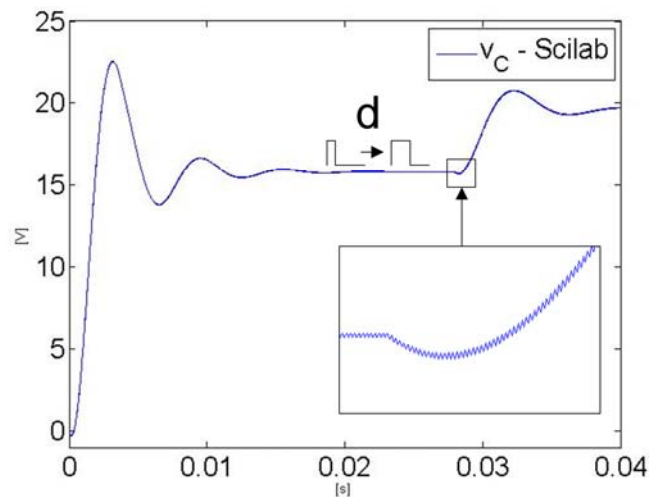
Na Sl. 6. se uočava slaganje odziva struje kalema pri prelasku iz kontinualnog u diskontinualni režim rada, kao i proces rasta struje pri uključenju pretvarača. Upotrebljen je originalni model opisan jednačinama (8), (11), (18), (23) i (25).



Slika 6. Promena struje kalema pri uključenju pretvarača i pri promeni izlaznog opterećenja – poređenje tačnog modela sa referentnom simulacijom.

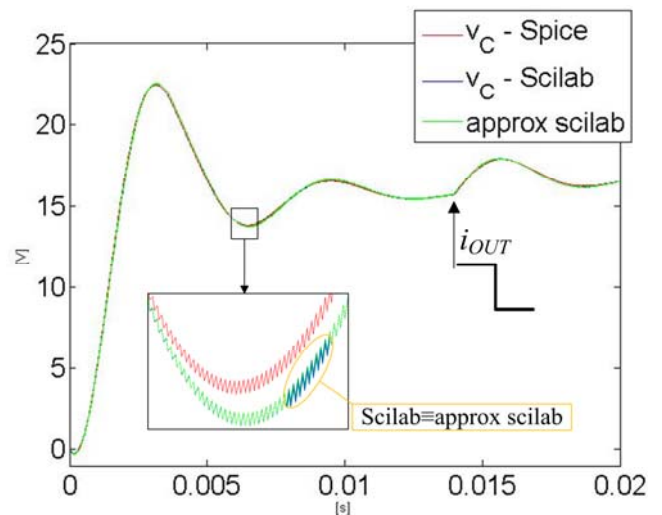
U svim simulacijama korišćeno je ispitivanje da li je vrednost struje kalema na kraju svake iteracije negativna. Ukoliko je rezultat na početku periode prekidanja ili u trenutku promene topologije kola negativan, dobijena vrednost je zamenjena nulom. Ovaj detalj predstavlja opis fizičke nelinearnosti u kolu da struja kalema ne može biti manje od nule. U slučajevima kada je struja jednaka nuli pretvarač ulazi u diskontinualni režim rada.

Od interesa je reprodukovati i privremeni negativni rast napona na kondenzatoru prilikom naglog skoka upravljачke promenljive  $d$ . Ova pojava se opisuje činjenicom da pri naglim promenama upravljачke promenljive struja kalema ne može isto tako skokovito promeniti vrednost zbog ograničenja konačnog nagiba (*slew rate* tip nelinearnosti). Usled ove pojave napon na kondenzatoru opada izvesno vreme sve dok struja kalema ne nadoknadi pad vrednosti struje diode uzrokovanog povećanjem faktora ispunе, tj. upravljачke promenljive  $d$ . Ova pojava je u modelima za mali signal opisana nulom u desnoj poluravni kompleksne  $s$  ravni funkcije prenosa od upravljачke promenljive do izlaznog napona. Zavisno od ostalih parametara *boost* pretvarača i povratne sprege, nula u desnoj poluravni funkcije prenosa od faktora ispunе do napona kondenzatora može uticati na stabilnost ukoliko se ne uzme u obzir prilikom projektovanja povratne sprege[9]. Uticaj konačne brzine promene struje kalema na izlazni napon je prikazan na Sl. 7. Uočava se da napon na kondenzatoru u trenutku promene faktora ispunе počinje da opada ali ubrzo menja znak promene i počinje da prati pozitivnu promenu upravljачkog ulaza  $d$ .



Slika 7. Promena napona na kondenzatoru pri skokovitoj promeni faktora ispunе – uticaj nule u desnoj poluravni kompleksne  $s$  ravni.

Sledeći test se odnosi na razliku između originalnog modela datog jednačinama (8), (11), (18), (23), (25) i uprošćenog modela opisanog jednačinama (29)-(33). Rezultati poređenja su prikazani na Sl. 8. Uočava se da je u ovom slučaju aproksimacija zadovoljavajuća i da su odzivi praktično identični.



Slika 8. Promena napona kondenzatora pri uključenju pretvarača i pri promeni izlaznog opterećenja - poređenje modela sa i bez Taylor-ovog razvoja sa referentnom simulacijom.

### III. ZAKLJUČAK

Iako se u početnom trenutku zahteva rešavanje diferencijalnih jednačina izvedeni model je tačan i u velikoj meri se slaže sa referentnim modelom. Granica između kontinualnog i diskontinualnog režima rada ga čini povoljnim za ispitivanje granice prelaska pri velikim poremećajima (promena potrošnje ili ulaznog napona).

Simulacija u proceduralnom jeziku je povoljna zbog lakog uvida u sve veličine pretvarača i laku sledljivost promene rezultata usled promene parametara. Moguće je korišćenje i na *embedded* platformama u cilju formiranja nelinearnog opserversa pretvarača u upravljačkim strukturama ali u tom slučaju veliki hardverski resursi koje zahtevaju eksponencijalna i trigonometrijske funkcije iz jednačina modela otežavaju primenu. Iz tog razloga je i prikazano uprošćavanje Taylorovim razvojem (29) - (33) kako bi se smanjio potreban broj ciklusa za izvršenje algoritma.

#### LITERATURA

- [1] [www.plexim.com](http://www.plexim.com)
- [2] [www.scilab.org](http://www.scilab.org)
- [3] [www.gnu.org/software/octave](http://www.gnu.org/software/octave)
- [4] Burkhard, R., "Is it Now Time to Establish Visualization Science as a Scientific Discipline?," *Information Visualization, 2006. IV 2006. Tenth International Conference on*, vol., no., pp.189,194, 5-7 July 2006.
- [5] Husna, A. W N; Siraj, S.F.; Mat, M. H., "Effect of Load Variations in DC-DC Converter," *Computational Intelligence, Modelling and Simulation (CIMSIM), 2011 Third International Conference on*, vol., no., pp.394,398, 20-22 Sept. 2011.

- [6] Arthur R. Brown and R.D.Middlebrook, "Sampled-Data modeling of switching regulators", IEEE Power Electronics Specialists conference, 1981 Record, pp 349- 369, June 1981.
- [7] Milan Merkle, *Matematička analiza: Pregled teorije i zadaci*, treće izdanje, Akademska misao, Beograd, 2001.
- [8] Adel S. Sedra, Kenneth C. Smith, *Microelectronic circuits*, 5th ed. New York, Oxford, Oxford University press, 2004.
- [9] Milić R. Stojić, *Kontinualni sistemi upravljanja*, četvrto dopunjeno izdanje, Naučna knjiga, Beograd, 1985.

#### ABSTRACT

This paper presents methodology for obtaining nonlinear dynamical model of a boost converter. In the first part of the paper equations of boost converter with parasitic components are given, while second part presents results of simulation compared with reference design (*PSpice*). The presented model is useful in power converter design process as well as power electronics education.

#### **THE DYNAMIC MODEL OF THE BOOST CONVERTER DESIGNED FOR PROCEDURAL PROGRAMMING LANGUAGES**

Milan Baltić, Milan Ponjavić