

Metoda stohastičkog merenja parametara Gausovog šuma dvobitnim fleš A/D konvertorom

Platon Sovilj, Dragan Pejić, Bojan Vujičić, Marjan Urekar, Nemanja Gazivoda

Departman za energetiku, elektroniku i telekomunikacije

Fakultet tehničkih nauka

Novi Sad, Srbija

platon@uns.ac.rs, pejicdra@uns.ac.rs, bojanvuj@uns.ac.rs, marjanurekar@gmail.com, nemanjagazivoda@uns.ac.rs

Sadržaj— U radu je predstavljena primena pristupa stohastičkog merenja snage i efektivne vrednosti Gausovog šuma. Predložena struktura instrumenta se zasniva na dva dvo-bitna flash analogno-digitalna (A/D) konvertora i na akumulaciji proizvoda diterovanog šuma. Izvedeni su teorijski izrazi za predviđanje merne nesigurnosti. Izvršene simulacije pokazuju validnost predložene metode i njenu nisku merne nesigurnosti, čak i na relativno niskim frekvencijama odabiranja.

Ključne reči – digitalna merenja; stohastički procesi; merna nesigurnost; merenje šuma;

I. UVOD

Uobičajeni pristup u diskretnim digitalnim merenjima [1,2] je da se dobije precizna digitalna vrednost intenziteta signala u odabranom vremenskom trenutku. Merna nesigurnost se procenjuje primenom teorije diskretnih signala i sistema, koja se oslanja na algebarske proračune [3]. Alternativni pristup, "stohastičko merenje na intervalu" [4], je istražen u trima oblastima: merenjima koja zahtevaju visoku preciznost i linearnost [5-7], merenjima brzih signala i merenjima zašumljenih signala [8,9]. Brojne simulacije, prototipski instrumenti i eksperimenti su dokazali metrološku primenljivost stohastičkog pristupa [4-9].

Šum je veoma neželjen faktor u preciznim postupcima kalibracije, telekomunikacijama, biomedicinskim merenjima, istraživanjima svemira itd. [10-14]. Ovo posebno važi za merenja i upravljanje na osnovu detekcije nule. S druge strane, postoje i aplikacije koje zahtevaju detekciju i precizno merenje signala koji po nekim parametrima izgledaju kao šum. Na primer, najnovija tehnologija na grafenu zasnovanih hemijskih i bioloških senzora [15-18] se zasniva na merenju niskofrekventnog šuma. U ovim slučajevima, precizno merenje šuma je od velike važnosti.

Ovaj rad prikazuje primenu "stohastičkog merenje na intervalu" u metodi razvijenoj u svrhu merenja parametara Gausovog šuma. Nakon prikaza modela instrumenta, u kom je metoda implementirana, dati su i analizirani teorijski i simulacioni rezultati primene metode.

II. MODEL INSTRUMENTA

Model instrumenta za merenje snage šuma sa 2-bitnim fleš A/D konvertorima, zasnovanog na stohastičkom merenju na

intervalu, prikazan je na slici 1. Instrument nema *sample-and-hold* kola na ulazu, ali uključuje operacione pojačavače koji rade kao brzi komparatori, čiji izlazi mogu biti -10V ili +10V. Ovi naponski nivoi su ograničeni na 0V i 5V preko kola za ograničavanje nivoa (LL), prikazanih na slici 2. Na taj način, svaki A/D konvertor se sastoji od dva komparatora i dva LL kola, kao što je prikazano isprekidanim linijama na slici 1.

Inherentno velika greška kvantizacije 2-bitne A/D konverzije je praktično eliminisana analognim sabiranjem dva slučajna nekorelisana deterska signala h_1 i h_2 sa ulaznim šumom s , kao i sa usrednjavanjem proizvoda $\Psi = \Psi_1 \cdot \Psi_2$ [4]. Promenljive Ψ_1 i Ψ_2 su digitalizovani odbirci izraženi kao:

$$\Psi_i = (b_{i1} - b_{i2}) \cdot 2g \quad (1)$$

gde je g prag, $b_{i1}, b_{i2} \in \{0,1\}$ su A/D izlazi i $i = 1,2$. Gornji brojač na slici 1 izvršava akumulaciju Ψ na intervalu merenja, dok donji brojač broji broj odbiraka N . Na kraju svakog intervala merenja, akumulisane vrednosti se prosleđuju ka PC-u na uprosečavanje i skaliranje. Brojači se potom resetuju, omogućavajući da se merenje ponovo izvrši. Da bi se ovo merenje ispravno izvršavalo, šum s treba da bude unutar ulaznog opsega instrumenta $\pm 2g$ a deterski signali h_1 i h_2 bi trebalo da se skaliraju u odnosu na prag g , tj. da sledeći uslovi budu ispunjeni [4-9]:

$$|s| \leq 2g, |h_i| \leq g, |s + h_i| \leq 3g; (i = 1,2) \quad (2)$$

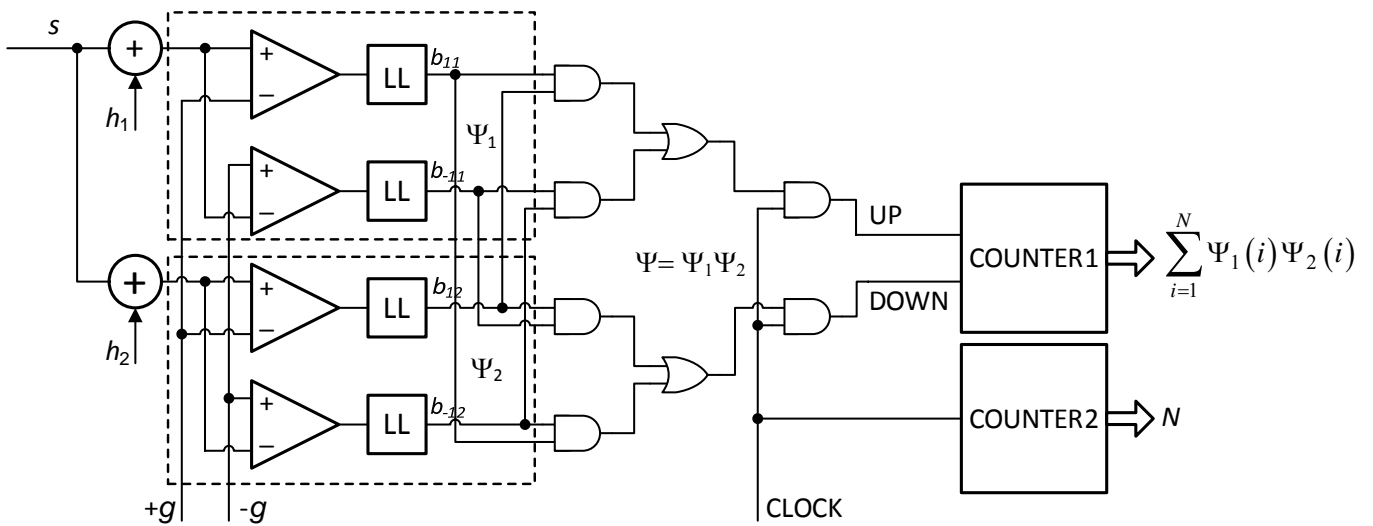
III. TEORIJSKI REZULTATI

Zbog velike brzine implementiranih elektronskih komponenti i posledično velikog broja uzoraka unutar vremenskog intervala merenja, statistička teorija uzoraka i Centralna granične teorema se mogu primeniti. Slično instrumentima za merenje efektivne vrednosti [5-7], prosečna snaga šuma se dobija kao:

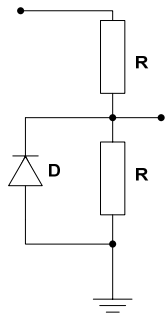
$$\overline{s^2} \approx \overline{\Psi} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \Psi_1(i) \cdot \Psi_2(i) \quad (3)$$

gde je $\overline{\Psi}$ prosečna vrednost proizvoda $\Psi = \Psi_1 \cdot \Psi_2$. Ispitajmo $\overline{\Psi}$ u idealnom slučaju sa beskonačno mnogo uzoraka. Sada je Ψ slučajna promenljiva:

Ovaj rad je podržan od strane Pokrajinskog sekretarijata za nauku i tehnološki razvoj AP Vojvodine u sklopu projekta br. 114-451-2723 i od strane Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije u sklopu projekta TR-32019.



Slika 1. Model stohastičkog instrumenta sa 2-bitnim fleš A/D konvertorima.



Slika 2. Električno kolo ograničavača nivoa (LL)..

$$\bar{\Psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi \cdot dP_{\Psi} \quad (4)$$

gde je dP_{Ψ} infinitezimalna verovatnoća da je proizvod Ψ jednak određenoj vrednosti, koja se može predstaviti kao proizvod infinitezimalnih verovatnoća njenih faktora:

$$dP_{\Psi} = dP_{h_1} dP_{h_2} dP_s \quad (5)$$

Faktori iz (5) su:

$$dP_{h_1} = \frac{1}{2g} dh_1, \quad dP_{h_2} = \frac{1}{2g} dh_2, \quad dP_s = p(s) ds \quad (6)$$

Kako su h_1 , h_2 i s međusobno nekorelisani, zamenjujući (5) i (6) u (4) dobijamo:

$$\bar{\Psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} p(s) ds \int_{-g}^g \frac{\Psi_1}{2g} dh_1 \int_{-g}^g \frac{\Psi_2}{2g} dh_2 \quad (7)$$

Za 2-bitne A/D konvertore sa slike 1, unutrašnji integrali su:

$\int_{-g}^g \frac{\Psi_i}{2g} dh_i = s$, ($i=1,2$), što daje $\bar{\Psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2 p(s) ds = \overline{s^2}$, a to je srednja snaga šuma. Stoga, efektivna vrednost šuma je:

$$s_{RMS} = \sqrt{\bar{\Psi}} = \sqrt{\overline{s^2}} \quad (8)$$

Za procenu merne nesigurnosti, prvo je potrebno odrediti treći centralni momenat greške [19,20]:

$$M_3 = \overline{(e - \bar{e})^3} \quad (9)$$

U svakom trenutku odabiranja, proizvod Ψ se sastoji od kvadrata signala s^2 i greške e :

$$\Psi = s^2 + e \quad (10)$$

Uzimajući u obzir da su s^2 i e stohastički nezavisne promenljive, i da važi $\bar{\Psi} = \overline{s^2 + e}$ i (3), srednja greška za beskonačno veliki broj odabiraka je nula ($\bar{e} = 0$). Stoga $\overline{(e - \bar{e})^3} = \overline{e^3}$ i treći centralni momenat greške [19,20] postaju:

$$M_3 = \overline{e^3} = \int_{e_{\min}}^{e_{\max}} e^3 p(e) de \quad (11)$$

U svakom trenutku odabiranja, kao rezultat dvobitnog odabiranja, promenljive Ψ_1 i Ψ_2 mogu da se menjaju intervala $[-2g, 2g]$. Kako je $\Psi = \Psi_1 \cdot \Psi_2$ greška e se nalazi unutar intervala

$[-4g^2, 4g^2]$ i (11) postaje:

$$M_3 \leq \int_{-4g^2}^{4g^2} |e^3| p(e) de = \int_{-4g^2}^{4g^2} (4g^2)^3 p(e) de = 64g^6 \quad (12)$$

S obzirom da je treći centralni momenat konačan, Centralna granična teorema se može primeniti [19,20] i varijansa srednje greške iznosi:

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{N} \quad (13)$$

gde je σ_e^2 varijansa greške digitalizovanog odbirka za beskonačan broj odbiraka, a N je broj odbiraka na vremenskom intervalu merenja.

Kako su s^2 i e međusobno stohastički nezavisne promenljive u $\Psi = s^2 + e$, njihove varijanse su povezane na sledeći način:

$$\sigma_\Psi^2 = \sigma_{s^2}^2 + \sigma_e^2 \quad (14)$$

Pogledajmo varijansu proizvoda Ψ , koji predstavlja "srednju vrednost kvadrata minus kvadrat srednjih vrednosti" [19,20]:

$$\sigma_\Psi^2 = \overline{\Psi^2} - \overline{\Psi}^2 \quad (15)$$

Srednja vrednost kvadrata je određena u domenu verovatnoća kao:

$$\overline{\Psi^2} = \int_{-2g}^{2g} p(s) ds \int_{-g}^g \frac{\Psi_1^2}{2g} dh_1 \int_{-g}^g \frac{\Psi_2^2}{2g} dh_2 \quad (16)$$

Promenljive Ψ_1^2 i Ψ_2^2 se mogu izraziti kao $\Psi_i^2 = 2g \cdot |\Psi_i|$ gde je $i=1,2$. Stoga:

$$\overline{\Psi^2} = \int_{-2g}^{2g} p(s) ds \int_{-g}^g (2g) \frac{|\Psi_1|}{2g} dh_1 \int_{-g}^g (2g) \frac{|\Psi_2|}{2g} dh_2 \quad (17)$$

$$\overline{\Psi^2} = (2g)^2 \overline{|s|^2} = (2g)^2 \overline{s^2}$$

Zamenjujući (17) i (3) u (15), dobija se:

$$\sigma_\Psi^2 = \overline{\Psi^2} - \overline{\Psi}^2 = (2g)^2 \cdot \overline{s^2} - \overline{s^2}^2 \quad (18)$$

Varijansa snage šuma s^2 je ponovo "srednja vrednost kvadrata minus kvadrat srednjih vrednosti", što daje:

$$\sigma_{s^2}^2 = \overline{s^4} - \overline{s^2}^2 \quad (19)$$

Kombinujući (14), (18) i (19) varijansa greške jednog digitalizovanog odbirka je:

$$\sigma_e^2 = \sigma_\Psi^2 - \sigma_{s^2}^2 = (2g)^2 \cdot \overline{s^2} - \overline{s^4} \quad (20)$$

i, prema (13), varijansa srednje greške je:

$$\sigma_e^2 = \frac{(2g)^2 \cdot \overline{s^2} - \overline{s^4}}{N} \quad (21)$$

Konačno, relativna merna nesigurnost za snagu šuma se dobija kao:

$$\gamma = \frac{\sigma_e}{s^2} \quad (22)$$

Izraz za relativnu mernu nesigurnost efektivne vrednosti šuma se dobija iz (22) uzimajući u obzir relaciju između snage ($\overline{s^2}$), efektivne vrednosti (s_{RMS}) i njihovih nesigurnosti.

$$\overline{s^2} = P \cdot (1 + \gamma) \quad (23)$$

$$\sqrt{\overline{s^2}} = \sqrt{P} \cdot (1 + \varepsilon) \quad (24)$$

Kvadriranje obe strane jednačine (24) i dalje razvijanje daje:

$$\overline{s^2} = P \cdot (1 + \varepsilon)^2 = P \cdot (1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2) \quad (25)$$

Kako je ε mnogo manje od 1, ε^2 se može zanemariti u (25). Stoga, poredeći (23) i (25), $\varepsilon \approx \gamma/2$.

Konačno, relativna merna nesigurnost za efektivnu vrednost šuma se dobija kao:

$$\varepsilon \approx \frac{\sigma_e}{2s^2} \quad (26)$$

Razmotrimo situaciju u kojoj je mereni šum nepolarisan, $\overline{s} = 0$. Tada, njegova varijansa predstavlja srednju snagu: $\sigma^2 = \overline{s^2}$.

Za nepolarisani Gausov šum, prema [19,20] važi $\overline{s^4} = 3\sigma^4$, tako da varijansa, definisana sa (21), postaje:

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma^2 \left[(2g)^2 - 3\sigma^2 \right]}{N} \quad (27)$$

Primenjujući aproksimaciju Tejlorovog reda $\sqrt{1+x} \approx 1+x/2$, standardna devijacija je:

$$\sigma_e = \frac{\sigma \cdot 2g}{\sqrt{N}} \sqrt{1 - \frac{3\sigma^2}{(2g)^2}} \approx \frac{\sigma \cdot 2g}{\sqrt{N}} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\sigma}{2g} \right)^2 \right] \quad (28)$$

Stoga, prema (22) i (28):

$$\gamma = \frac{2g}{\sigma \cdot \sqrt{N}} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\sigma}{2g} \right)^2 \right] \quad (29)$$

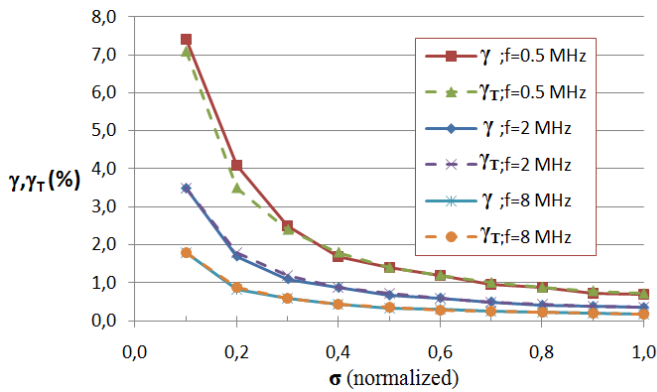
i

$$\varepsilon \approx \frac{\gamma}{2} = \frac{g}{\sigma \cdot \sqrt{N}} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\sigma}{2g} \right)^2 \right] \quad (30)$$

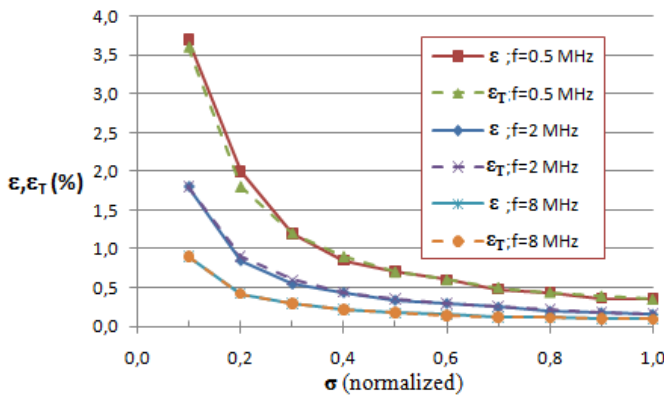
Može se videti da relativna merna nesigurnost zavisi od intenziteta šuma σ i parametara instrumenta g i N . Niža merna nesigurnost se postiže preko velikog broja uzoraka, dobijenog višim frekvencijama odabiranja i / ili dužim vremenskim intervalom merenja.

IV. SIMULACIONI REZULTATI

Merenja snage i efektivne vrednosti šuma uz pomoć predloženog stohastičkog pristupa su verifikovana putem simulacije. Trajanje intervala merenja je 1s, ulazni opseg A/D konvertora je $\pm 1V$, a frekvencija odabiranja je postavljena na 0.5 MHz, 2 MHz ili 8 MHz. U prvoj simulacionoj postavci, maksimalna amplituda šuma je savršeno odgovarala opsegu instrumenta: $5\sigma = 2g = 1V$ [19,20]. Ova tačka je korišćena za normalizaciju standardne devijacije ulaznog šuma, σ . U uzastopnim simulacionim postavkama, σ je svaki put redukovana za po 10%.



Slika 3. Merenje snage šuma – simulaciona i teorijska relativna merna nesigurnost (γ i γ_T) poređena sa normalizovanom σ .



Slika 4. Merenje efektivne vrednosti šuma – simulaciona i teorijska relativna merna nesigurnost (ϵ i ϵ_T) poređena sa normalizovanom σ .

Čak i kada su svi parametri nepromenjeni, svaka pojedinačna simulacija je malo drugačiji, zbog stohastičke prirode šuma s i diuerskih signala h_1 i h_2 . Stoga, u cilju dobijanja statistički validnih rezultata, 200 pojedinačnih simulacija je urađeno za svaki set parametara, i izvršena je naknadna statistička analiza rezultata. Prosečna vrednost iz skupa od 200 simulacija predstavljena je jednom tačkom u slikama 3 i 4.

Relativna merna nesigurnost snage šuma, γ , je potom poređena sa teorijskom vrednošću, γ_T , izračunatom iz (29). Promene γ i γ_T , u procentima, u odnosu na normalizovano σ su prikazane na slici 3. Promene relativne merne nesigurnosti za

efektivnu vrednost, ϵ i ϵ_T , u procentima u odnosu na normalizovano σ su prikazane na slici 4. Prosečna vrednost iz skupa od 200 simulacija je poređena sa teorijskom vrednošću izračunatom iz (30).

Na slikama 3 i 4 se uočava očekivani pad nesigurnosti sa porastom frekvencije odabiranja, kao i sa povećanjem standardne devijacije šuma, σ . Slaganje simuliranih i teorijski predviđenih nesigurnosti je veoma dobro, što potvrđuje validnost predložene metode.

V. ZAKLJUČAK

U radu je prikazana primena pristupa stohastičkog digitalnog merenja, u merenju snage i efektivne vrednosti šuma. Instrument je vrlo jednostavan, i zahvaljujući korišćenju 2-bitnim flash A/D konvertora, omogućava veoma veliku frekvenciju odabiranja. Izrazi za relativne merne nesigurnosti su izvedeni primenom statističke teorije uzoraka i Centralne granične teoreme. Rezultati simulacija pokazuju veoma dobro slaganje sa vrednostima izračunatim iz teorijskih formula, potvrđujući predvidljivu mernu nesigurnosti predloženog pristupa, pri čemu se merna nesigurnost može dodatno smanjiti povećanjem brzine odabiranja.

LITERATURA

- [1] G. D'Antona and A. Ferrero, "Digital Signal Processing for Measurement Systems: Theory & Applications", Springer-Verlag, 2006.
- [2] T. S. Rathore, "Digital Measurement Techniques", CRC Press, 2003.
- [3] S.M. Kay, "Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory", Vol. I, 1st ed., pp. 27-82, New Jersey: Prentice Hall PTR, 1993.
- [4] V. Vujičić, I. Župunski, Z. Mitrović and M. Sokola, "Measurement in a Point Versus Measurement Over an Interval", *Proc. of the IMEKO XIX World Congress*; Lisbon, Portugal, Sep. 2009, pp. 1128-1132 no. 480.
- [5] V. Vujičić, S. Milovančev, M. Pešaljević, D. Pejić and I. Župunski, "Low Frequency Stochastic True RMS Instrument," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 48, pp.467-470, Apr. 1999.
- [6] D. Pejić and V. Vujičić, "Accuracy Limit of High-Precision Stochastic Watt-hour Meter," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 49, pp. 617-620, June 2000.
- [7] V. Vujičić, "Generalized Low Frequency Stochastic True RMS Instrument", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 50, pp. 1089-1092, Oct. 2001.
- [8] B. Santrač, M. Sokola, Z. Mitrović, I. Župunski and V. Vujičić, "A Novel Method for Stochastic Measurement of Harmonics at Low Signal-to-Noise Ratio", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 58, pp. 3434-3441, Oct. 2009.
- [9] P. Sovilj, S. Milovančev and V. Vujičić, "Digital Stochastic Measurement of a Nonstationary Signal With an Example of EEG Signal Measurement", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 60, pp. 3230-3232, Sept. 2011.
- [10] Gabriel Vasilescu, "Electronic Noise and Interfering Signals: Principles and Applications", Springer, 2004.
- [11] H. W. Ott, "Noise Reduction Techniques in Electronic Systems", John Wiley & Sons, 1988.
- [12] G. Kennedy, B. Davis, S. R. M. Prasanna, "Electronic Communication Systems", 5th ed, McGraw-Hill, 2011.
- [13] P. J. Fish, "Electronic Noise and Low Noise Design", Macmillan Press, 1993.
- [14] A. P. G. Peterson, "Handbook of Noise Measurement", General Radio Company; 9th ed, 1980.
- [15] Z. G. Djurić, I. M. Jokić, and A. Peleš, "Highly Sensitive Graphene-based Chemical and Biological Sensors with Selectivity Achievable Through Low-frequency Noise Measurement – Theoretical Considerations", *MIEL 2014*; Belgrade, May 2014.

- [16] Z. Djurić, I. Jokić, and A. Peleš, "Fluctuations of the Number of Adsorbed Molecules due to Adsorption-desorption Processes Coupled with Mass Transfer and Surface Diffusion in Bio/chemical MEMS Sensors", *Microelectronic Engineering*, Vol. 124, pp. 81-85, Elsevier, 2014.
- [17] Z. Djurić, I. Jokić, and K. Radulović, "Resonant Frequency and Phase Noise of Nanoelectromechanical Oscillators Based on Two-dimensional Crystal Resonators", *EUROSENSORS 2014*, XXVIII edition of the conference series, pp. 1-4, *Procedia Engineering*, Elsevier.
- [18] V. Vujičić, A. Radonjić, B. Vujičić, Ž. Beljić, "Stochastic Measurement of the Spectral Power Density of Low-frequency Noise Generated by Graphene-based Chemical and Biological Sensors – Case Study", *Proceedings of IcETRAN 2014*, pp. ML11.4-1-3, *ETRAN*, 2014.
- [19] A. Papoulis, "Probability, Random Variables and Stochastic Processes", *Mcgraw-Hill College*; 3rd edition, 1991.
- [20] J. Rice, "Mathematical Statistics and Data Analysis", *Duxbury Press*; 2nd edition, 1995.

ABSTRACT

The paper presents an application of the stochastic measurement approach for power and true RMS of Gaussian noise. The proposed instrument structure is based on two two-bit flash analog-to-digital (A/D) converters and on accumulation of the product of the dithered noise. Theoretical expressions for predicting measurement uncertainty are derived. Performed simulations prove the validity of the proposed method and its low measurement uncertainty, even at a relatively low sampling rate.

METHOD OF STOCHASTIC MEASUREMENT OF GAUSSIAN NOISE PARAMETERS USING TWO-BIT FLASH A/D CONVERTERS

Platon Sovilj, Dragan Pejić, Bojan Vujičić, Marjan Urekar, Nemanja Gazivoda