

# Примена модификованог релејног експеримента на систему са два резервоара у циљу његове карактеризације и пројектовање оптималног ПИД регулатора

Завиша Гордић, Бранко Лукић, Младен Лазаревић

Студенти другог степена студија (мастер)

Електротехнички факултет,

Универзитет у Београду, Србија

zavisa89@gmail.com, brankolukic1@gmail.com, mladenmlazarevic@gmail.com

*Садржај— У раду ће бити изложена практична примена методе модификованог релејног експеримента у циљу одређивања критичне учестаности  $\omega_c$ , критичног појачања  $k_u$ , и угла тангенте  $\phi$  на Никвистову криву у критичној тачки на лабораторијској поставци система са два резервоара. На основу процењених вредности  $k_u$ ,  $\omega_c$ ,  $\phi$  и појачања процеса у номиналном режиму рада  $G_p(s)$  добијена је карактеризација процеса и одређен оптимални ПИД регулатор за управљање нивоа течности у резервоарима.*

*Кључне речи— модификовани релејни експеримент; фреквенцијски домен; ПИД регулатор;*

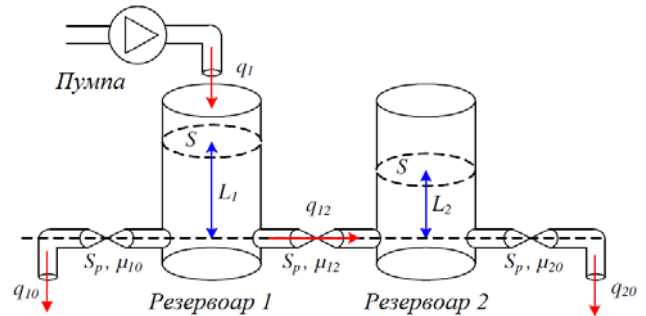
## I. УВОД

Поуздане процене критичне учестаности  $\omega_c$  и критичног појачања  $k_u$  процеса  $G_p(s)$  представљају важне информације у циљу динамичке карактеризације процеса и подешавања параметар регулатора. Ово су први уочили Зиглер и Николс (Ziegler-Nichols) 1942 године [1], а унапређење њихове методе дали су Остром и Хеглунд (Åström и Hägglunda) 1984 године [2]. Ова модификација је позната као конвенционални релејни експеримент (КР), тј. метод генерисања стабилних осцилација. Фактори који утичу на тачност процене  $\omega_c$  и  $k_u$  применом КР су: недовољно исфилтрирани виши хармоници од стране процеса, присуство поремећаја оптерећења  $d$  и мерног шума  $n$ . Утицај неисфилтрираних виших хармоника на тачност  $\omega_c$  и  $k_u$  је отклоњен у [3] применом модификованог релеја (МР). Сви наведени недостатци који утичу на тачност процене  $\omega_c$  и  $k_u$  су отклоњени применом адаптивног филтра АФ типа пропусника опсега [4],[5].

У раду ће бити изложена примена модификованог релејног експеримента са адаптивним филтром типа пропусника опсега (МР-АФ) експеримента на систему у коме се управља нивоом течности у резервоарима. Овакви системи се могу пронаћи у водопривреди, петро-хемијској

индустрији, у индустрији производње папира и уопште где је одржавање нивоа течности од интереса.

Тестирани систем се састоји од резервоара који су повезани помоћу цеви и то тако да једна цев спаја резервоар 1 и 2, а по једна цев из сваког резервоара одводи течност у спољашњу средину. На цевима постоје вентили који утичу на проток у зависности од отворености. На Сл. 1 је приказана и пумпа која пуни први резервоар и на основу тога врши промену нивоа у другом резервоару.



Слика 1. Шематски приказ система са два резервоара.

Математички модел овог система произилази из динамике флуида, тј. из Торичелијевог закона протока.

Ако се са  $Q_1$  означи укупан проток у првом резервоару, а са  $Q_2$  укупан проток у другом резервоару и како важи  $Q_i = S dL_i / dt$ , где је  $Q_i$  укупан проток  $i$ -тог резервоара, тако да је

$$Q_1 = S \frac{dL_1}{dt} = q_1 - q_{12} - q_{10} \quad (1)$$

$$Q_2 = S \frac{dL_2}{dt} = q_{12} - q_{20} \quad (2)$$

Где је  $L_i$  ниво у  $i$ -том резервоару,  $S$  попречни пресек резервоара, а  $q_{ij}$  тренутни протоци

$$q_{12} = \mu_{12} S_p \operatorname{sgn}(L_1 - L_2) \sqrt{g |L_1 - L_2|} \quad (3)$$

$$q_{10} = \mu_{10} S_p \sqrt{2gL_1} \quad (4)$$

$$q_{20} = \mu_{20} S_p \sqrt{2gL_2} \quad (5)$$

где је  $q_{12}$  проток из првог у други резервоар, а  $q_{10}$  и  $q_{20}$  представљају протоке из резервоара 1 и 2 респективно у спољашњу средину. Ако се узме  $\dot{x}_i = dL_i/dt$  и ако је  $C_{ij} = \sqrt{2g\mu_{ij}S_p}/S$ , на основу једначина (1)-(5) добија се математички модел

$$\dot{x}_1 = -C_{12} \operatorname{sgn}(x_1 - x_2) \sqrt{|x_1 - x_2|} - C_{10} \sqrt{x_1} + \frac{u}{S} \quad (6)$$

$$\dot{x}_2 = C_{12} \operatorname{sgn}(x_1 - x_2) \sqrt{|x_1 - x_2|} - C_{20} \sqrt{x_2} \quad (7)$$

Вредности константи модела (6)-(7) дате су у табели 1.

ТАБЕЛА 1. ВРЕДНОСТИ ПАРАМЕТАРА НЕЛИНЕАРНОГ МОДЕЛА

Параметар	$S$ [m <sup>2</sup> ]	$S_p$ [m <sup>2</sup> ]	$g$ [m/s <sup>2</sup> ]	$\mu_{12}$	$\mu_{10}$	$\mu_{20}$
Вредност	0,0154	$4 \cdot 10^{-5}$	9,81	0,68	0	0,43

Модел (6)-(7) не обухвата транспортно кашњење флуида у цевима као и другу немоделирану динамику пумпи, вентила итд. [6]. Због ових недостатака адекватно пројектовање одређене класе регулатора а поготову оптималних било би немогуће. Мотивација за овај рад је та да се формира модел који ће обухватити комплетну динамику у околини номиналног режима рада тестираног система. На овај начин могуће је одредити оптимални ПИД регулатор [7]-[9] за управљање нивоом течности у резервоарима.

Усвојен је модел процеса [7]

$$G_m(s) = \frac{A\omega_u e^{-\tau s}}{s^2 + \omega_u^2 - A\omega_u e^{-\tau s}} \frac{1}{k_u} \quad (8)$$

где су:  $\omega_u$ -критична учестаност,  $k_u$ -критично појачање и  $\tau = \varphi/\omega_u$  укупно транспортно кашњење тестираног система. Одређивање параметра  $A = \omega_u k_u G_p(0)/(1 + k_u G_p(0))$  [7] захтева додатно мерење статичког појачања процеса  $G_p(0)$  у номиналном режиму рада.

Како би се мерењем одредио угао  $\varphi$  биће примењена метода тангенте из [7]

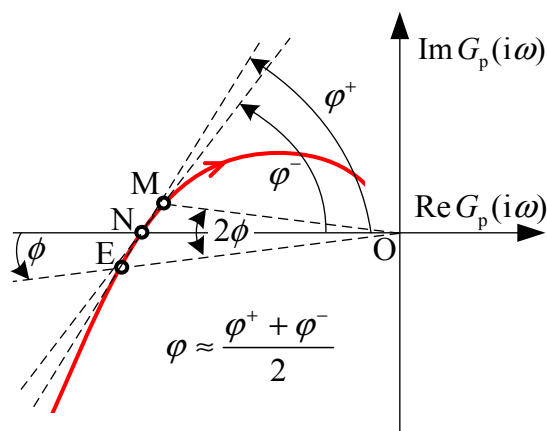
$$\varphi^\pm = \arctan\left(\frac{\rho^\pm \sin \phi^\pm}{\rho^\pm \cos \phi^\pm - 1}\right), \quad 0 < \varphi^\pm < 2\pi \quad (9)$$

где су  $\rho^\pm = \frac{k_u}{k_u^\pm}$ ,  $\phi^+ = \phi$ ,  $\phi^- = -\phi$ ,  $\phi > 0$  и  $k_u^\pm = 1/|G_p(i\omega_u^\pm)|$

као што је приказано на Сл. 2. Угао  $\varphi$  процењује се по формули  $\varphi = (\varphi^+ + \varphi^-)/2$ .

## II. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

Метода МР-АФ омогућава да се мерењем добију процене амплитудско-фреквенцијске карактеристике за било коју тачку Никвистове криве. Метода тангенте захтева познавање вредности критичне учестаности и



Слика 2. Тангента на Никвистову криву у критичној тачки.

критичног појачања у најмање две тачке, али због ефикасније процене уз додатно мерење се користе три тачке као на Сл.2. У овом експерименту су коришћене тачке  $\arg\{G_n(i\omega_u^+)\} = -180^\circ + \phi$ ,  $\arg\{G_p(i\omega_u)\} = -180^\circ$  и тачка  $\arg\{G_p(i\omega_u^-)\} = -180^\circ - \phi$ . Искусствено је усвојено  $\phi = \pi/18 = 10^\circ$  да би се направила адекватна разлика између мерених величина у односу на присутни шум мерења.

Процена параметара врши се побуђивањем система простопериодичним сигналом у номиналном режиму рада. Амплитуда тест сигнала треба да буде довољно велика да изазове осцилације нивоа течности које би биле квалитетно мерљиве у односу на мерни шум. Са друге стране, потребно је да амплитуда тест сигнала буде довољно мала да би тестирани систем у околини номиналног режима рада остао практично линеаран. Искусствено је одабрана амплитуда тест сигнала  $4/\pi \cdot 10\%$  вредности номиналног управљања.

За процену жељених тачака Никвистове криве експеримент је текао тако да је прво систем био у номиналном режиму нивоа течности у резервоару од 0,2 m, затим је укључена метода МР-АФ са задатим аргументом на Никвистовој кривој  $\arg\{G_p(i\omega_u^+)\} = -170^\circ$ . После успостављања устаљених осцилација, ручно је извршен прелаз на вредност  $\arg\{G_n(i\omega_u)\} = -180^\circ$ . Слично је учињено и последње мерење за  $\arg\{G_p(i\omega_u^-)\} = -190^\circ$ .

Обрадом добијених резултата приказаних на Сл. 3-5 са елементарним усредњавањем мерених величина на одговарајућем интервалу времена и коришћењем теорије претходног поглавља добијени су резултати дати у табелама 2 и 3.

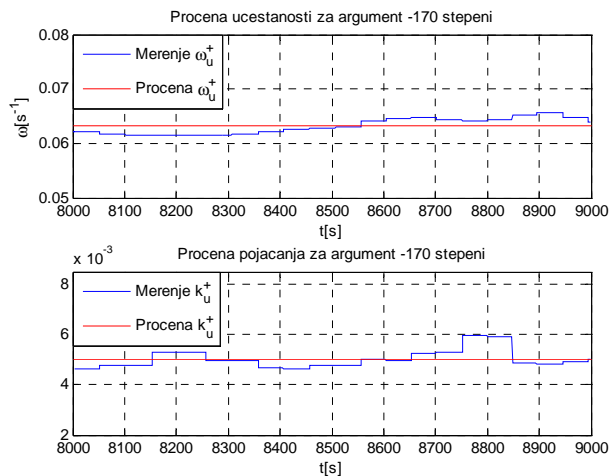
ТАБЕЛА 2. ВРЕДНОСТИ ПРОЦЕЊЕНИХ ПАРАМЕТАРА МЕРЕЊА

Парам.	$\omega_u^+$ [1/s]	$\omega_u$ [1/s]	$\omega_u^-$ [1/s]	$k_u^+$	$k_u$	$k_u^-$
Вредн.	0.0632	0.0758	0.1035	0,0050	0.0065	0.0157

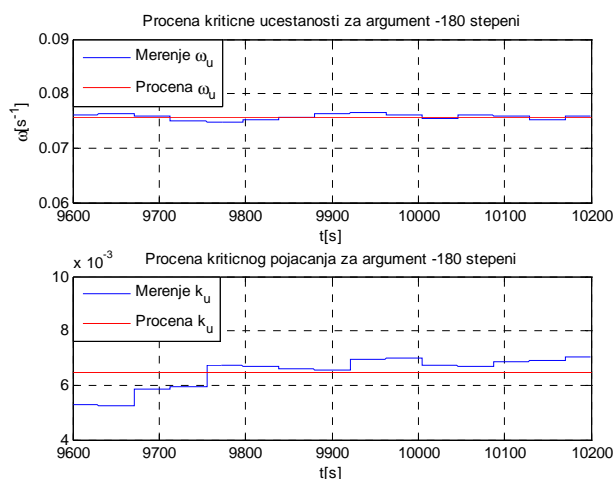
ТАБЕЛА 3. ВРЕДНОСТ ПРОЦЕЊЕНИХ ПАРАМЕТАРА МОДЕЛА

Параметар	$\omega_u$ [1/s]	$k_u$	A	$\tau$ [s]
Вредност	0.0758	0.0065	0.0739	5.2904

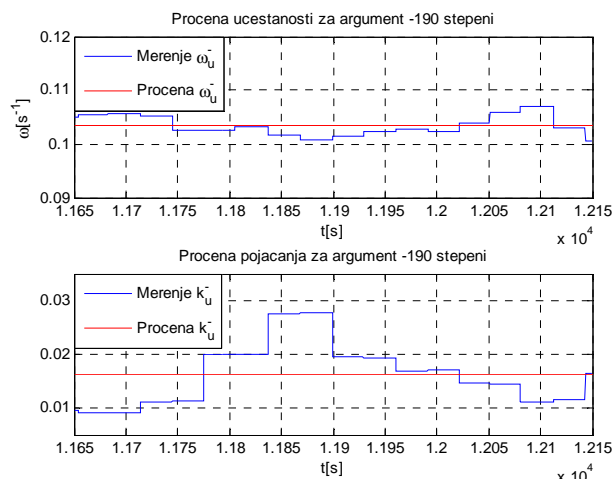
Све добијене вредности процењених параметара у табелама 2 и 3 су у складу са очекивањем.



Слика 3. Приказ процене  $\omega_u^+$  и  $k_u^+$ .

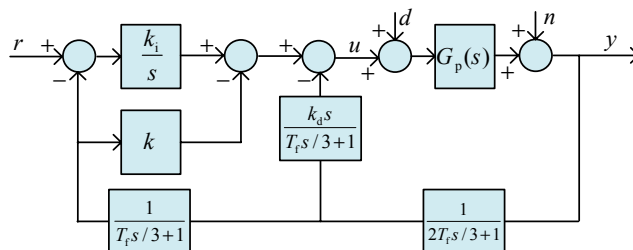


Слика 4. Приказ процене  $\omega_u$  и  $k_u$ .



Слика 5. Приказ процене  $\omega_u^-$  и  $k_u^-$ .

На основу процењених параметара модела (8) одређен је оптимални ПИД регулатор [7]- [9] под ограничењима на максималну вредност функције осетљивости тј.  $M_s = \max(|1/(1+C(i\omega)G_m(i\omega))|)$  и одоварајућу филтрацију мерног сигнала. За дату оптимизацију узето је  $M_s=2$  и ниско-фреквенцијски филтер трећег реда. Добијени параметри оптималног ПИД регулатора реализованог као управљачком структуром приказаном на Сл. 6 дати су у табели 4.

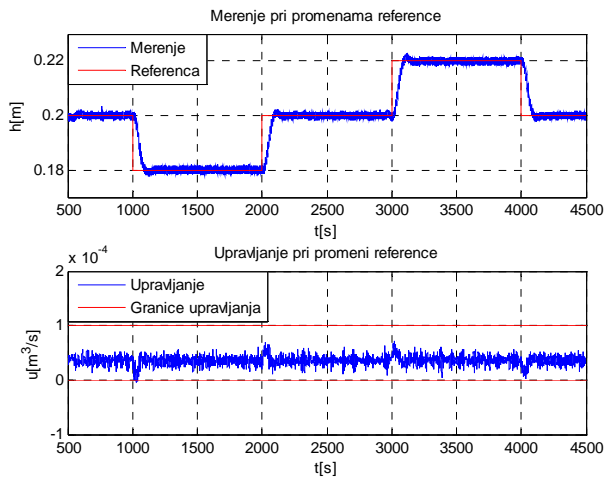


Слика 6. Управљачка структура ПИД регулатора на процесу.

ТАБЕЛА 4. ПАРАМЕТРИ ОПТИМАЛНОГ ПИД РЕГУЛАТОРА.

Параметар	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
Вредност	0.00436	0.00008254	0.072916	2.88514

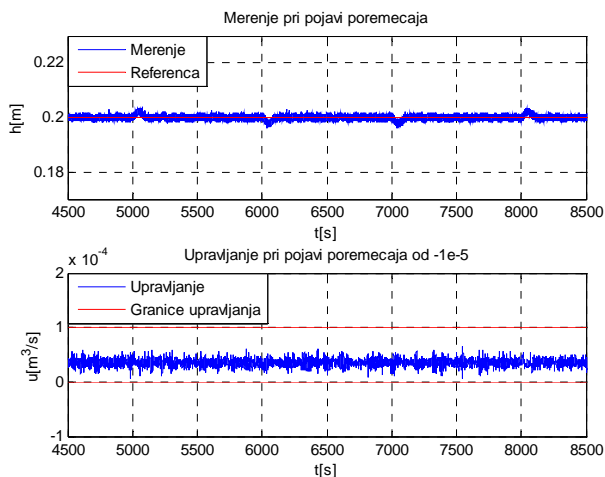
У циљу испитивања адекватног модела и оптималног пројектованог ПИД регулатора извршено је експериментално тестирање на лабораторијској поставци. Одабран је референтни сигнал приказан црвеном бојом на Сл. 7 који започиње негативном одскочном променом референце у износу од 10% номиналне вредности референце у тренутку  $t=1000$  s. Након тога, у тренутку  $t=2000$  s, референца се враћа у првобитно стање. У тренутку  $t=3000$  s, задат је позитивна одскочна промена референце у износу од 10% номиналне вредности, док се у тренутку  $t=4000$  s вредност референце враћа на номиналну вредност. Као што се види са слике, управљана величина (ниво воде у другом резервоару) квалитетно прати задату референцу без нарушавања граница дозвољеног управљања извршног органа.



Слика 7. Приказ мерења и управљања при промени референце.

Поред промене референце, експериментално је испитивана успешност у отклањању поремећаја на улазу система. У тренутку  $t=5000$  s, задат је позитиван поремећај одскочног типа у износу од 30% вредности номиналног управљања. Поменути поремећај траје до тренутка  $t=6000$  s. У наредном тренутку,  $t=7000$  s, задат је негативан поремећај у износу од 30% номиналног управљања и трајању од 1000 s. Добијени резултати приказани су на Сл. 8.

Са графика Сл. 8 се види да извршни орган не улази у засићење и да се утицај вештачки изазваног одскочног поремећаја отклања за 100 s са незнатним максималним одступањима од номиналне вредности жељеног нивоа течности у другом резервоару. Са дијаграма се још може уочити да су стварни немерљиви поремећаји адекватно потиснути, тј. ниво течности у другом резервоару практично остаје непромењен што говори о квалитетно идентификованом моделу система и оптимално испројектованом ПИД регулатору.



Слика 8. Приказ мерења и управљања при дејству поремећаја.

### III. ЗАКЉУЧАК

Коришћењем модификованог релејног експеримента са адаптивним филтром типа пропусника опсега омогућена је адекватна карактеризација реалног процеса. На основу процењених параметара модела испројектован је оптимални ПИД регулатор и експериментално тестиран на лабораторијској поставци. Добијени резултати перформанса/робусност управљачког система су одговарајући. Ова техника карактеризације процеса и пројектовања регулатора се показала далеко ефикаснијом у односу на друге методе које се могу срести у широј литератури.

### IV. ДОДАТАК

Приликом израде пројекта коришћена је лабораторијска поставка Amiga DTS 200 која се налази у лабораторији за аутоматiku при Катедри за Сигнале и системе на Електротехничком факултету Универзитета у Београду. Положај вентила дат је у табели 4. Изглед коришћене поставке дат је на Сл. 8.

ТАБЕЛА 3. ОТВОРЕНОСТ ВЕНТИЛА НА ЛАБОРАТОРИЈСКОЈ ПОСТАВЦИ.

Редни број модула	1	2	3	4	5
Отвореност вентила [%]	100	0	0	36	100



Слика 8. Изглед лабораторијске поставке.

### ЗАХВАЛНИЦА

Студенти желе да се захвале свом професору и ментору, Томиславу Шекари на помоћи приликом израде овог рада.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] J.G. Ziegler, N.B. Nichols, Optimum settings for automatic controllers, Trans. ASME, Vol. 64, pp. 759-765, 1942.
- [2] K.J. Åström, T. Hägglund, Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins, Automatica, Vol. 20, pp. 645-651, 1984.
- [3] T.H. Lee, Q.G. Wang, K.K. Tan, A modified relay-based technique for improved critical point estimation in process control, IEEE Trans. Control Syst. Technology, Vol. 3, pp. 330-337, 1995.
- [4] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, Uporedna analiza relejnog eksperimenta i fazno zaključane petlje za određivanje kritične učestanosti i kritičnog pojačanja procesa, Infoteh-Jahorina, Vol. 9. Ref. A-2, p. 13-16, Mart 2010.
- [5] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, Comparative analysis of the relay and phase-locked loop experiment used to determine ultimate frequency and ultimate gain, Electronics, Vol. 14, No. 2, December 2010.
- [6] Б. Лукић, Компаративна анализа нелинеарних система управљања на лабораторијској поставци "Two tank system", Дипломски рад Електротехнички факултет у Београду, 2012.

- [7] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, Revisiting the Ziegler-Nichols process dynamics characterization, J. Process Control vol. 20, pp. 360-363, 2010.
- [8] M.R. Mataušek, T.B. Šekara, PID controller frequency-domain tuning for stable, integrating and unstable processes, including dead-time, J. Process Control vol. 21, pp. 17-27, 2011.
- [9] T.B. Šekara, M.R. Mataušek, Classification of dynamic processes and PID controller tuning in a parameter plane, J. Process Control, Volume 21, Issue 4, April 2011, Pages 620-626, 2010.

#### ABSTRACT

This paper presents the practical application of the Modified Relay experiment method for determining the ultimate frequency  $\omega_u$ , ultimate gain  $k_u$  and tangent angle  $\varphi$  of Nyquist curve for the Two Tank system laboratory setting. The optimal PID controller is designed to control the fluid level in tanks using the estimated parameter values and nominal system gain  $G_p(0)$ .

Key words — modified relay experiment, frequency domain, PID controller

#### **APPLICATION OF MODIFIED RELAY EXPERIMENT FOR CHARACTERIZATION OF TWO TANK SYSTEM AND DESIGN OF OPTIMAL PID CONTROLLER**

Zaviša Gordić, Branko Lukić, Mladen Lazarević