

Пројектовање оптималних фракционих ПИД регулатора на систему са два улаза и два излаза

Милош Радисављевић, Никола Цимбаљевић

Студенти другог степена студија (мастер)

Електротехнички факултет

Универзитет у Београду, Србија

radisavljevic.s.milos@gmail.com ncimbo@gmail.com

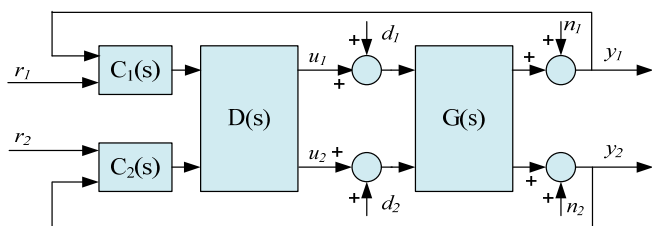
Садржај—У овом раду су анализирани методе за пројектовање оптималних фракционих ПИД регулатора под ограничењима на робусност и перформансе, примењених на системима са два улаза и два излаза. Ове методе су тестиране на стандардном индустријском процесу кроз симулације.

Кључне речи- оптимални фракциони ПИД регулатор; робусност; МИМО системи

I. УВОД

Пројектовање мултиваријабилних регулатора је сложен проблем. Како су за системе са једним улазом и једним излазом SISO (Single-Input Single-Output) већ развијене адекватне технике управљања један од начина је да се систем са више улаза и више излаза МИМО (Multiple-Input Multiple-Output) димензија $n \times n$ представи као n SISO система за које се потом пројектују регулатори. Ово је могуће остварити на два начина, да се пронађе ефикасно децентрализовано управљање или да се користи декуплер.

У раду је коришћена метода идеалног динамичког декупловања примењена за системе два улаза и два излаза [1], [2]. Најчешће коришћена шема за овај систем дата је на Сл. 1.



Слика 1. Систем са два улаза и два излаза $G(s)$ са декуплером $D(s)$ и регулаторима $C(s)$

Након одређеног декуплера врши се пројектовање оптимални фракционог ПИД регулатора по методи која је заснован на максимизацији пропорционалног дејства [3],[4].

На основу рада [2] идеални декуплер $D(s)$ треба да задовољава следеће захтеве:

- Производ $G(s)D(s)$ мора бити дијагонална матрица.

- Не треба да буде високо пропусног карактера
- Потребно је да се изврши редукција заједничких елемената.

Предложени декуплер из [2] је

$$D(s) = \text{adj}(G(s)) \cdot K(s) \quad (1)$$

где је $K(s)$ дијагонална матрица функција преноса $k_{ii}(s)$, $i=1, \dots, n$, која се одређује тако да поништи заједничку динамику (нуле, полови и транспортно кашњење) у колонама матрице $\text{adj}(G(s))$.

Без умањења општости у овом раду биће приказана метода за пројектовање оптималног фракционог ПИД регулатора на систему са два улаза два излаза чија је матрица функције преноса

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) \cdot e^{-\tau_{11} \cdot s} & g_{12}(s) \cdot e^{-\tau_{12} \cdot s} \\ g_{21}(s) \cdot e^{-\tau_{21} \cdot s} & g_{22}(s) \cdot e^{-\tau_{22} \cdot s} \end{bmatrix} \quad (2)$$

за коју је дефинисан идеални декуплер

$$D(s) = \begin{bmatrix} d_{11}(s) & d_{12}(s) \\ d_{21}(s) & d_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3)$$

где су:

$$d_{11}(s) = k_{11}(s) \cdot g_{22}(s) \cdot e^{-\tau_{22} \cdot s} \quad (4)$$

$$d_{12}(s) = k_{22}(s) \cdot g_{12}(s) \cdot e^{-\tau_{12} \cdot s} \quad (5)$$

$$d_{21}(s) = k_{11}(s) \cdot g_{21}(s) \cdot e^{-\tau_{21} \cdot s} \quad (6)$$

$$d_{22}(s) = k_{22}(s) \cdot g_{11}(s) \cdot e^{-\tau_{11} \cdot s} \quad (7)$$

На овај начин смо добили два независна SISO система датих функција преноса

$$Q(s) = \det(G(s)) \cdot K(s) = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

где су

$$q_{11} = k_{11}(s) \left(g_{11}(s)g_{22}(s)e^{-(\tau_{11}+\tau_{22})s} - g_{12}(s)g_{21}(s)e^{-(\tau_{12}+\tau_{21})s} \right) \quad (9)$$

$$q_{22} = k_{22}(s) \left(g_{11}(s)g_{22}(s)e^{-(\tau_{11}+\tau_{22})s} - g_{12}(s)g_{21}(s)e^{-(\tau_{12}+\tau_{21})s} \right) \quad (10)$$

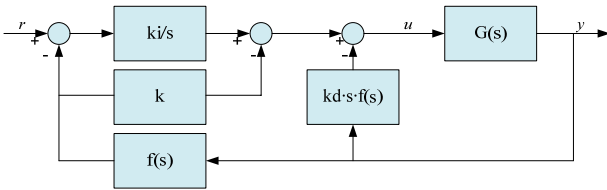
на које се даље могу применити методе за пројектовање регулатора SISO система.

II. ПРОЈЕКТОВАЊЕ ОПТИМАЛНОГ ФРАКЦИОНОГ ПИД РЕГУЛАТОРА

Регулатор анализиран у овом раду, $C_{PID}(s)$ има следећи облик

$$C_{PID}(s) = \gamma \frac{k + \frac{k_i}{s} + k_d s^\alpha}{(T_f s + 1)^\alpha}, \quad \alpha \in O(1). \quad (11)$$

При коришћењу процедура за оптимално пројектовање фракционог ПИД регулатора (11) параметар $\gamma = \text{sgn}(G(0))$. Нископропусни филтар $f(s) = 1/(T_f s + 1)$ уведен је због каузалности регулатора и смањења утицаја мерног шума на управљање.



Слика 2. Блок дијаграм објекта управљања $G(s)$ са ПИД регулатором

Тражени регулатор треба да испуни захтеве за перформансе/робусност. Оцена робусности се врши на основу максималне вредности функције осетљивости M_s .

Из теорије SISO система функција осетљивости дата је релацијом:

$$S(s) = 1/(1 + L(s)) \quad (12)$$

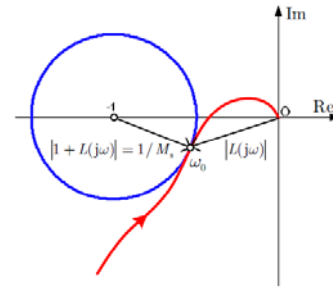
где је $L(s)$ функција повратног преноса

$$L(s) = C_{PID}(s) \cdot G(s) \quad (13)$$

Максимална вредност модула функције осетљивости на свим учестаностима је дефинисана као

$$M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)| = \max_{\omega} \left| \frac{1}{1 + C_{PID}(j\omega)G(j\omega)} \right| \quad (14)$$

Максималну вредност функције осетљивости треба узимати у опсегу $1, 2 \leq M_s \leq 2$ за стабилне процесе и процесе са интегралним дејством. На следећој слици приказана је Никвистова (Nyquist) крива функције повратне спреге система са оптимално одређеном регулацијом за задато M_s .



Слика 3. M_s круг и Никвистова крива $L(j\omega)$ оптимално подешеног система затворене спреге

Ограничења која се уводе [3], [4] при пројектовању оптималног ПИД регулатора из (11) за $\alpha=1$ су максимална вредност функције осетљивости на мерни шум

$$M_n = \max_{\omega} |G_{un}(j\omega)| = \max_{\omega} \left| \frac{-C_{PID}(j\omega)}{1 + C_{PID}(j\omega)G(j\omega)} \right| \quad (15)$$

Максимум функције остварен је обично на високим фреквенцијама ($\omega \rightarrow \infty$), тј.

$$M_n = M_{\infty} = k_d / T_f \quad (16)$$

Са друге стране погодно је увести, због задавања почетних услова у оптимизационој методи, параметар ζ уместо параметра k_d тако да је

$$k_d = k^2 / (4\zeta^2 k_i) \quad (17)$$

Ако дефинишемо функцију

$$F(\omega, k, k_i, k_d) = |1 + L(j\omega)|^2 - 1/M_s^2 \quad (18)$$

$$F(\omega, k, k_i, k_d) = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial F(\omega, k, k_i, k_d)}{\partial \omega} = 0 \quad (20)$$

$$\left. \frac{k_i G(j\omega)}{\omega(1 + L(j\omega))} \right|_{\omega=\omega_x} = Q, \quad (21)$$

$$\left. \frac{\partial \left| \frac{k_i G(j\omega)}{\omega(1 + L(j\omega))} \right|^2}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_x} = 0 \quad (22)$$

Из решења датих једначина добијају се параметри оптималног ПИД регулатора. Вредност $Q = 1.01$ је преузета из рада [4]. Почетне вредности параметара одређују се на основу вредности параметара ПИД регулатора из методе Зиглер-Николса (Ziegler-Nichols) [5].

Ради побољшања перформанса/робусност у овом раду биће приказано пројектовање оптималног фракционог ПИД регулатора (11). Поступак одређивања оптималног фракционог ПИД регулатора је сличан као и за оптимални

ПИД са тим што се параметар α задаје у околини јединице $O(1)$. Алгоритам (16) до (22) се понавља за различите вредности α док се не добије минимум апсолутне вредности грешке (IAE) на степ поремећај d_i изазван на првом улазу процеса са два улаза и два излаза као што је приказано на Сл. 1. На овај начин се добија оптимални фракциони ПИД регулатор у првој грани. На сличан начин се добија и оптимални фракциони ПИД регулатор у другој грани. Напоменимо да релација (17) за фракциони ПИД регулатор служи само за задавање почетних услова који су блиски оптималном ПИД регулатору код кога је параметар ζ фактор релативног пригушења његових нула.

III. ПРИКАЗ ДОБИЈЕНИХ РЕЗУЛТАТА

Као пример за пројектовање изложених регулатора узет је Вуд-Бери (*Wood & Berry*) систем чија ја матрица функције преноса

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{12,8e^{-s}}{16,7s+1} & \frac{-18,9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6,6e^{-7s}}{10,9s+1} & \frac{-19,4e^{-3s}}{14,4s+1} \end{bmatrix}$$

За дати систем из (3) до (7), добија се идеални декуплер

$$D(s) = \text{adj}(G(s)) \cdot K(s) = \begin{bmatrix} \frac{-19,4}{14,4s+1} & \frac{18,9e^{-2s}}{21s+1} \\ \frac{-6,6e^{-4s}}{10,9s+1} & \frac{12,8}{16,7s+1} \end{bmatrix}$$

$$K(s) = \begin{bmatrix} e^{3s} & 0 \\ 0 & e^s \end{bmatrix}$$

Сада систем са декуплером се може посматрати као два одвојена SISO система чије су функције преноса

$$q_{11}(s) = \frac{-248,32e^{-s}}{(16,7s+1)(14,4s+1)} + \frac{124,74e^{-7s}}{(21s+1)(10,9s+1)}$$

$$q_{22}(s) = \frac{-248,32e^{-3s}}{(16,7s+1)(14,4s+1)} + \frac{124,74e^{-9s}}{(21s+1)(10,9s+1)}$$

За добијене системе су испројектовани оптимални ПИД регулатори чији су параметри дати у Табели 1. Такође за дате системе испројектовани су и оптимални фракциони ПИД ргулатори чији су параметри такође дати у Табели 1. Кроз симулације тестиран је одзив на јединичну степ побуду као и одзив на поремећај.

Управљања и одзиви оба канала добијени симулацијама дати су на сликама Сл.4. до Сл.11. за различите вредности параметра α . Јединична степ референца првог и другог канала задата је у тренуцима $t=0$ и $t=50$ респективно, а степ поремећаји на улазу у процес у износу од 0.3 у тренуцима $t=150$ првог и у $t=280$ другог канала.

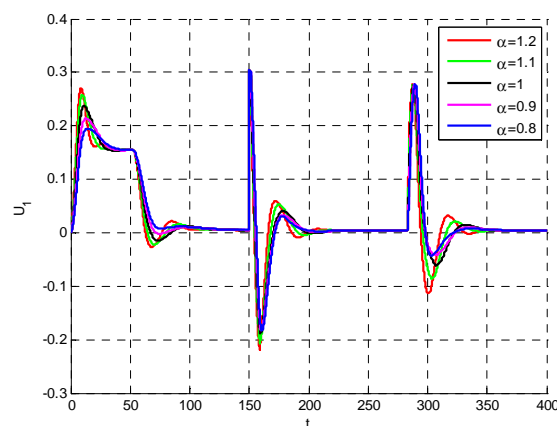
ТАБЕЛА I. ПАРАМЕТРИ ФРАКЦИОНОГ ПИД РЕГУЛАТОРА

	$\alpha=1,2$	$\alpha=1,1$	$\alpha=1$	$\alpha=0,9$	$\alpha=0,8$
k_1	0,1252	0,1010	0,0830	0,0698	0,0599
k_{i1}	0,0170	0,0137	0,0106	0,0081	0,0064
k_{d1}	0,2621	0,2138	0,1714	0,1352	0,1051
T_{i1}	0,0262	0,0214	0,0171	0,0135	0,0105
k_2	0,0580	0,0482	0,0410	0,0357	0,0318
k_{i2}	0,0051	0,0042	0,0034	0,0028	0,0024
k_{d2}	0,1967	0,1502	0,1133	0,0846	0,0625
T_{i2}	0,0197	0,0150	0,0113	0,0084	0,0062

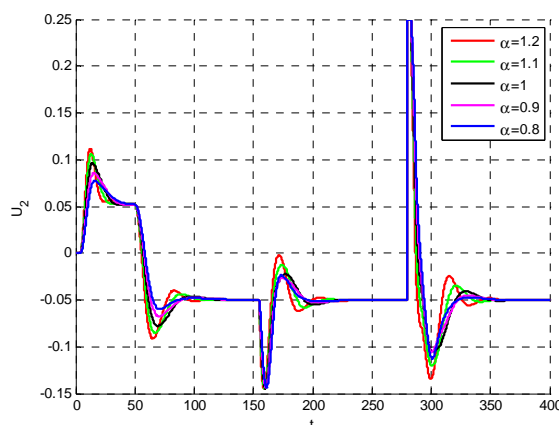
Видимо да оба канала добро прате референцу и отклањају поремећај у устаљеном стању. Параметри робусности M_s и перформанси IAE које посматрамо дати су у Табели 2.

ТАБЕЛА II. ВРЕДНОСТИ M_s И IAE

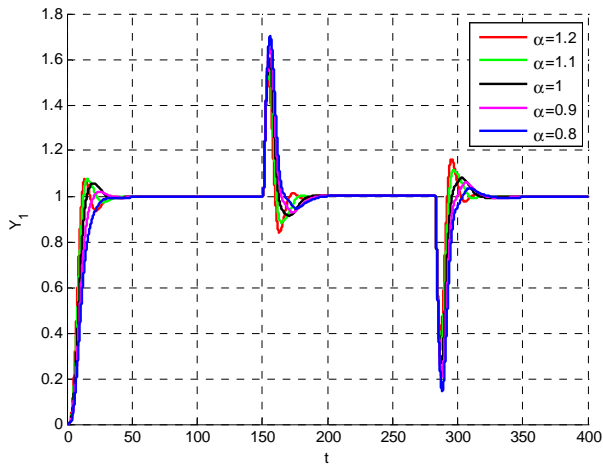
	$\alpha=1,2$	$\alpha=1,1$	$\alpha=1$	$\alpha=0,9$	$\alpha=0,8$	$\alpha_{opt}=1,2$
M_s	2	2	2	2	2	2
IAE_1	4,00	4,22	5,23	5,83	6,37	4,00
IAE_2	17,28	18,76	24,65	25,41	26,39	17,28



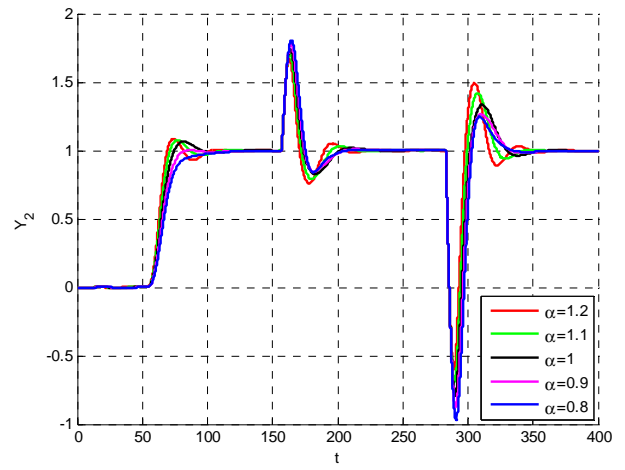
Слика 4. Управљање првог канала



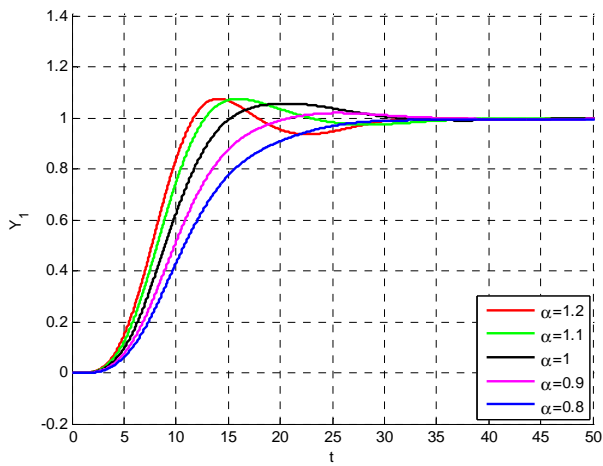
Слика 5. Управљање другог канала



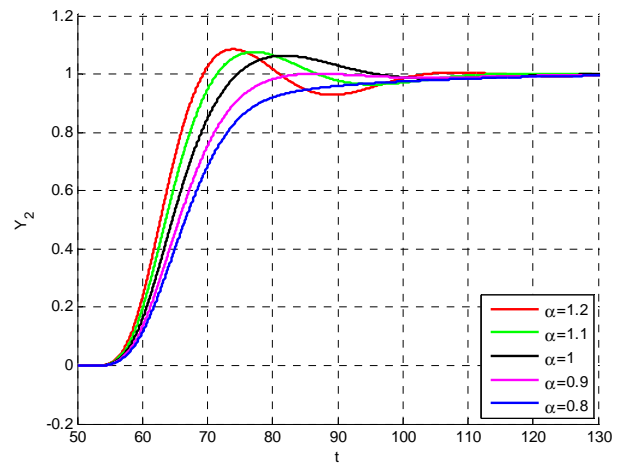
Слика 6. Одзив првог канала



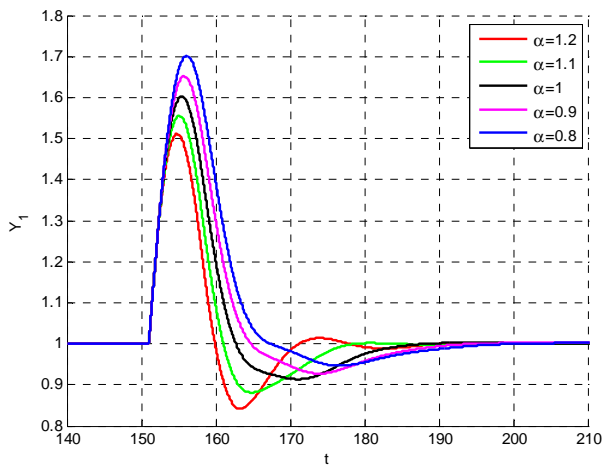
Слика 9. Одзив другог канала



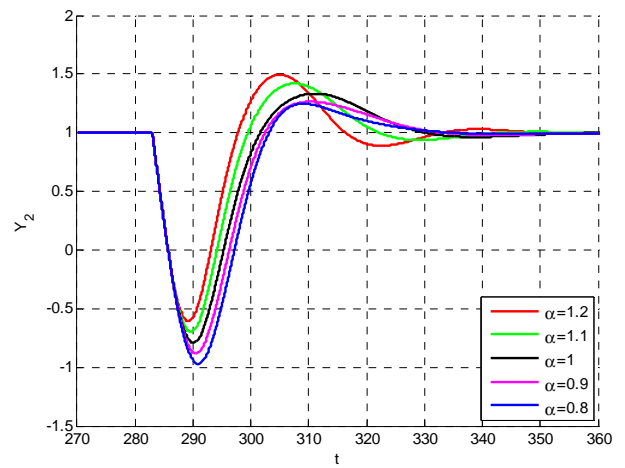
Слика 7. Одзив првог канала на јединичну степ побуду



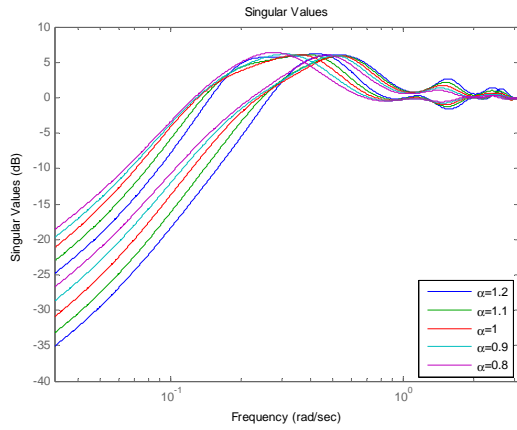
Слика 10. Одзив другог канала на јединичну степ побуду



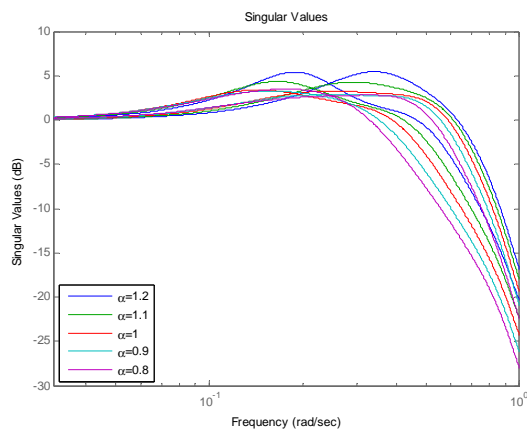
Слика 8. Одзив првог канала на степ поремећај



Слика 11. Одзив другог канала на степ поремећај



Слика 12. Функција осетљивости за различите вредности параметра α



Слика 13. Функција комплементарне осетљивости за различиту вредност параметра α

У овом раду је тестиран оптимизациони поступак са следећом модификацијом једначина (21), (22) увођењем додатног параметра β па је систем једначина за налажење параметара оптималног фракционог ПИД регулатора

$$F(\omega, k, k_i, k_d) = |1 + L(j\omega)|^2 - 1/M_s^2 \quad (23)$$

$$F(\omega, k, k_i, k_d) = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial F(\omega, k, k_i, k_d)}{\partial \omega} = 0 \quad (25)$$

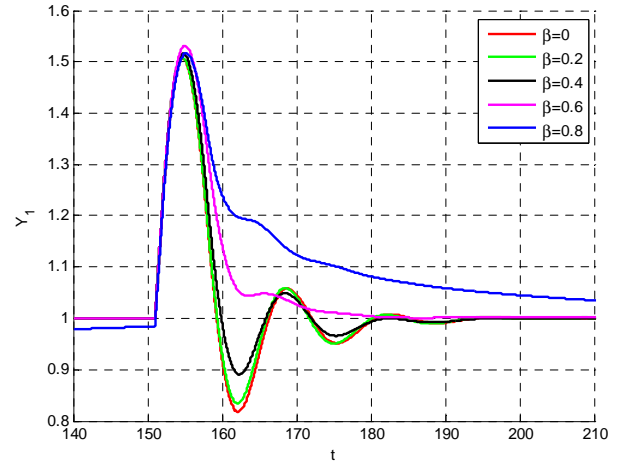
$$\left. \frac{k_i G(j\omega)(1 + \omega\beta k / k_i)}{\omega(1 + L(j\omega))} \right|_{\omega=\omega_x} = Q \quad (26)$$

$$\left. \frac{\partial \left(\frac{k_i G(j\omega)(1 + \omega\beta k / k_i)}{\omega(1 + L(j\omega))} \right)^2}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_x} = 0 \quad (27)$$

Добијени резултати са овом оптимизационом методом оптималног фракционог ПИД регулатора за $\alpha=1.2$ дати су у Табели 3. Може се уочити на основу добијених резултата параметар β директно утиче на фактор релативног пригушења спрегнутог система. На овај начин је омогућена слобода за ефикасно пројектовање оптималних фракционих ПИД регулатора у циљу постизања минималног IAE.

ТАБЕЛА III. IAE за различите вредности параметра β

	$\beta=0$	$\beta=0,2$	$\beta=0,4$	$\beta=0,6$	$\beta=0,8$	$\beta_{opt}=0,4$
IAE_i	4,00	3,90	3,66	4,01	8,63	3,66



Слика 14. Одзив првог канала на степ поремећај за различите вредности параметра β

Даља истраживања оптималног фракционог ПИД регулатора ће се односити на адекватан избор претходно дефинисаних параметара α и β у оптимизационој процедури.

IV. ЗАКЉУЧАК

У овом раду је успешно показано ефикасно пројектовање оптималног фракционог ПИД регулатора на системима са два улаза и два излаза. Ради могућности симулације и осталог прорачуна перформанси и робустности фракциони ПИД регулатор је представљен рационалним еквивалентом одговарајућег реда [6]. Добијени резултати показују да је примена оваквих оптималних регулатора оправдана у смислу побољшања перформанса/робустност у односу на класичне ПИД регулаторе.

ЗАХВАЛНИЦА

Студенти желе да се захвале свом професору и ментору др Томиславу Шекари на помоћи приликом израде овог рада.

- [1] Pontus Nordfeldt, Tore Hagglund, "Decoupler and PID controller design of TITO systems," Journal of Process Control 16 (2006) 923–936
- [2] Branislav T. Jevtović, Miroslav R. Mataušek, "PID controller design of TITO system based on ideal decoupler," Journal of Process Control 20 (2010) 869–876
- [3] Tomislav B. Šekara, Miroslav R. Mataušek, "Optimization of PID controller based on maximization of the proportional gain under constraints on robustness and sensitivity to measurement noise," IEEE Trans. Automat. Contr. 54 (2009) 184–189
- [4] Tomislav B. Šekara, Miroslav R. Mataušek, "Revisiting the Ziegler–Nichols process dynamics characterization," Journal of Process Control, 20 (2010) 360–363
- [5] J. G. Ziegler, N. B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers," Trans. ASME, vol. 64, pp. 759-765, 1942.
- [6] Tomislav B. Šekara, Milan R. Rapačić, Mihailo P. Lazarević "Indirect application of a method for discretization of linear fractional order systems," IX Symposium Industrial Electronics INDEL 2012, Banja Luka, November 01_03, 2012 pages 40-43.

Abstract – This paper discusses methods for designing optimal fractional PID controllers under constraints on robustness and performance, applied to systems with two inputs and two outputs. These methods are tested on a standard industrial process through nsimulation.

Keywords - optimal fractional PID controller; robustness; MIMO systems

DESIGNING OPTIMAL FRACTIONAL PID CONTROLLER ON SYSTEM WITH TWO INPUTS AND TWO OUTPUTS

Miloš Radisavljević, Nikola Cimbalević