

Inharmoničnost bas opsega pijanina August Förster

Milena Rajković

Odsek za muzičku umetnost - katedra za komplementarni
klavir

Fakultet umetnosti
Niš, Srbija

fortepianomm@gmail.com

Dragan Milosavljević

SBM d.o.o. Niš
Informacione tehnologije
Niš, Srbija
anadrag@gmail.com

Zoran Milivojević

SP Komunikacione tehnologije
Visoka tehnička škola

Niš, Srbija

zoran.milivojevic@vtsnis.edu.rs

Sadržaj—U ovom radu opisana je inharmoničnost kod muzičkih instrumenata sa žicama. U prvom delu rada prikazan je algoritam za određivanje koeficijenta inharmoničnosti. U drugom delu rada prikazani su rezultati primene algoritma kod procesiranja signala tonova pijanina marke “August Förster” iz 1970. god. Rezultati se odnose na inharmoničnost bas opsega. Rezultati su prikazani grafički i tabelarno. Komparativnom analizom sa koncertnim klavirima marke Steinway, pijaninima Nordiska 1 i Straud, data je ocena inharmoničnosti.

Ključne riječi: fundamentalna frekvencija; harmonik; inharmonik;

I. UVOD

Teorijom muzike definisane su osnovne osobine zvuka: a) trajanje, b) jačina i c) boja. Izraz *boja* se na zvuk primenjuje u prenosnom smislu, što ukazuje na složenost ove osobine zvuka. Zvučni izvor generiše zvuk sa osnovnom frekvencijom (osnovni ton) kao i prizvuke (aliquotni tonovi u odnosu na osnovni ton). Različiti broj prisutnih alikvota (*lat. aliquoties*, nekoliko puta) i njihova različita relativna jačina u sklopu ukupnog zvučanja, određuju boju zvuka [1]. Alikvoti se nazivaju i parcijalnim tonovima, odnosno parcijalima (*engl. partials*). U odnosu na frekvenciju osnovnog tona f_0 (fundamentalna frekvencija) parcijali mogu biti sa frekvencijama koje su: a) celobrojni umnošci fundamentalne frekvencije (harmonici) i b) necelobrojni umnošci (inharmonici) [2].

Kod instrumenata sa žicama ton se proizvodi vibriranjem žice. Za slučaj da se radi o idealnoj žici koja je fiksirana na oba kraja, parcijali su harmonični. Pod idealnom žicom podrazumevamo žicu koja ima beskonačno veliku elastičnost. Međutim, u stvarnosti ne postoji idealna žica već postoji konačna elastičnost, odnosno krutost. Kod klavira žice su zategnute velikom silom tako da je njihova elastičnost smanjena. Posledica toga je da su frekvencijske pozicije parcijala na pozicijama necelobrojnih umnožaka fundamentalne frekvencije. Samim tim instrument sa ovakvim žicama nije harmoničan. Pored krutosti žice povećanju

inharmoničnosti instrumenta doprinosi i karakter akustičke impedanse rezonatorske ploče kod klavira, odnosno rezonatorskog tela kod gitare [3]. Odstupanje od harmoničnosti za posledicu ima narušavanje alikvotnosti instrumenta u većoj ili manjoj meri. Ton dobijen na inharmoničnom instrumentu nije nužno neprijatan. U [3] izneta je tvrdnja da *blago* inharmoničan ton poseduje *određenu toplinu*.

Veliki broj radova bavi se fenomenom inharmoničnosti kod klavira. Verovatno najstariji radovi su [4] i [5]. U radu [6] predložena je formula koja definiše odnos između frekvencije parcijala f_k i koeficijenta inharmoničnosti β žice koja vibrira. Određivanjem koeficijenta inharmoničnosti žica posredstvom kojih se generiše ton, određuje se i stepen inharmoničnosti muzičkog instrumenta. U [7] je navedeno da je inharmoničnost bas opsega kod klavira i pijanina reda 50×10^{-6} do 600×10^{-6} . U [8] sprovedena su merenja i određen je faktor inharmoničnosti za žice iz bas opsega: sub-kontra oktave (A0), kontra-oktave (E1 i A1) i velike oktave (E2 i A2) kod Steinway D (koncertni klavir), Steinway C (polukoncertni klavir), Nordiska 1 (pijanino) i Straud (pijanino). Ovakav sistem obeležavanja tonova, poznat kao angloamerički način obeležavanja, koristi se u ovom radu radi lakšeg i preglednijeg upoređivanja sa rezultatima objavljenim u referentnim naučnim časopisima. Saglasno notaciji koja se koristi u bazičnoj knjizi “Osnovna teorija muzike” autora M. Tajčevića, i koja se uobičajeno primenjuje na ovim prostorima, analizirani tonovi bili bi obeleženi na sledeći način: sub-kontra oktava (A0 kao ${}_2A$), kontra-oktava (E1 kao ${}_1E$, A1 kao ${}_1A$) i velika oktava (E2 kao E , A2 kao A) [11].

U ovom radu izvršena je analiza inharmoničnosti bas opsega pijanina “August Förster”, serijski broj 198145 proizveden 1970 god. u Čehoslovačkoj. Određeni su koeficijenti inharmoničnosti za tonove A0, E1, A1, E2, A2. Nakon toga izvršena je komparativna analiza sa rezultatima za klavire Steinway D i Steinway C kao i pijanina Nordiska 1 i Straud [8].

Organizacija rada je sledeća: U sekciji II opisana je inharmoničnost kod instrumenata sa žicama. U sekciji III prikazan je algoritam za procenu koeficijenta inharmoničnosti. Eksperimentalni rezultati i analiza prikazani su u sekciji IV. Zaključak je prikazan u sekciji V. U zadnjoj sekciji dat je spisak korišćene literature.

II. KOEFICIJENT INHARMONIČNOSTI KOD MUZIČKIH INSTRUMENTATA SA ŽICAMA

Teorija muzike kod definisanja frekvencijskog sastava tona podrazumeva harmoničnost, odnosno da su harmonici (parcijali) celobrojni umnošci fundamentalne frekvencije, što se matematički predstavlja kao:

$$f_k = k \cdot f_0, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

gde je f_0 fundamentalna frekvencija, k redni broj parcijala a f_k frekvencija parcijala.

Frekvencijsko pomeranje parcijala od frekvencijske pozicije harmonika predstavlja inharmoničnost tona. Inharmoničnost je definisana preko koeficijenta inharmoničnosti β :

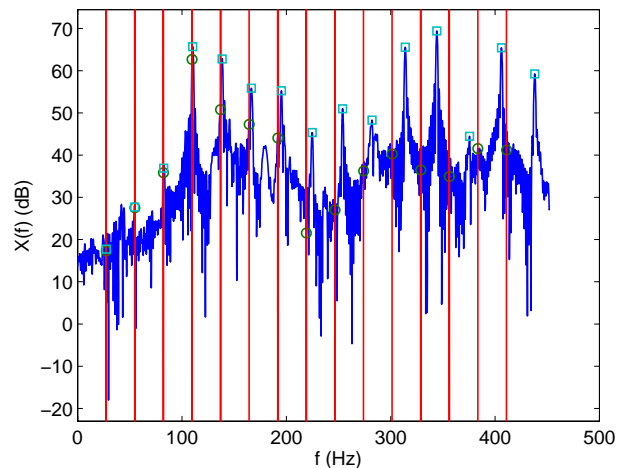
$$f_k = k \cdot f_0 \sqrt{1 + \beta \cdot k^2}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

Na sl. 1 prikazan je spektar tona odsviranog na pijaninu. Vertikalne crvene linije predstavljaju frekvencijsku poziciju harmonika tona A0 ($f_0=27.5$ Hz). To su alikvotni tonovi A0, A1, E2, A2, C3#, E3, G3, A3, B3, C4#, D4,... Kružićima je označena vrednost amplitudske karakteristike na poziciji harmonika dok kvadratići predstavljaju pozicije inharmonika. Vidi se da se sa povećanjem rednog broja parcijala povećava razlika frekvencija harmonika i inharmonika.

Koeficijent inharmoničnosti β zavisi od vrste materijala žice i može da se izračuna na osnovu:

$$\beta = \frac{\pi^3 \cdot Q \cdot d^4}{64 \cdot l^2 \cdot F}, \quad (3)$$

gde je Q Jungov modul elastičnosti materijala od kojeg je napravljena žica, d prečnik žice, l dužina žice a F sila zatezanja.



Slika 1. Amplitudna karakteristika signala tona A0.

III. ALGORITAM ZA PROCENU KOEFICIJENTA INHARMONIČNOSTI

U literaturi je predloženo više algoritama za određivanje koeficijenta inharmoničnosti β . U [9] opisan je iterativni algoritam kod kojeg se preciznost određivanja povećava uvođenjem većeg broja parcijala kao i pozicioniranjem prozora na osnovu prethodnih vrednosti. Izračunavanje predstavlja određivanje koeficijenata polinomalne funkcije trećeg reda kojom se aproksimira vrednost krive greške. Na osnovu koeficijenta polinoma izračunava se koeficijent inharmoničnosti. U [8] prikazan je algoritam koji se bazira na uvođenju interpolacione funkcije. U [10] predložen je algoritam za izračunavanje β na osnovu poznavanja frekvencije dva parcijala bez upotrebe fundamentalne frekvencije.

Algoritam za određivanje koeficijenta inharmoničnosti [10] primenjuje se nad signalom $x(n)$ i realizuje u sledećim koracima:

Korak 1: izdvajanje bloka trajanja T , odnosno N odmeraka,

Korak 2: Izračunavanje spektra primenom DFT dužine $NFFT$:

$$X(i) = DFT(x(n), NFFT), \quad (4)$$

Spektar je izračunat u diskretnim tačkama $i=0, \dots, NFFT-1$.

Korak 3: Izračunavanje fundamentalne frekvencije f_0 analizom spektra i pikovanjem maksimuma,

Korak 4: Izračunavanje parcijala f_k , gde je $k=1:N_p$, a N_p broj analiziranih parcijala.

Korak 5: Izračunavanje razlike između frekvencije harmonika i inharmonika k -tog parcijala:

$$e(k) = f_k - k \cdot f_0. \quad (5)$$

Korak 6: Izračunavanje koeficijenata inharmoničnosti:

$$\beta = \frac{\left(f_k \frac{m}{k}\right)^2 - f_m^2}{k^2 f_m^2 - m^2 \left(f_k \frac{m}{k}\right)^2}, \quad (6)$$

gde su m i k parcijali a f_m i f_k odgovarajuće frekvencije parcijala.

Korak 7: Izračunavanje inharmoničnosti instrumenta kao srednje vrednosti koeficijenta inharmoničnosti pojedinih tonova:

$$\bar{\beta}_P = \frac{1}{N_S} \sum_{S=ton_1}^{ton_N_S} \beta_S, \quad (7)$$

gde je S skup analiziranih tonova, N_S broj elemenata skupa S a β_S faktor inharmoničnosti odgovarajućeg tona.

IV. EKSPERIMENTALNI REZULTATI I ANALIZA

Za potrebe izračunavanja koeficijenta inharmoničnosti instrumenta formirana je baza muzičkih signala. Nad signalima primenjen je algoritam opisan u sekciji III. Parametri algoritma su $T=0.66s$, $NFFT=10*2^{18}$, $m=6$, $k=10$.

A. Baza

Baza sadrži muzički materijal koji se odnosi na tonove A0, E1, A1, E2 i A2 koji su odsvirani na pijaninu marke "August Förster" proizvedenom 1970. godine (sl. 2). Snimanje je obavljeno sa frekvencijom odmeravanja $f_s=44.1$ kHz, i 16 bita po odmerku.

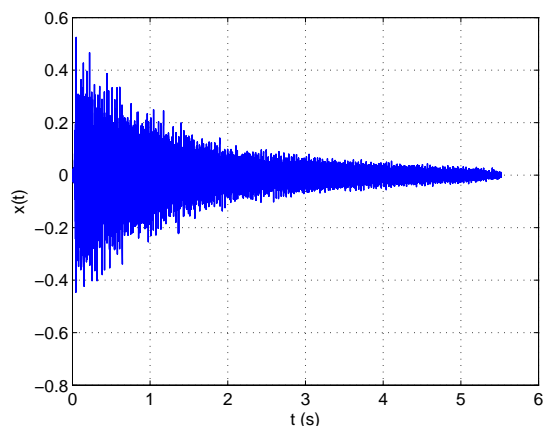


Slika 2. Testirane žice na pijaninu August Förster.

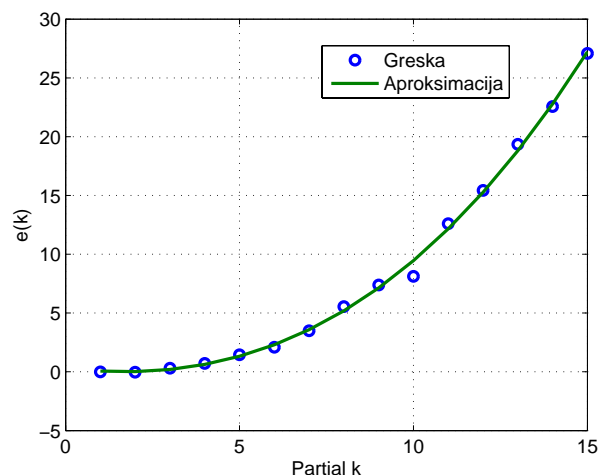
B. Rezultati

Vremenski oblici signala testiranih tonova prikazani su na: sl. 3 (A0), sl. 6 (E1), sl. 9 (A1), sl. 12 (E2) i sl. 15 (A2). Razlike frekvencija između harmoničnih i inharmoničnih komponenata prikazane su na: sl. 4 (A0), sl. 7 (E1), sl. 10 (A1), sl. 13 (E2) i sl. 16 (A2). Amplitudske karakteristike signala testiranih tonova prikazane su na: sl. 5 (A0), sl. 8 (E1), sl. 11

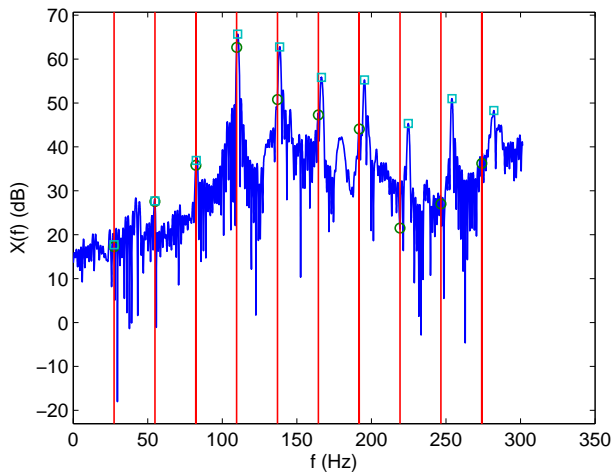
(A1), sl. 14 (E2) i sl. 17 (A2). Vertikalne crvene linije predstavljaju teorijske pozicije harmoničnih parcijala. Simbol krug predstavlja vrednost spektralnih komponenata signala na poziciji harmoničnosti dok kvadratić predstavlja realnu poziciju inharmoničnog parcijala. Koeficijenti inharmoničnosti za klavire Steinway prikazani su u tabeli I, za pijanina Nordiska 1 i Straud u tabeli II, i pijanino August Förster u tabeli III. Srednje vrednosti koeficijenta inharmoničnosti prikazane su u tabeli IV. Grafički prikaz inharmoničnosti za sve tonove prikazan je na sl. 18.



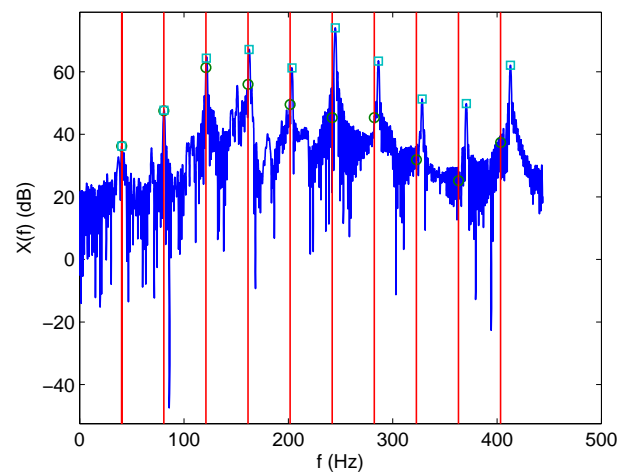
Slika 3. Vremenski oblik signala za ton A0.



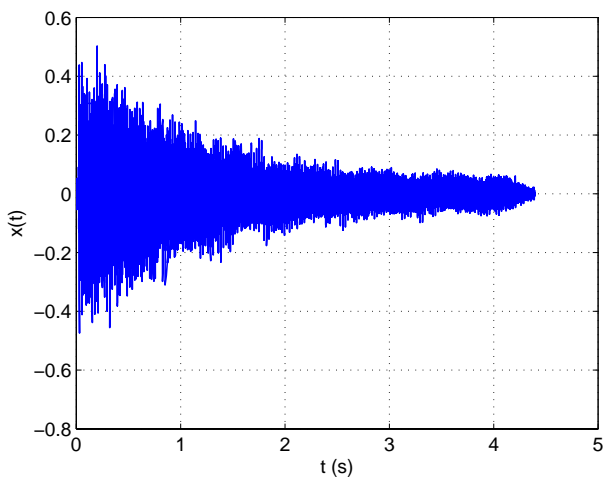
Slika 4. Razlika frekvencija harmoničnih i inharmoničnih komponenata (ton A0).



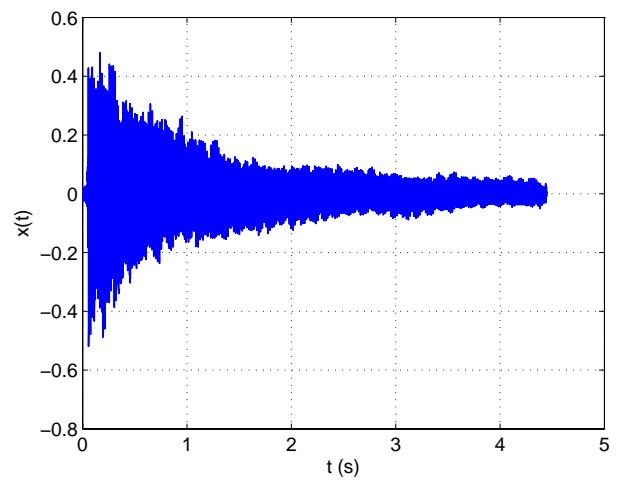
Slika 5. Amplitudska karakteristika signala tona A0.



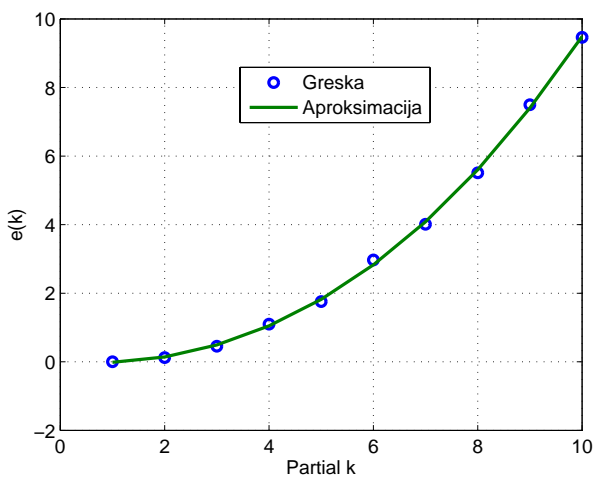
Slika 8. Amplitudska karakteristika signala tona E1.



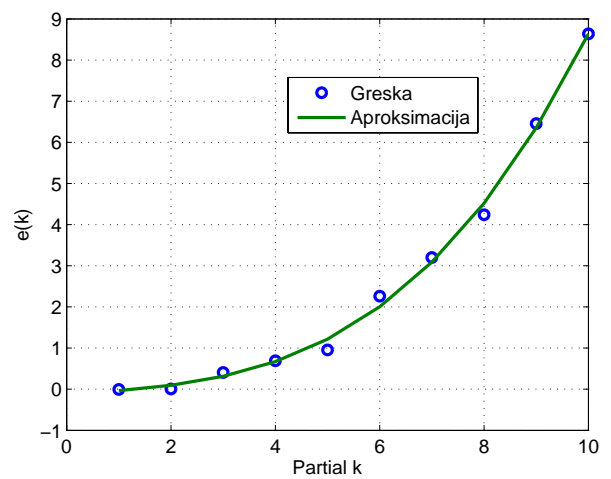
Slika 6. Vremenski oblik signala za ton E1.



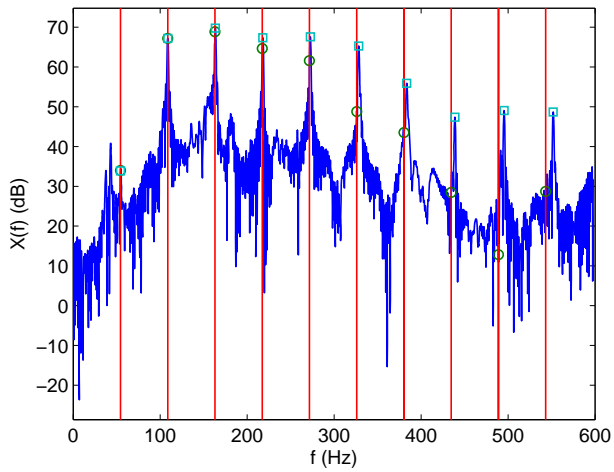
Slika 9. Vremenski oblik signala za ton A1.



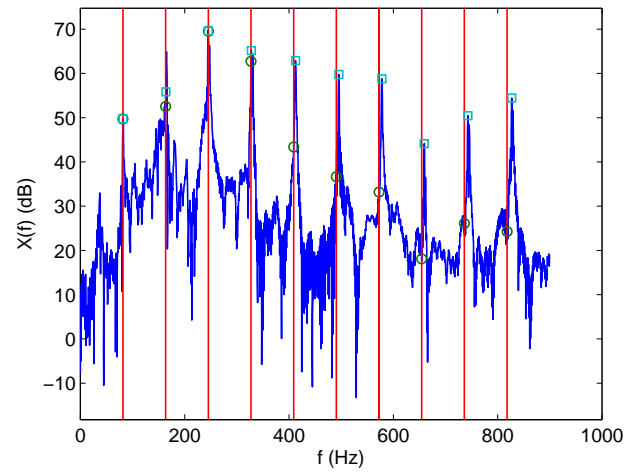
Slika 7. Razlika frekvencija harmoničnih i inharmoničnih komponenata (ton E1).



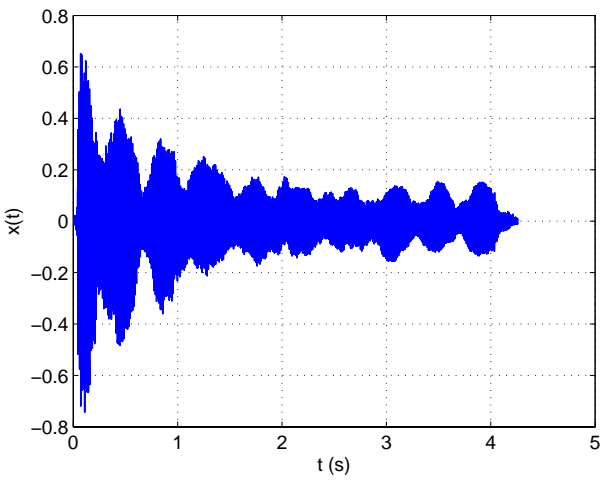
Slika 10. Razlika frekvencija harmoničnih i inharmoničnih komponenata (ton A1).



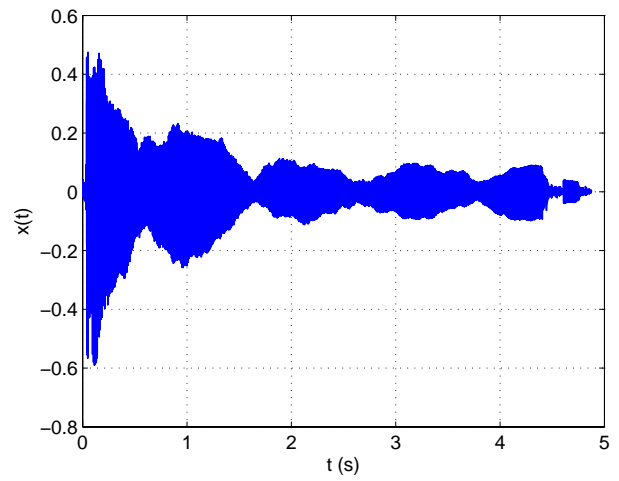
Slika 11. Amplitudska karakteristika signala tona A1.



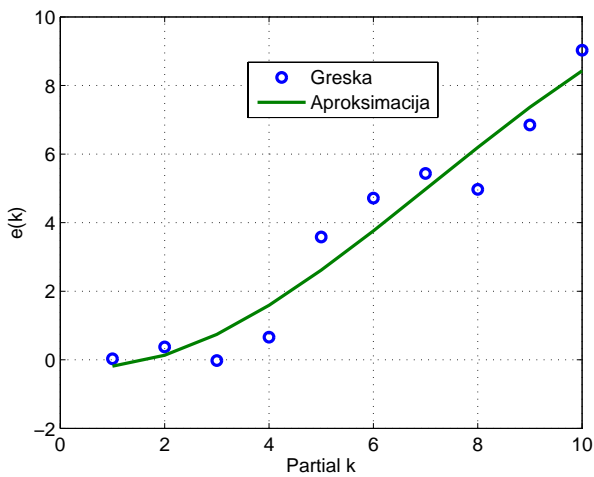
Slika 14. Amplitudska karakteristika signala tona E2.



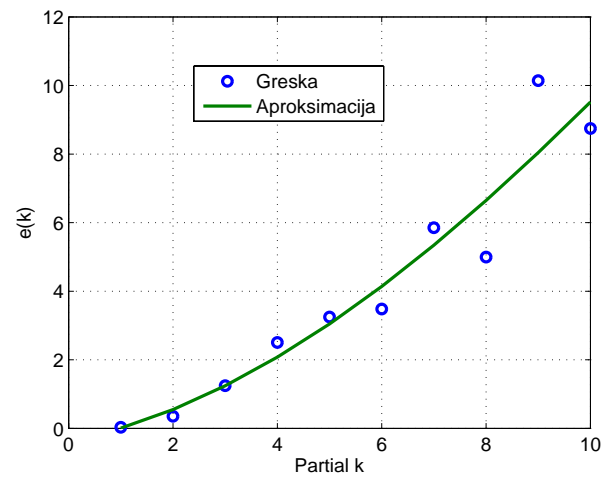
Slika 12. Vremenski oblik signala za ton E2.



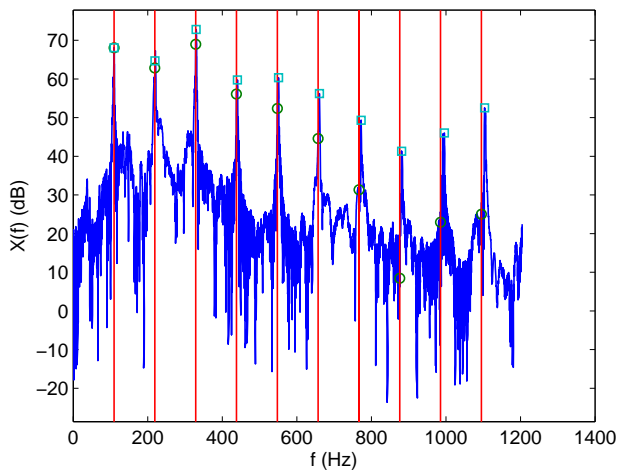
Slika 15. Vremenski oblik signala za ton A2.



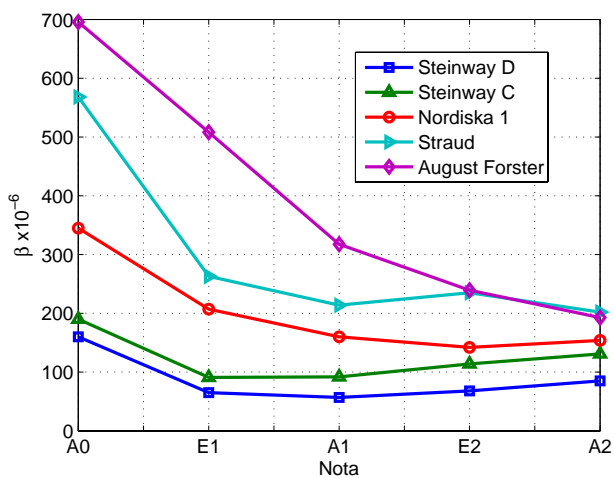
Slika 13. Razlika frekvencija harmoničnih i inharmoničnih komponenta (ton E2).



Slika 16. Razlika frekvencija harmoničnih i inharmoničnih komponenta (ton A2).



Slika 17. Amplitudska karakteristika signala tona A2.



Slika 18. Koeficijent inharmoničnosti bas opsega analiziranih muzičkih instrumenata.

TABELA I. FUNDAMENTALNA FREKVENCIJA I KOEFICIJENTI INHARMONIČNOSTI ZA STEINWAY KLAVIRE (PODACI IZ [8]).

Nota	Steinway D		Steinway C	
	f_0 [Hz]	$\beta(x10^{-6})$	f_0 [Hz]	$\beta(x10^{-6})$
A0	27.25	160	26.92	190
E1	40.95	065	40.65	091
A1	54.75	057	54.14	092
E2	82.31	068	81.55	114
A2	109.55	085	108.52	131

TABELA II. FUNDAMENTALNA FREKVENCIJA I KOEFICIJENTI INHARMONIČNOSTI ZA NORDISKA 1 I STRAUD PIJANINA (PODACI IZ [8]).

Nota	Nordiska 1		Straud	
	f_0 [Hz]	$\beta(x10^{-6})$	f_0 [Hz]	$\beta(x10^{-6})$
A0	26.99	345	26.54	568
E1	41.00	207	40.54	263
A1	54.67	160	54.16	214
E2	82.20	142	81.41	235
A2	109.83	154	108.80	202

TABELA III. FUNDAMENTALNA FREKVENCIJA I KOEFICIJENTI INHARMONIČNOSTI ZA AUGUST FÖRSTER PIJANINO.

Nota	f_0 teorija [Hz]	f_0 realno [Hz]	$\beta(x10^{-6})$
A0	27.5	28.63	695.52
E1	41.203	41.27	508.10
A1	55	55.14	317.60
E2	82.407	82.45	239.44
A2	110	110.1	192.69

TABELA IV. SREDNJA VREDNOST KOEFICIJENTA INHARMONIČNOSTI β_{sr} ZA ANALIZIRANE KLAVIRE I PIJANINA.

Klavir/pijanino	$\beta_{sr} (x10^{-6})$
Steinway D	87.00
Steinway C	123.60
Nordiska 1	201.60
Straud	296.40
August Förster	390.67

C. Analiza rezultata

Upoređivanjem vrednosti koeficijenata inharmoničnosti za tonove A0, E1, A1, E2 i A2 (tabele I, II i III) i sl. 18, kao i srednjih vrednosti koeficijenata (tabela IV) dolazi se do zaključka da:

- koncertni klavir Steinway D ima najmanju inharmoničnost u celom bas opsegu ($\beta_{sr}=87$),
- koncertni i polukoncertni klaviri imaju manju inharmoničnost ($\beta_{sr}=(87+123.6)/2=105.3$) u odnosu na pijanina ($\beta_{sr}=(201.6+296.4+390.67)/3=296.22$),
- testirani August Förster pijanino ima najveću inharmoničnost u celom bas opsegu (4.49 puta veća u odnosu na koncertni klavir).

V. ZAKLJUČAK

U radu je analiziran efekat neharmoničnog vibriranja žica koje se opisuje koeficijentom inharmoničnosti, i efekta koji inharmoničnost izaziva kod muzičkih instrumenata sa žicama. Opisan je algoritam za procenu koeficijenta inharmoničnosti žice kao i inharmoničnosti celog muzičkog instrumenta. Opisani algoritam primenjen je kod određivanja inharmoničnosti pijanina marke August Förster iz 1970. god. Prikazani rezultati i komparativna analiza sa rezultatima za klavire marke Steinway i pijanina Nordiska 1 i Straud pokazuju superiornost klavira u odnosu na grupu pijanina. Pijanino August Förster je pokazao najveću inharmoničnost u bas opsegu koja je 4.49 puta veća u odnosu na koncertni klavir. Ovakvi rezultati ukazuju na uticaj gabarita žica i sile zatezanja na inharmoničnost. Koncertni klavir ima najveće dimenzije, samim tim i najduže žice u bas opsegu, što prouzrokuje malu inharmoničnost.

LITERATURA

- Z. Milivojević and D. Balanesković, "Enhancement Of The Perceptive Quality Of The Noisy Speech Signal By Using Of DFF-FBC Algorithm", Facta Universitatis, Niš, Ser.: Elec. Energ. Vol. 22, no. 3, pp. 379-392, December 2009.
- S. Lixin, Z. Junxing, and P. Lingbin, "Piano fundamental frequency estimation algorithm based on weighted least square method", in Proc.

Int. Forum Inf. Technol. Applicat., IFITA '09, Vol. 2, pp. 155–158, May 2009.

- [3] L. Ortiz-Berenguer, J. Casajus-Quiros, M. Torres-Guijarro, J. Beracoechea and J. Aranda, "Simple modeling of piano inharmonicity due to soundboard impedance", In Proc. 120th AES Convention, Preprint, Vol. 66, pp. 1–6, 2006.
- [4] L. Schuck and R. Young, "Observations on the vibrations of piano strings", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 15, No. 1, pp. 1–11, 1943.
- [5] R. Young, "Inharmonicity of plain wire piano strings", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 24, No. 3, pp. 267–273, 1952.
- [6] H. Fletcher, E. Blackham and R. Stratton, "Quality of piano tones", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 34, No. 6, pp. 749–761, 1962.
- [7] A. Galembo and A. Askenfelt, "Measuring inharmonicity through pitch extraction", *Journal STL-QPSR*, Vol. 35, No. 1, pp. 135-144, 1994.
- [8] A. Galembo and A. Askenfelt, "Signal Representation and Estimation of Spectral Parameters by Inharmonic Comb Filters with Application to the Piano", *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, Vol. 7, No. 2, pp. 197-203, March 1999.
- [9] I. Barbancho, L. Tardon, S. Sammartino and A. Barbancho, "Inharmonicity-Based Method for the Automatic Generation of Guitar Tablature", *IEEE Transactions On Audio, Speech, And Language Processing*, Vol. 20, No. 6, pp. 1875-1868, August 2012.
- [10] M. Hodgkinson, J. Wang, J. Timoney and V. Lazzarini, "Handling inharmonic series with median-adjustive trajectories", 12th Int. Conference on Digital Audio Effects DAFx-09, Como, Italy, Sept. 1-4, 2009.
- [11] M. Tajčević, *Osnovna teorija muzike*, Prosveta, Beograd, 1962.

ABSTRACT

The paper describes inharmonicity of musical instruments with strings. In the first part an algorithm for determination of coefficient of inharmonicity is described. The second part of paper shows the results of algorithm's application to signal processing of tones played at up-right piano "August Förster" manufactured in the year 1970. The results are related to inharmonicity of bass range and are shown in graphics and tables. An estimation of inharmonicity is given by comparative analysis made with Steinway pianos.

INHARMONICITY OF BASS RANGE OF THE UP-RIGHT PIANO AUGUST FÖRSTER

Milena Rajković, Dragan Milosavljević, Zoran Milivojević