

Proračun elektromagnetne kočnice za ispitivanje visokobrzinskih motora

Pavlović Nemanja

Student prvog ciklusa studija

Elektrotehnički fakultet

Banja Luka, R.S. BiH

pavlovicnemanja87@gmail.com

Sadržaj—U radu je opisan postupak proračuna elektromagnetne kočnice koja je namijenjena za kočenje visokobrzinskih motora (električnih ili motora sa unutrašnjim sagorijevanjem) u cilju mjerenja razvijenog momenta. Posmatrana kočnica koristi efekat pojave vrtložnih struja, te je kočni moment kočnice proporcionalan brzini obrtanja i fluksu koji se uspostavlja u njoj. Rad sadrži proračun električnog i magnetnog kola kočnice, u zavisnosti od usvojenih dimenzija i potrebne snage kočenja.

ključne riječi: Elektromagnetna kočnica, Projektovanje mašina

I. UVOD

U ispitivanju električnih motora ili motora sa unutrašnjim sagorijevanjem, neophodno je izmjeriti moment na vratilu opterećene mašine tokom rada. U tu svrhu se koriste različite vrste kočnica (mehaničke, hidraulične, električne itd). Električne kočnice su obično realizovane kao složene elektromašinske grupe i predstavljaju najbolje rješenje jer se kočni moment može precizno kontrolisati, a energija kočenja se može rekuperisati [1]. Međutim, ove kočnice su izuzetno složene i skupe, te se za ispitivanje motora manjih snaga često koriste jeftinije kod kojih se energija kočenja disipira u toplotu. Poseban problem predstavlja kočenje visokobrzinskih motora, čija se vratila obrću sa više od 15000 obrtaja u minuti i gdje se ne mogu koristiti klasične elektromašinske grupe [2]. Za takve primjene koriste se tzv. “eddy current energy absorber” kočnice, kod kojih se snaga kočenja pretvara u toplotu gubitaka vrtložnih struja.

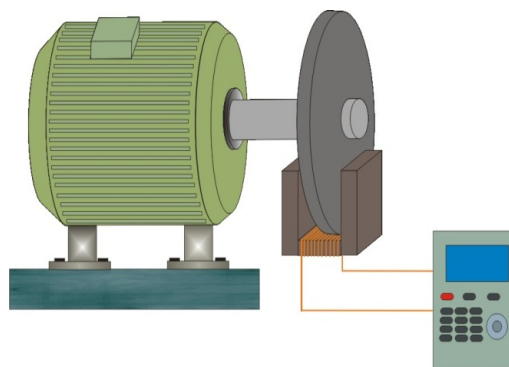
U ovom radu opisaće se konstrukcija, princip rada i osnovni proračuni elektromagnetne kočnice zasnovane na efektu vrtložnih struja.

II. PRINCIP RADA

Princip rada elektromagnetne kočnice zasnovan je na elektromagnetnoj indukciji, Faradejevom i Lorencovom zakonu. Kočnica se realizuje tako što se na vratilo ispitivanog motora postavi metalni disk, najčešće od aluminijuma ili nekog sličnog metala male težine i malih histerezisnih gubitaka, a taj disk se postavi u polje jednosmjernog fluksa. Na Sl. 1. je dat jedan primjer kočnice a na Sl. 2. izgled magnetnog kola.

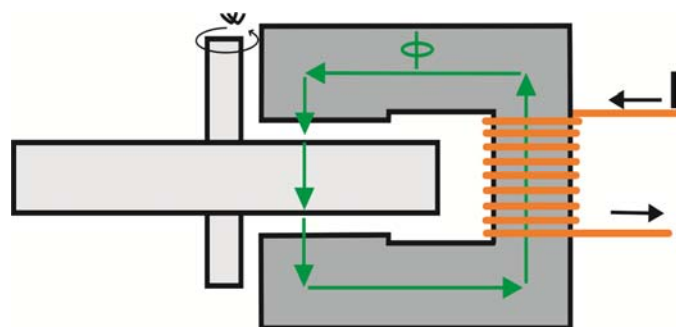
Jednosmjerni fluks dobija se pomoću magnetnog kola sa jednosmjernom strujom. Magnetni fluks presjeca disk i u njemu stvara kočni moment M_k . Ovaj moment dovodi do smanjenja brzine diska, odnosno do njegovog usporavanja. Zbog obrtanja diska u magnetnom kolu, u njemu nastaju gubici

uslijed vrtložnih struja koji se pretvaraju u toplotu. Prema tome, ova kočnica mehaničku snagu na vratilu mašine pretvara u snagu gubitaka u disku. Prednost ove metode je što nema mehaničkog dodira između diska i kočnice, odnosno jezgra, pa nema trenja i samim tim disk se ne oštećuje.



Slika 1. Primjer elektromagnetne kočnice

Magnetno kolo čini jezgro ili jaram, zazor u kojem se nalazi disk i namot na jezgru. Na jezgru se nalazi namot koji se sastoji od N navojaka. Uspostavljanjem jednosmjerne struje kroz namot stvara se jednosmjerni fluks, koji se kanališe kroz jezgro, prolazi kroz vazduh, disk, vazduh i ponovo ulazi u jezgro. Debljina vazdušnog prostora između diska i jezgra treba da bude što manja, zbog male permeabilnosti vazduha.



Slika 2. Magnetno kolo kočnice

Cilj ovoga rada jeste da se na osnovu zadatih parametara, momenta motora M , poluprečnika diska R , debljine diska h , brzine rotacije diska ω , izračuna potrebna vrijednost struje u

namotu na jezgru kočnice, primjenjujući postupak proračuna iz [3] i [4].

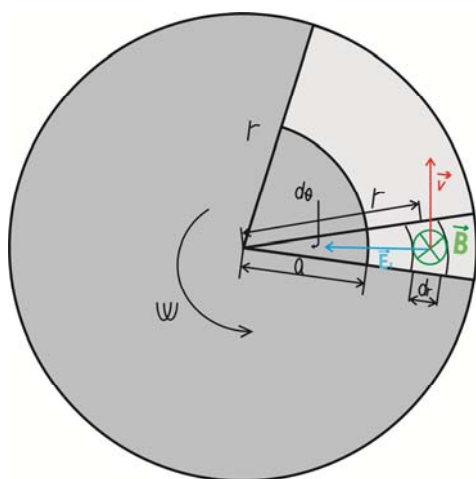
Da bi se disk zaustavio, odnosno usporio treba da se u rotirajućem disku stvori moment koji je istog intenziteta kao i moment motora M a suprotnog smjera. Taj moment se naziva moment kočenja ili kočioni moment i označava se sa M_k . Prilikom prolaska diska kroz zazor, on presjeca linije magnetnog fluksa i u tom dijelu diska se indukuje elektromotorna sila (ems). Obodna ili vanjska brzina diska je

$$v = \omega r \quad (1)$$

gdje je r poluprečnik diska, ω ugaona brzina obrtanja diska a v obodna brzina diska.

Na Sl. 3. prikazana je površina S_0 u kojoj se stvaraju vrtložne struje, odnosno površina koja je izložena magnetnom fluksu koji se uspostavlja u jezgru. Radi jednostavnosti, pretpostaviće se da je ova površina isječak kruga, dok će se u narednom paragrafu analizirati stvarna površina obuhvaćena fluksom.

Na Sl. 3. prikazani su vektori magnetne indukcije $\vec{B}$, vektor indukovanе elektromagnetne sile (ems) $\vec{E}$ i vanjske ili obodne brzine $\vec{v}$. Vektor $\vec{B}$ usmjeren je u ravan crteža i on sa vektorima $\vec{E}$ i $\vec{v}$ zaklapa ugao od 90° .



Slika 3. Površina isječka prstena i smjerovi vektora

Sa Sl. 3. imamo da je indukovana ems

$$de = (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l} \quad (2)$$

Ukupna indukovana ems na dužini l je

$$e = \int_l (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l} = \int_l \vec{E} d\vec{l} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{v} \times \vec{B} \\ E &= vB \sin(\angle v, B) = \omega r B \end{aligned} \quad (4)$$

gdje je sa " $\angle$ " označen ugao između vektora $\vec{v}$ i $\vec{B}$ i on iznosi 90° . U izrazu (4), B je vrijednost magnetne indukcije. Vektor gustine struje dat je jednačinom

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (5)$$

gdje je σ specifična provodnost materijala. Kako su vektori gustine struje $\vec{J}$ i vektor jačine električnog polja $\vec{E}$ kolinearni, tada se jednačina (5) može napisati u sljedećem obliku

$$J = \sigma E \quad (6)$$

Snaga Džulovih gubitaka dobija se na osnovu relacije

$$P_j = \int_V \vec{J} \vec{E} dv \quad (7)$$

sa dv je označena elementarna zapremina u kojoj se računa snaga Džulovih gubitaka. Ova zapremina je jednaka zapremini isječka diska koji se nalazi u polju stalnog magneta, jer je disk napravljen od materijala vrlo male magnetne permeabilnosti. Uvrštavanjem izraza (5), (6) i (4) u izraz (7) dobijamo da je snaga Džulovih gubitaka jednaka

$$P_j = \sigma \omega^2 B^2 \int_V r^2 dv \quad (8)$$

u izrazu (8) sa r je označena dužina od ose diska do elementarne zapremine dv . Ovo je prikazano na Sl. 3. Elementarna zapremina je jednaka

$$dv = r d\theta dr h \quad (9)$$

gdje je sa $d\theta$ označen elementarni ugao između poluprečnika diska i r . Ovdje se θ uzima u radijanima, a h predstavlja debljinu diska.

Uvrštavanjem izraza (9) u izraz (8) dobijamo konačan izraz za snagu Džulovih gubitaka

$$P_j = \sigma \omega^2 B^2 h \int_0^\theta d\theta \int_a^R r^3 dr \quad (10)$$

$$P_j = \sigma \omega^2 B^2 h \left(\frac{R^4}{4} - \frac{a^4}{4} \right) \theta \quad (11)$$

gdje je a manji poluprečnik isječka prstena prikazanog na Sl. 3. a R veći poluprečnik.

Na osnovu formule

$$M_k = \frac{P_j}{\omega} \quad (12)$$

Imamo

$$P_j = M_k \omega \quad (13)$$

$$\sigma \omega^2 B^2 h \left(\frac{R^4}{4} - \frac{a^4}{4} \right) \theta = M_k \omega \quad (12)$$

$$\sigma \omega B^2 h \left(\frac{R^4}{4} - \frac{a^4}{4} \right) \theta = M_k \quad (13)$$

$$B^2 = \frac{M_k}{\sigma \omega h \theta \left(\frac{R^4}{4} - \frac{a^4}{4} \right)} = \frac{4M_k}{\sigma \omega h \theta (R^4 - a^4)} \quad (14)$$

Konačno dobijamo da je vrijednost magnetne indukcije koja treba da se uspostavi u jezgri i disku

$$B = \pm \sqrt{\frac{4M_k}{\sigma \omega h \theta (R^4 - a^4)}} \quad (15)$$

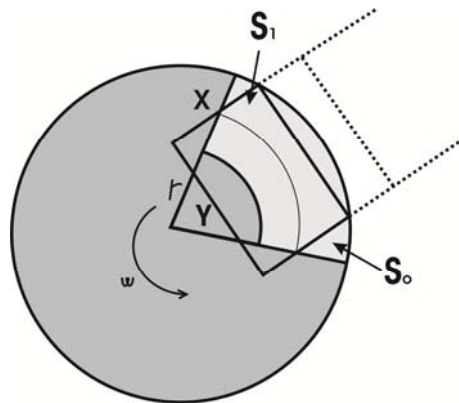
Znak “ $\pm$ ” u izrazu (15) govori o smjerovima vektora magnetne indukcije. Na Sl. 3. usvojili smo da je vektor magnetne indukcije usmjeren u ravan crteža, tako da izraz (15) uzimamo sa znakom “ $+$ ”. Konačno dobijamo da je vrijednost magnetne indukcije jednaka

$$B = \sqrt{\frac{4M_k}{\sigma \omega h \theta (R^4 - a^4)}} \quad (16)$$

U izrazu (16) sve veličine na desnoj strani jednakosti su nam poznate, tako da možemo izračunati efektivnu vrijednost magnetne indukcije u rotirajućem disku i jezgri. Takođe, ovdje treba voditi računa o vrijednosti magnetne indukcije, tako da materijal od kojeg je napravljeno jezgro ne ode u zasićenje. Da se to ne bi desilo, mi određene veličine u izrazu (16) možemo da mijenjamo (poluprečnik diska R , debljinu diska h , manji poluprečnik isječka prstena a i ugao θ) tako da možemo korigovati vrijednost magnetne indukcije i spriječiti da materijal ode u zasićenje.

III. OPTIMIZACIJA DIMENZIJA MAGNETNOG KOLA

Prethodni izrazi su izvedeni uz pretpostavku da magnetni fluks prolazi kroz površinu datu isječkom prstena. U praktičnoj realizaciji, fluks prolazi kroz površinu pravougaonog oblika, koja je jednaka površini poprečnog presjeka jezgra magneta. Na Sl. 4. prikazan je disk koji se nalazi na vratilu motora koji ga obrće, a jednim dijelom se nalazi u polju magneta.



Slika 4. Površine prstena i jezgra

Površina diska koja je na Sl. 4. označena svjetlijom bojom, odnosno površina S_0 , predstavlja dio površine diska koji se nalazi u zazoru jezgra. Ova površina ima oblik isječka kruznog prstena, čiji je manji poluprečnik označen sa a , a veći poluprečnik sa R , koji je istovremeno i poluprečnik diska. Ovakav oblik površine S_0 uzet je iz razloga što je lakše izračunati dvojni integral koji smo imali u izrazu (10). Jezgro je obično u takvom obliku da je njegov poprečni presjek u obliku pravougaonika, razlog toga jesu pojednostavljenja u računanju i smanjenje ivičnih efekata koja se javljaju. Na Sl. 4. prikazana je i površina S_1 koja predstavlja površinu poprečnog presjeka jezgra. Pri računanju snage Džulovih gubitaka, izraz (11), koristili smo zapreminu isječka prstena odnosno površinu S_0 .

Kako je magnetno kolo pravougaonog oblika, čije su stranice x i y , a njena površina je

$$S_1 = xy \quad (17)$$

Kako je $M_k \sim P_j$ i $P_j \sim B^2$ tada slijedi da je $M_k \sim B^2$. Jačina magnetne indukcije u disku zavisi od površine i oblika onoga dijela diska koji se nalazi magnetnom polju, odnosno površine i oblika onoga dijela diska koji se nalazi u zazoru jezgra. Površine S_0 i S_1 moraju biti jednake, to jest

$$S_0 = S_1 \quad (18)$$

Površina isječka prstena je

$$S_0 = \int_0^\theta d\theta \int_a^R r dr = \int_0^\theta d\theta \left(\frac{R^2 - a^2}{2} \right) \quad (19)$$

$$S_0 = \frac{1}{2} \theta (R^2 - a^2) \quad (20)$$

Radi optimizacije dimenzija presjeka jezgra, pokušaćemo izvesti zavisnost veličina x i y , kao i granice u kojima treba da se nalaze. Da se ne bi desilo da šrafirani dio diska previše zalazi u unutrašnjost jezgra, potrebno je odrediti dimenzije x i y takve da šrafirani dio bude što manji, odnosno da disk ne zalazi puno u unutrašnjost jezgra. Na Sl. 5. je prikazana ta

situacija. Ovdje se mogu javiti dva slučaja. Prvi, ako disk puno zalazi u unutrašnjost jezgra, tada se može desiti da disk dodiruje namot na jezgri i da ga uslijed rotacije ošteti ili da izazove kratak spoj. Takođe, ovdje se može desiti i da vratilo, na kojem se nalazi disk, dodiruje jezgro magnetne kočnice i tako stvori mehanička oštećenja. Druga situacija koja se može javiti jeste da se mali dio diska nalazi u zazoru jezgra. Granica za stranicu y treba da je

$$0 < y \leq 2R \sin \frac{\theta}{2} \quad (21)$$

U izrazu (21), $2R \sin \frac{\theta}{2}$ predstavlja tetivu kružnog isječka poluprečnika R i ugla θ .

Ako uzmemo proizvoljnu vrijednost za y (mora da bude u datim granicama) tada imamo

$$y = 2R \sin \frac{\theta}{2} \quad (22)$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{y}{2R} \quad (23)$$

$$\frac{\alpha}{2} = \sin^{-1} \frac{y}{2R} \quad (24)$$

Kako je $S_0 = S_1 = xy$, druga stranica praugaonika treba da se nalazi u granicama

$$0 < x \leq R - R \left[1 - \cos(\sin^{-1} \frac{y}{2R}) \right] \quad (25)$$

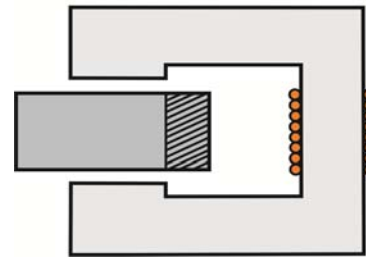
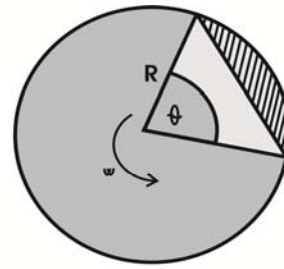
gdje je $R - R \left[1 - \cos(\sin^{-1} \frac{y}{2R}) \right]$ visina kružnog isječka, odnosno maksimalno rastojanje od tangente do luka kružnog isječka.

Za proizvoljno odabranu vrijednost stranice y , koja se nalazi u granicama definisanim izrazom (21), imamo da je druga stranica praugaonika x jednaka

$$x = \frac{S_1}{y} = \frac{S_0}{y} \quad (26)$$

U zavisnosti od poluprečnika diska R , za stranicu y trebalo bi da uzimamo vrijednost oko $\frac{R-a}{2}$, jer se tada dobija optimizacija stranica x i y . Ako bi se desilo da jedna od stranica praugaonika izlazi van svoje granice, onda drugu stranicu treba da korigujemo, odnosno da smanjimo ili povećamo njenu vrijednost. Takođe, ovdje treba da se vodi računa i o tome da se neke dimenzije ne uzimaju prevelike vrijednosti ili da ugao θ ne bude veći od 180° jer bi u

suprotnom jezgro od feromagnetnog materijala došlo u dodir sa vratilom na kojem se disk nalazi a to nije dopustivo.



Slika 5. Optimizacija dimenzija diska i jezgra

IV. MAGNETNO KOLO

Magnetno kolo se izrađuje od feromagnetnog materijala, najčešće od gvožđa. Uloga magnetnog kola je da se pomoću njega kanališe jednosmjerni magnetni fluks koji stvara struja u namotu na njemu.

Na osnovu Amperovog zakona imamo

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = NI \quad (27)$$

Kako su vektori u izrazu (27) kolinearni i kako namot ima N navojaka dobijamo sledeći izraz (28). U izrazu (27) integraljenje se vrši duž zatvorene konture C , slika Sl. 6. koja se sastoji od sledećih putanja $2l_0$, $2l_1$, $2l_2$, l_3 i h odonosno

$$C = 2l_0 + 2l_1 + 2l_2 + l_3 + h \quad (28)$$

Na osnovu Amperovog zakona (27) i izraza za konturu po kojoj se vrši integraljenje (28), dobijamo Amperov zakon u sledećem obliku

$$H_d h + 2H_0 l_0 + H(2l_1 + 2l_2 + l_3) = NI \quad (29)$$

gdje je H_d efektivna vrijednost jačine magnetnog polja u disku, H_0 efektivna vrijednost jačine magnetnog polja u vazduhu, H efektivna vrijednost jačine magnetnog polja u jarmu a l_0 , l_1 , l_2 , l_3 , h su dužine pojedinih delova kao sto je prikazano na Sl. 6. Vektor jačine magnetne indukcije $\vec{B}$ ima istu vrijednost i u vazduhu, disku i jarmu, na osnovu graničnih uslova na površini između dvije sredine. Jačina magnetnog polja H različita je u vazduhu, disku i jarmu [2]. Na osnovu formule koja daje vezu između vektora jačine magnetne

indukcije $\vec{B}$, vektora jačine magnetnog polja $\vec{H}$ i magnetne permeabilnosti μ , imamo

$$H = \frac{B}{\mu} \quad (30)$$

Na osnovu izraza (29) i izraza (30) za pojedine sredine, dobijamo Amperov zakon u obliku

$$\frac{B_d}{\mu_d} h + 2 \frac{B_0}{\mu_0} l_0 + \frac{B}{\mu} (2l_1 + 2l_2 + l_3) = NI \quad (31)$$

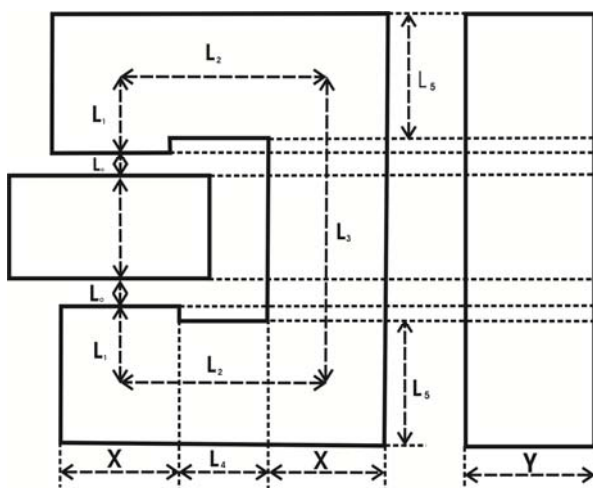
ovdje su sa B_d , B_0 , B , označene vrijednosti magnetne indukcije u disku, vazduhu i jarmu navedenim redom. Sa μ_d , μ_0 , μ su označene magnetne permeabilnosti pojedinih dijelova magnetnog kola. Konačno dobijamo izraz za efektivnu vrijednost struje koja treba da se propusti kroz namot

$$I = \frac{\frac{B_d}{\mu_d} h + 2 \frac{B_0}{\mu_0} l_0 + \frac{B}{\mu} (2l_1 + 2l_2 + l_3)}{N} \quad (32)$$

Kako su indukcije u pojedinim dijelovima jednake, izraz (32) dobija oblik

$$I = \frac{B}{N} \left[\frac{1}{\mu_d} h + 2 \frac{1}{\mu_0} l_0 + \frac{1}{\mu} (2l_1 + 2l_2 + l_3) \right] \quad (33)$$

Sve veličine u izrazu (33) su nam poznate, tako da smo dobili izraz iz kojeg možemo da izračunamo koliku struju treba da pustimo kroz namotaj na jarmu da bi se ostvario kočioni moment M_k da bi se disk usporio. Ostale dimenzije se mogu izračunati na osnovu l_0 , l_1 , l_2 , l_3 i h . Dužina l_0 treba da bude od 1 do 2 [mm] dovoljno samo da se ne dodiruju disk i jaram.



Slika 6. Dimenzije magnetnog kola

Na Sl. 6. su prikazane dimenzije magnetnog kola. Dimenzija l_4 treba da se izabere tako da se izbjegne da disk dodiruje namot na jezgru. Na osnovu izraza (25), ova dimenzija treba da ima vrijednost veću nego sto se dobija iz ovoga izraza, naravno ovdje treba da se vodi računa i o debljini namota.

V. ZAKLJUČAK

U radu su prikazani postupci za proračun elektromagnetne kočnice. Ovakav tip kočnice koristi za visokobrzinske motore, gdje ne mogu da se koriste druge vrste kočnica. Zbog složenosti pri računanju indukovane elektromotorne sile, fluksa i površine urađene su određene aproksimacije i uprošćenja. Disk treba da bude načinjen od mekog gvožđa velike permeabilnosti da bi potencirao gubitke usljed vrtložnih struja. Disk bi mogao da bude od aluminijuma koji je bolji provodnik od gvožđa, javiće se veće stuje u disku i stvoriti će veće gubitke u disku. Magnetno kolo je od mekog gvožđa kako bi se postigla što veća indukcija. Na manjim brzinama, ova kočnica neće imati efekta, tek na većim brzinama postiže efekat.

ZAHVALNICA

Zahvaljujem na pomoći koju su mi pružili asistenti Elektrotehničkog fakulteta u Banja Luci, Dr Petar Matić i Mr Milorad Bajić.

LITERATURA

- [1] Miloš Petrović "Ispitivanje električnih mašina", Akademska misao Beograd, 2000.
- [2] I. Boldea, S. Nasar, "The Induction Machine Handbook", CRC Press, New York, 2002.
- [3] Dr Jovan V Surutka "Osnove elektrotehnike III dio, elektromagnetizam", Naučna knjiga Beograd, 1992
- [4] Dr Branko D. Popović "Elektromagnetika", Građevinska knjiga Beograd, 1980.

ABSTRACT

This paper describes the procedure for designing the electromagnetic brakes used for torque measurements of high-speed motors. The braking is based on the eddy current phenomenon hence the braking torque is proportional to the flux and speed of rotation. The paper contains a calculation of electric and magnetic circuit of the brake, depending on the size and necessary braking force.

DESIGN OF EDDY CURRENT ELECTRICAL BRAKE FOR TESTING HIGH SPEED MOTORS

Nemanja Pavlović