

ДИНАМИЧКИ МОДЕЛИ РОТОРА СА КЛИЗНИМ ЛЕЖАЈЕВИМА ROTOR DYNAMIC MODELS WITH SLIDING BEARINGS

Ranko Antunovic, Faculty of Mechanical Engineering of East Sarajevo

Садржај

У овом раду је приказана методологија развоја динамичког модела ротора која је оријентисана на откривање неисправности у раду машина на бази вибрација које снимају сами сензори, који су углавном смјештени у њиховим лежајевима. Тако да је математички модел развијен као еластични ротор са концентрисаним масама. Сама феноменологија неисправности у раду система намеће моделу одређене претпоставке које неминовно усложњавају сам модел. Међутим, циљ овог рада није био откривање нове методологије изградње модела динамике ротора, нити откривање описа новог феномена динамичке побуде, већ развој математичког модела чија је намјена тумачење и разумијевање феномена динамичких побуда на бази одзива са сензорског система.

Приказани математички модели у великој мјери су повезани са резултатима експерименталних платформи водећих свјетских компанија. Резултати тих истраживања су систематизовани и приказани су математички модели којима се прати феноменологија дијагностике.

Поузданост дијагностичких анализа на бази развијеног динамичког модела је потврђена испитивањем на реалним техничким системима у току њихове експлоатације.

Кључне ријечи: динамика ротора, динамички модели, математички модели, вибрације, вибродијагностика

Abstract

In this paper the authors describe the development of a dynamic model of the rotor, which is oriented to detect неисправности working machine based on vibration sensors which record themselves, which are mainly located in their beds. So that the mathematical model was developed as an elastic rotor with concentrated masses. Phenomenology itself faults the system imposes a certain model assumptions that inevitably complicate the model itself. However, the aim of this study was the detection of a new methodology of building models of the dynamics of the rotor, or discover the description of the new phenomenon of dynamic excitation, but to develop a mathematical model intended to interpret and understand the phenomenon of dynamic excitation on the basis of response to sensory systems.

Presents the mathematical models are largely related to the results of experimental platform, the worlds leading companies. The results of these studies are analyzed and presented mathematical models that follow the phenomenology of diagnosis.

The reliability of diagnostic analysis based on the developed dynamic model was confirmed by testing on real technical systems during their exploitation.

Keywords: rotor dynamics, dynamic model, mathematical model, vibration, vibrodijagnostika, monitoring

1. Увод

Теоријска анализа и изградња математичког модела сложених динамичких структура је предмет рада многих института у свијету. Код формирања модела који је оријентисан на откривање дефеката на бази вибрација математички модел је углавном приказан као еластични ротор са концентрисаним масама. Сама феноменологија дефеката намеће моделу одређене претпоставке које неминовно усложњавају модел. Нпр. појава дебаланса уноси инерцијалну силу као спољну силу у систем, што је

сличаан случај и са појавом несаосности. Појава зазора у спојницама има као фенеомен ефекат удара. Појаве грешака у самим лежајевима као што су повећан зазор, динамика уљног филма и сл. уводе у модел нелинеарност флуидне силе, силе удара и силе трења. Веома честа појава чији феномен у математички модел уноси доста сложености је анизотропија. Нпр. један од најкрупнијих и најопаснијих дефеката ове врсте је појава пукотине у ротору. Треба имати на уму да је код већине ротора у машинама најнижи тражени

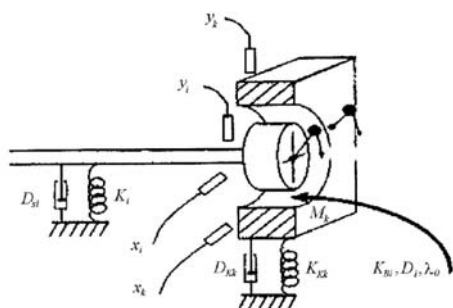
мод фреквенција ротора обично виши него други и трећи мод прелазних фреквенција. Међутим, главни разлог да се математички модели више орјентису на осцилације савијања ротора није само у поменутој чињеници, него у чињеници да се већина дефеката више одражава на осцилације савијања и лакше дефектује стандардним сензорским системима.

Торзионе вибрације не могу се детектовати без специјалних сензора чак и када њихове амплитуде дођу близу деструктивног нивоа.

Под моделирањем динамичког система се подразумева постављање диференцијалних једначина кретања те рјешавање тих једначина са анализом резултата. Приликом процедуре моделирања треба:

- јасно одредити и дефинисати претпоставке код моделирања, јер исте уводе одређена ограничења у модел
- одредити координатни систем
- дефинисати силе које дјелују на ротациони систем
- развити дијаграм слободног тијела
- развити диференцијалне једначине кретања
- ријешити диференцијалне једначине кретања
- експериментално потврдити исправност модела

2. Математички модел рукавца ротора у клизном лежају



Сл.2. Сензорски систем и одговарајући динамички модел рукавца у клизном лежају

Код класичног модела вибрацијско кретање је у једном правцу, што није случај код прецесијског кретања ротора. Овдје сила услед опружне крутости K и пригушна сила ротирају неком ободном брзином $\omega = \lambda_0 \Omega$. Гдје је λ_0 обично мањи од 0.5, али може варирати од 0,005 до 1.

Кретање рукавца, записано у комплексном облику:

$$z_r(t) = x_r(t) + jy_r(t), \quad \text{описујемо}$$

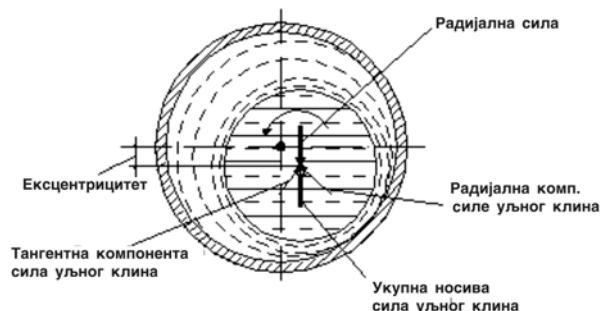
диференцијалним једначином:

$$M\ddot{z}_r + D\dot{z}_r + Kz_r = 0 \quad (1)$$

3. Математички модел система ротор+лежајеви са еластичним ротором и флексибилним лежајевима

Овдје је приказан сензорски орјентисан математички модел система ротор/лежајеви са еластичним

Формирање динамичког модела је орјентисано на откривање дефеката на бази вибрација које снимају сензори, који су углавном смјештени у лежајевима. За разумијевање динамике роторног система у цјелини изузетно је важно разумијевање и моделирање догађаја у флуидном лежају, у којем долази до интерактивног дјеловања између чврстог тијела (рукавац ротора) и флуида (уље у лежају или уљној бртви, пара у парним бртвеницама, пумпани медиј у распорима пумпи,...) [4].



Сл.1. Физички модел са анализом сила које дјелују на рукавац у клизном лежају

Флуид у лежају дјелује као опруга са сложеном крутошћу. Ако се ротор отклони од равнотежног положаја, сила услед тангенцијалне крутости га настоји гурнути у тангенцијалном смјеру (у смјеру ротације). Сила услед опружне крутости настоји вратити ротор у почетни равнотежни положај.



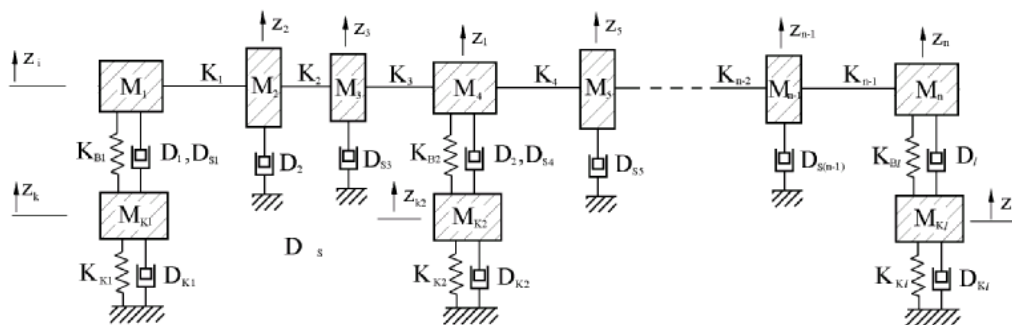
Трансформацијом ротирајућих координата у стационарне помоћу израза

$$z_r = ze^{-j\lambda_0\Omega}$$

Након диференцирања и уврштавањем у једначину (1) једначина слободних осцилација у стационарним координатама има облик:

$$M\ddot{z} + D\dot{z} + (K - j\lambda_0\Omega D)z = 0 \quad (2)$$

ротором и еластичним ослоњеним лежајевима. Модел је базиран на модалној карактеристици ротора и ротационој карактеристици генералисане флуидне силе [5].



Сл.3. Динамички модел вишемодалног ротора ослоњеног на флексибилне лежајеве

Диференцијалне једначине посматраног модела можемо написати у облику [5]:

$$M_i \ddot{z}_i + D_{si} \dot{z}_i + K_i (z_i - z_{i+1}) + K_{i-1} (z_i - z_{i-1}) + F_{fli} = m_i r_i \Omega^2 e^{j(\Omega t + \varepsilon_i)} + P_i e^{j\gamma_i} + N_i (z_1, z_2, \dots, z_n, t)$$

$$i = 1, \dots, n; \quad z_1 - z_0 = 0; \quad z_n - z_{n+1} = 0 \quad (2)$$

$$M_{Kk} \ddot{z}_{Kk} + D_{Kk} \dot{z}_{Kk} + K_{Kk} z_{Kk} + F_{fKk} = F_{Kk}$$

$$k = 1, \dots, l$$

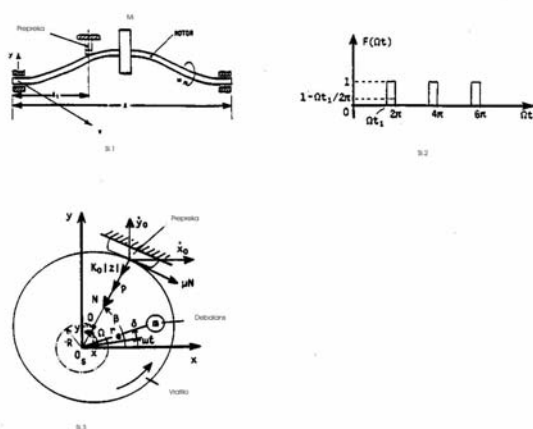
4. Моделирање и дијагностика појединих механичких поремећаја

Код моделирања појединих механичких поремећаја као што су: додир ротора о статор, уљне нестабилности, лабавост стационарних и ротационих дијелова, пукотине у ротору итд. потребно је моделирати ефекте промјене крутости, ефекте трења, удара, додатне неуравнотежености и ексцентричности и др [4]. У овом раду дат је примјер математичког модела ротора код постојања

дјелимичног додира ротора о статор и модел ротора са пукотином.

4.1. Математички модел са дјелимичним додиром ротора о статор

Посматрајмо систем ротор/лежајеве вишемодалног ротора са заосталим дебалансом и једносмјерном силом као последица (несаосности, електричних дефеката и сл) који има додир ротора о статор [6].

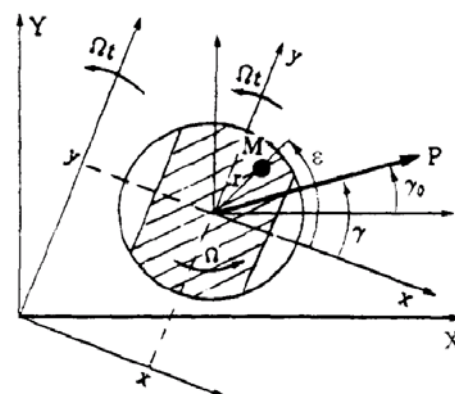


Сл.4. Моделирање додира ротора о статор и одговарајући сензорски одзиви

Математички модел ротора са пукотином

Анизотропија крутости ротора и ексцентричност вратила су двије основне радијалне силе које треба укључити у динамички модел [7]:

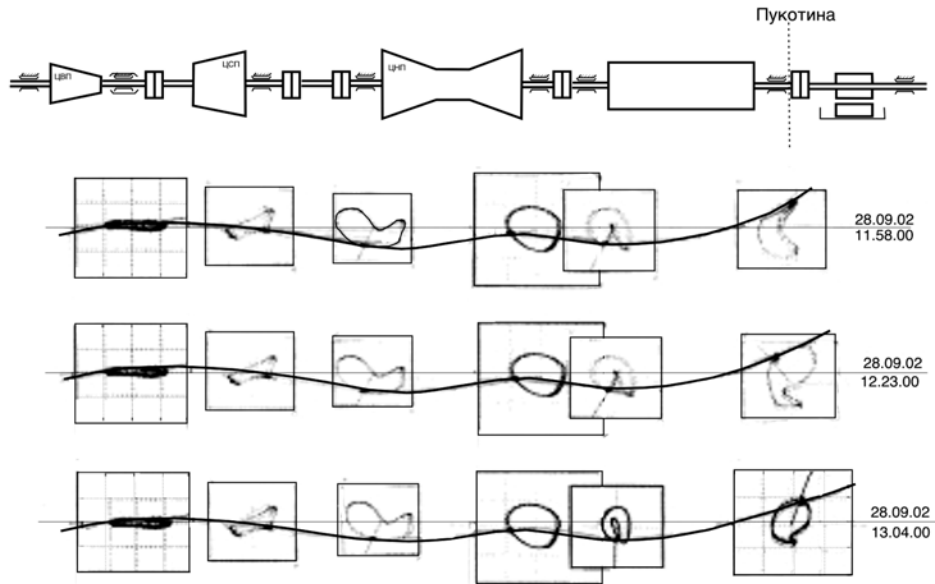
Нека се на дијелу ротора иумеђу маса M_i и M_{i+1} иницирала пукотина.



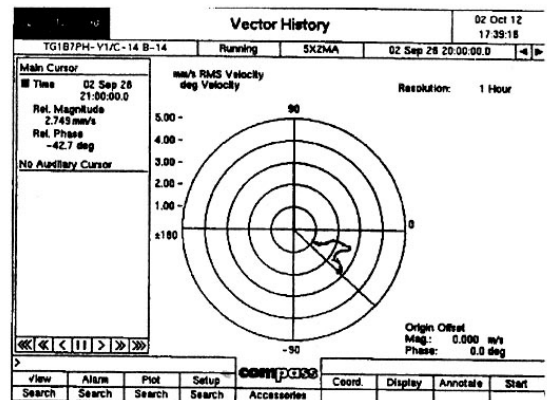
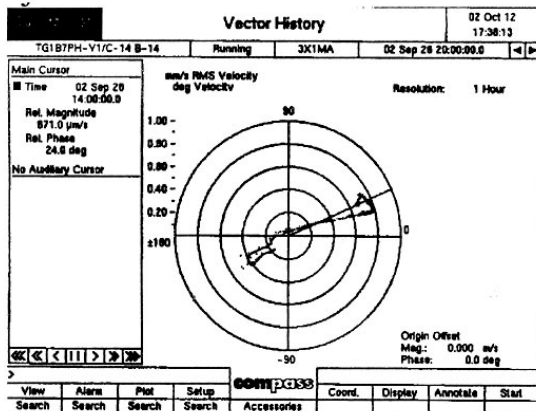
Сл.5. Динамички модел ротора са трансферзалном симетричном пукотином

Систем диференцијалних једначина можемо написати у облику:

$$\begin{aligned}
 M_i \ddot{x}_i + D_{si} \dot{x}_i - D_{si} \Omega y_i + (K_i - 2K_1 - M_i \Omega_i^2)(z_i - z_{i+1}) - 2M \Omega \dot{y}_1 + K_{i-1}(z_i - z_{i-1}) + F_{fl_{yi}} = \\
 m_i r_i \Omega^2 \cos \varepsilon_i + P_i \cos(\Omega t + \gamma_i) + N_i(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\
 M_i \ddot{y}_i + D_{si} \dot{y}_i + D_{si} \Omega x_i + (K_i - M_i \Omega_i^2)(y_i - y_{i+1}) + 2M_i \Omega \dot{x}_1 + K_{i-1}(z_i - z_{i-1}) + F_{fl_{xi}} = \\
 m_i r_i \Omega^2 \sin \varepsilon_i + P_i \sin(\Omega t + \gamma_i) + N_i(y_1, y_2, \dots, y_n, t)
 \end{aligned} \quad (5)$$



Сл.6. Изглед еластичне (модалне) линије ротора са придруженим орбитама током пропагирања пукотине у ротору



Сл.7. Поларни дијаграм 1X и 2X хармоника вибрација током пропагирања пукотине у ротору

5. Закључак

У овом раду је формирање самог модела ротора орјентисано на откривање дефеката на бази вибрација које снимају сензори, који су углавном смјештени у лежајевима. Тако да је математички модел приказан као еластични ротор са концентрисаним масама. Могло се закључити да сама феноменологија дефеката намеће моделу одређене претпоставке које неминовно усложњавају модел. Међутим, циљ овог рада није био откривање нове методологије изградње модела динамике ротора, нити откривање описа новог феномена динамичке побуде, већ развој математичког модела чија је намјена тумачење и

Симболи и нотација

Ω - угаона брзина ротора око сопствене осе обртања

λ_{0i} - однос средње угаоне брзине флуида

ω - угаона брзина ротора око осе лежаја

$z_i = x_i + jy_i$ - радијално помјерање ротора у

фиксним координатама

F - амплитуда силе, δ - фазни угао дјеловања силе

M_i, K_i, D_i - generalisana mod a ln a masa, krutost i fluidno prigušenje

D_{si} - generalisano mod a ln o prigušenje okoline rotora

F_{ji} - fluidna sila

N_i - proizvoljna spoljna sila na rotoru

P_i - konstantna sila

M_{Kk} - masa k_{og} lezaja

D_{Kk} - prigušenje k_{og} lezaja

F_{jKk} - fluidna sila koja djeluje na ležaj

F_{Kk} - spoljne sile na ležaju

l - broj ležajeva

разумијевање феномена динамичких побуда на бази одзива са сензорског система.

Тако да су математички модели у великој мјери повезани са резултатима експерименталних платформи водећих свјетских компанија. Резултати тих истраживања су систематизовани и приказани су математички модели којима се прати феноменологија дијагностике.

Поузданост дијагностичких анализа на бази развијеног модела сензорског система је потврђена испитивањем на реалним машинским објектима у току њихове експлоатације.

Литература

- [1] Jeans Trampe Broch, *Mechanical Vibration and Shock Measurements*, April 1984
- [2] A. Muszynska, *Vibrational Diagnostics of Rotating Machinery Malfunctions*, International Journal of Rotating Machinery, 1995, Vol. 1, No. 3-4, pp. 237-266
- [3] W. C. Laws, A. Muszynska, *Periodic and Continuous Vibration Monitoring for Preventive Maintenance of Rotating Machinery*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, april 1987, Vol. 109
- [4] Bently Nevada CO. USA: *Advanced Machinery Dynamics Reference Manual*, SELECTED PUBLICATIONS 1982-1998, Minden, USA, 1998
- [5] Paul Goldman, Alex Petchenev, Agnes Muszynska, *DYNAMICS OF ROTOR/BEARING SYSTEM WITH FLEXIBLE ROTOR AND FLEXIBLE BEARING SUPPORT*, Design Engineering Technical Conference, septembar 14-17, 1997- Sacramento, California
- [6] A. Muszynska. PhD, "Partial lateral rotor to stator rubs", C281/94, ImchE 1984
- [7] R. Antunovic "DETECTION OF ROTOR CRACKS BY VIBRATIONS ANALYSIS", међународни научно-стручни часопис **Tehnička dijagnostika**, ISSN 1451-1975, UDK:621.824.034