

ODREĐIVANJE FREKVENCIJSKI ZAVISNOG EKVIVALENTNOG POLUPREČNIKA ALUČEL PROVODNIKA DETERMINATION OF FREQUENCY DEPENDENT RADIUS OF STEEL CORED ALUMINIUM CONDUCTORS

Nikola Mučalica, »Elektroenergetika – Južna Bačka«, Novi Sad,
Miroslav Prša, Karolina Kasaš-Lažetić, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
Dragoljub Mučalica »Elektrovojvodina«, Novi Sad

Sadržaj – Alučel užad su uvek napravljena u obliku upletenih provodnika. U slučaju manjih poprečnih preseka su alučel provodnici napravljeni tako da su, oko čeličnog provodnika kružnog poprečnog preseka, upleteni aluminijumski provodnici, a kod većih poprečnih preseka je i čelično jezgro sastavljeno od više upredenih čeličnih provodnika.

Cilj ovog rada je da se odrede ekvivalentni poluprečnici pojednostavljenih Alučel provodnika, sastavljenih od koaksijalno postavljenih cilindričnih provodnika, kružnog poprečnog preseka, unutrašnjeg od čelika, a spoljašnjeg od aluminijuma i zavisnost tih poluprečnika od frekvencije. Pojam ekvivalencije se odnosi na istu podužnu otpornost, koju ima realan provodnik, za različite, standardizovane vrednosti poprečnih preseka realnih provodnika, pri frekvencijama od 0Hz do 2500Hz (pedeseti harmonik osnovne industrijske frekvencije). Svi proračuni su vršeni primenom COMSOL Multiphysics programskog paketa, a rezultati su prikazani tabelarno i grafički.

Ključne reči – Alučel provodnici, ekvivalentni poluprečnici, raspodela struje, podužna otpornost

Abstract – Steel cored aluminium cables are always made as a bunch stranding conductors. In the cases of smaller cross-sections, conductors are made so that aluminium conductors are stranded around a single steel conductor of circular cross-section. When steel cored aluminium wire has bigger cross-section, the steel core is stranded as well.

The main goal of this paper is to determine equivalent radiuses of simplified steel cored aluminium conductors, composed of two coaxial cylindrical conductors with circular cross-section, internal made of steel and external made of aluminium, as well as a frequency dependence of those radiuses. In this case term equivalent means the same resistance per unit length as a real conductor for different, standardized values of real conductor's cross-sections on frequencies from 0Hz to 2500Hz (fiftieth harmonic of basic industrial frequency). All calculation was carried out applying COMSOL Multiphysics computer program package, and the results are presented by tables and graphically.

Key words – Steel cored aluminium conductors, equivalent radiuses, current distribution, resistance per unit length

1. UVOD

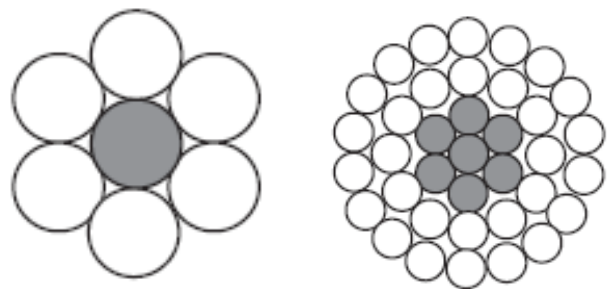
Zbog pojave površinskog efekta u provodnicima sa vremenski promenljivim strujama, strujna raspodela po poprečnom preseku provodnika nije ravnomerna. Izrazitost površinskog efekta zavisi od oblika i veličine poprečnog preseka provodnika, od električnih i magnetskih parametara materijala od koja je načinjen provodnik, kao i od frekvencije struje u njemu. Da bi se minimizovali gubici u provodniku, površinski efekat mora da bude što manje izrazit, odnosno, raspodela struje po poprečnom preseku provodnika treba da bude što ravnomernija.

Vremenske promene veličina u elektrotehničkoj praksi su najčešće prostoperiodične, pa može da se koristi kompleksna notacija i ona je korišćena u svim izvedenim proračunima.

Prisustvo viših harmonika u električnim sistemima je neizbežno, pa je od posebnog značaja ponašanje provodnika, ne samo na osnovnoj industrijskoj frekvenciji 50Hz, već i na višim frekvencijama. Zbog toga su svi proračuni izvedeni za devet različitih frekvencija, sa posebnim akcentom na neparne harmonike, koji se najčešće pojavljuju. Površinski

efekat je utoliko izrazitiji, ukoliko je frekvencija viša i u provodnicima većih poprečnih preseka.

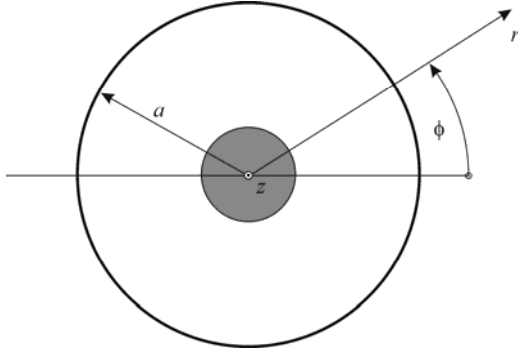
Realan provodnik, sastavljen od koaksijalno postavljenih cilindričnih provodnika, kružnog poprečnog preseka unutrašnjeg od čelika, a spoljašnjeg od aluminijuma prikazan je na slici 1 [1].



Sl. 1. Poprečni presek realnih provodnika, prikazanih u ovom radu

U praktičnim proračunima se realan provodnik zamenjuje pojednostavljenim modelom, prikazanim na Sl. 2 [2]. Cilj

istraživanja prikazanog u ovom radu je bila provera koliko se rezultati proračuna dobijeni za pojednostavljen model poklapaju sa rezultatima realnog modela. Veličina koja se upoređuje je podužna otpornost realnog provodnika i modela, za devet različitih frekvencija, pri čemu je određivan i ekvivalentni poluprečnik pojednostavljenog provodnika, označen kao **a** na slici 2, za svaku pojedinačnu frekvenciju.



Sl. 2. Poporečni presek pojednostavljenog modela provodnika, u cilindričnom koordinatnom sistemu

U ovom radu prikazane su zavisnosti ekvivalentnog poluprečnika od frekvencije za dva realna i pojednostavljena Alu/Če provodnika, čije su dimenzije, date u [1] i [2], prikazane u Tabeli 1.

Tabela 1. Dimenzije standardizovanih provodnika Alu/Če, prikazanih u ovom radu

S [mm ²]	S _{alu} [mm ²]	S _{če} [mm ²]
25/4	25	4
95/15	95	15

U oba slučaja su ti provodnici upoređivani sa pojednostavljenim modelom provodnika prikazanim na Sl. 2.

2. TEORIJSKA OSNOVA RADA

Kao što je već rečeno, linearnost problema i prostoperiodične struje, omogućavaju da problem može da se definiše i rešava u kompleksnom domenu. Zbog linearnosti problema, jačina struje u provodniku neće uticati na oblik elektromagnetskog polja u provodniku i van njega, pa u provodniku može da se pretpostavi kompleksna jačina struje,

$$I_0 = (1 + j0)A. \quad (1)$$

Geometrija problema, prikazana na slikama 1 i 2, ukazuje da je najbolje izabrati cilindrični koordinatni sistem sa z-osom u pravcu ose provodnika, pri čemu će strujna raspodela po poprečnom preseku provodnika biti prikazana u r - φ ravni (Sl. 2.). Drugim rečima, razmatrani problem može da se tretira kao dvodimenzionalan.

Kako, prema postavljenom koordinatnom sistemu, kompleksni vektor gustine struje ima samo z -komponentu i funkcija je r i φ koordinate, može da se zaključi da i magnetski vektor potencijal ima samo z komponentu i da je funkcija r i φ koordinata,

$$\vec{A}(r, \varphi) = \vec{i}_z A_z(r, \varphi).$$

Magnetski vektor potencijal je rešenje parcijalne diferencijalne jednačine u kompleksnom obliku, [3], [4],

$$\Delta \underline{A}_z - j\omega\mu\sigma \underline{A}_z = -\mu_0 \underline{J}_z,$$

koja, u cilindričnom koordinatnom sistemu, glasi

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \underline{A}_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \underline{A}_z}{\partial \varphi^2} - j\omega\mu\sigma \underline{A}_z = -\mu_0 \underline{J}_z. \quad (2)$$

Za rešavanje predhodne diferencijalne jednačine potrebno je definisati granične uslove. U svim razmatranim situacijama se, kao granični uslov, postavljalo da je magnetski vektor potencijal jednak nuli dovoljno daleko od provodnika.

Izračunate vrednosti magnetskog vektor potencijala definišu vektor gustine indukovane struje unutar provodnika kao

$$\vec{J}_{ind} = -j\omega\sigma \vec{A}. \quad (3)$$

Provera dobijenih vrednosti vektora gustine struje može da se izvrši integracijom ukupnog kompleksnog vektora gustine struje po poprečnom preseku provodnika, pri čemu, kao rezultat te integracije, mora da se dobije pretpostavljena kompleksna jačina struje,

$$I_0 = \int_S \vec{J}_{uk} \cdot d\vec{S}. \quad (4)$$

gde je kompleksni vektor gustine ukupne struje,

$$\vec{J}_{uk} = \vec{J}_z + \vec{J}_{ind}. \quad (5)$$

Snaga Džulovih gubitaka po jednom kilometru dužine provodnika, može da se odrede izrazom

$$P'_j = \int_{Spp} \frac{J_z^2}{\sigma} dS, \quad (6)$$

a podužna otpornost provodnika (na kilometar dužine) se odavde dobija kao,

$$R' = \frac{P'_j}{|I_0|^2}. \quad (7)$$

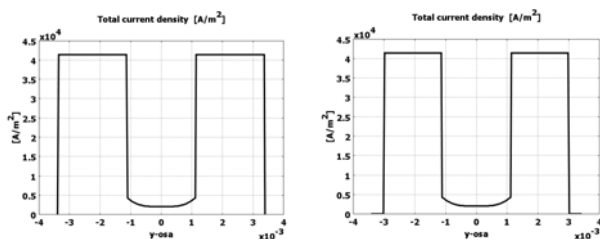
Svi rezultati dobijeni su pomoću programskog paketa "COMSOL-MULTIPHYSICS 3.5" zasnovanog na metodi konačnih elemenata [5].

3. DOBIJENI REZULTATI

Ceo proračun urađen je za sve standardne poprečne preseke Alu/Če provodnika ([1]), sastavljene od koaksijalno postavljenih cilindričnih provodnika, kružnog poprečnog preseka, unutrašnjeg od čelika, a spoljašnjeg od aluminijuma. U ovom radu su prikazani rezultati proračuna za dva poprečna preseka provodnika, datih u tabeli 1., za devet različitih frekvencija, 0Hz, 50Hz, 100Hz, 150Hz, 250Hz, 350Hz, 450Hz, 1000 Hz, 1500 Hz, 2000 Hz i 2500Hz.

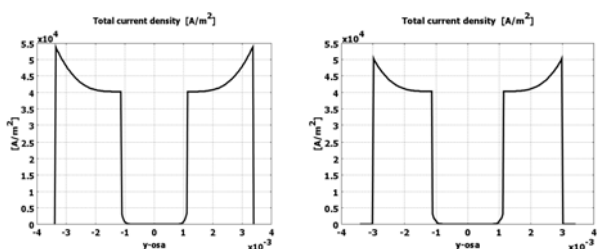
Kao što je rečeno, u ovom radu su prikazani rezultati za provodnike dimenzija $25/4 \text{ mm}^2$ i $95/15 \text{ mm}^2$ i za frekvencije 50 Hz i 2500 Hz . Raspodele struje po poprečnom preseku kod provodnika predstavljenog kao uže i kod provodnika predstavljenog preko ekvivalentnog poluprečnika, prikazane su na slikama 3 do 6.

Vrednosti intenziteta vektora gustine struje, po poprečnom preseku provodnika $25/4 \text{ mm}^2$, na frekvenciji od 50 Hz , predstavljenog kao uže, duž pravca $\varphi = \pi/2$, su date levim dijagramom na slici 3, dok desni dijagram iste slike prikazuje raspodelu struje u modelovanom provodniku.



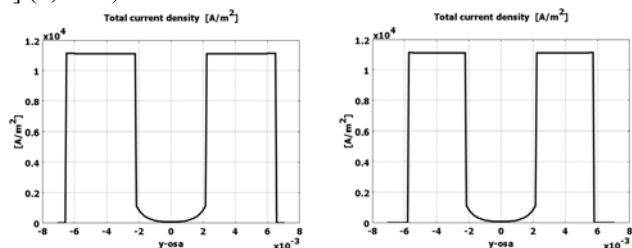
Sl. 3. Intenzitet vektora gustine struje realnog i modelovanog provodnika, $25/4 \text{ mm}^2$, duž pravca $\varphi = \pi/2$, na 50 Hz

Raspodela struje, po poprečnom preseku provodnika $25/4 \text{ mm}^2$, na frekvenciji od 2500 Hz , predstavljenog kao uže, duž pravca $\varphi = \pi/2$, su date levim dijagramom na slici 4, dok desni dijagram iste slike prikazuje raspodelu struje u modelovanom provodniku.



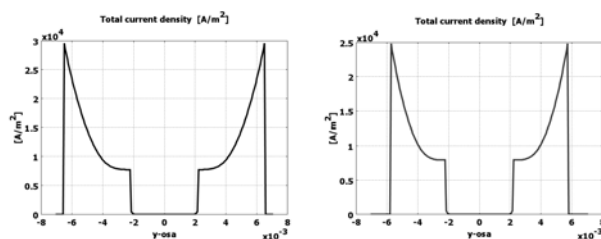
Sl. 4. Intenzitet vektora gustine struje realnog i modelovanog provodnika, $25/4 \text{ mm}^2$, duž pravca $\varphi = \pi/2$, na 2500 Hz

Na obe gornje slike može da se uoči da je, za provodnik $25/4 \text{ mm}^2$, raspodela vektora gustine struje, na frekvenciji 50 Hz , skoro potpuno identična, kada se provodnik predstavi na dva načina. Razlika koja je приметnija na slici 4 je posledica numeričkih grešaka pri izrazitijem površinskom efektu. Izračunata vrednost ekvivalentnog poluprečnika je, $a = 2,89424 \text{ mm}$, što se donekle razlikuje od vrednosti datoj u [2] ($2,7 \text{ mm}$)



Sl. 5. Intenzitet vektora gustine struje realnog i modelovanog provodnika, $95/15 \text{ mm}^2$, duž pravca $\varphi = \pi/2$, na 50 Hz

Na isti način su, na slikama 5 i 6, prikazane raspodele struja po poprečnom preseku provodnika $95/15 \text{ mm}^2$, za frekvencije 50 Hz i 2500 Hz . Izračunata vrednost ekvivalentnog poluprečnika je, u ovom slučaju, $a = 5,767 \text{ mm}$, što se, takođe, razlikuje od vrednosti datoj u [2] ($6,8 \text{ mm}$).



Sl. 6. Intenzitet vektora gustine struje realnog i modelovanog provodnika, $95/15 \text{ mm}^2$, duž pravca $\varphi = \pi/2$, na 2500 Hz

Kao i u prethodnom slučaju, može da se uoči da je, za provodnik $95/15 \text{ mm}^2$, raspodela vektora gustine struje, na frekvenciji 50 Hz , skoro potpuno identična, kada se provodnik predstavi na dva načina. Zbog većeg poprečnog preseka i time izrazitijeg površinskog efekta, razlika koja je приметna na slici 6, je veća nego kod provodnika manjeg poprečnog preseka.

Kao što se i očekivalo, na svim prethodnim slikama može da se primeti da u čeličnom provodniku praktično ne postoji struja, odnosno, da je, zbog površinskog efekta, struja kanalisana aluminijumskim delom provodnika. Osim toga, slike 4 i 6 prikazuju i izrazit površinski efekat u aluminijumu, izrazitiji u provodniku većeg poprečnog preseka (Sl. 6).

Posebna pažnja u ovom radu je posvećena određivanju ekvivalentnih poluprečnika pojednostavljenih Alu/Če provodnika i upoređivanjem dobijenih rezultata sa vrednostima koje se koriste u praksi, kao i zavisnost tih poluprečnika od frekvencije. Pojam ekvivalencije se odnosi na istu podužnu otpornost, koju ima realan provodnik, za različite, standardizovane vrednosti poprečnih preseka realnih provodnika, pri frekvencijama od 0 Hz do 2500 Hz (pedeseti harmonik osnovne industrijske frekvencije).

U Tabeli 2 date su podužne otpornost Alu/Če provodnika predstavljenih kao užad i preko ekvivalentnih poluprečnika

Tabeli 2. Podužne otpornost Alu/Če provodnika

Prov.	$25/4 \text{ mm}^2$		$95/15 \text{ mm}^2$	
	Uže	$a = 2,8942 \text{ mm}$	Uže	$a = 5,767 \text{ mm}$
f (Hz)	R' (Ω/km)	R' (Ω/km)	R' (Ω/km)	R' (Ω/km)
0	1.085	1.085	0.2906	0.2906
50	1.096	1.095	0.2948	0.2948
250	1.1008	1.1004	0.2966	0.2965
350	1.102	1.102	0.2992	0.299
450	1.104	1.103	0.3028	0.3024
1000	1.106	1.104	0.3077	0.3068
1500	1.12	1.108	0.3502	0.3466
2000	1.14	1.136	0.4032	0.3968
2500	1.168	1.162	0.4598	0.4508

Druga i treća kolona u Tabeli 2. predstavljaju podužne otpornosti Alu/Če provodnika 25/4 mm² posmatranog kao uža i preko ekvivalentnog poluprečnika za devet frekvencija, a četvrta i peta kolona predstavljaju podužne otpornosti Alu/Če provodnika 95/15mm².

Podužna otpornost za vremenski konstantne struje u Alu/Če provodniku može da se računa pomoću poznatog izraza

$$R' = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{S}, \quad (7)$$

kao podužna otpornost aluminijuma i podužna otpornost čelika vezane paralelno, pri čemu ekvivalentna podužna otpornost predstavlja podužnu otpornost celog provodnika po kilometru dužine.

Iz Tabele 2. može da se zaključi da se podužne otpornosti Alu/Če provodnika, predstavljenih preko ekvivalentnog prečnika, veoma malo razlikuju ili su potpuno iste kao i podužne otpornosti realnih provodnika, prikazanih na Sl. 1, na svim razmatranim frekvencijama. Ovim je pokazano da se, čak i pri frekvenciji od 2500Hz, podužne otpornosti provodnika Alu/Če predstavljenom na dva načina razlikuju najviše 1,01%, i zbog toga te razlike nisu prikazane grafički.

4. ZAKLJUČAK

U radu je prikazana metoda proračuna raspodele struje po poprečnom preseku Alu/Če provodnika, predstavljenih na dva načina, kao i podužne otpornosti provodnika. Sve te veličine su određene u zavisnosti od frekvencije i od dimenzija poprečnog preseka, za standardizovane provodnike tog oblika. Osim toga, izvršena je analiza zavisnosti ekvivalentnog prečnika od frekvencije Alu/Če provodnika.

Pokazano je i da ekvivalentni poluprečnici Alu/Če provodnika mogu, sa veoma velikom tačnošću, da se koriste u proračunima podužne otpornosti. Ovo tim pre što prilikom izrade užadi dolazi do deformacija aluminijumskih provodnika, pa oni više nisu kružnog poprečnog preseka, već više liče na krivolinijske kvadrate.

Prikazano je i da ovaj matematički model može da se koristi za određivanje podužnih otpornosti provodnika svih oblika poprečnog preseka. Korišćenjem opisanog postupka je moguće optimizovanje konstrukcije provodnika, tako da se u njima jave najmanji gubici.

Pored problematike izložene u ovom radu, od velikog interesa za elektroenergetiku je posmatranje dva spregnuta Alu/Če provodnika, koji predstavljaju jedan monofazni vod, kao i slučaj trofaznog sistema sa tri ovakva provodnika, u različitim međusobnim položajima i različitim redosledom faza. U svim tim slučajevima će, pored površinskog efekta, nastupiti i efekat blizine, što predstavlja problematiku za naredna istraživanja.

LITERATURA

- [1] Katalog proizvođača Alu/Če užadi "ELKA", Zagreb, R. Hrvatska
- [2] Lj. Gerić, Razvodna postrojenja, Univerzitet u Novom sadu, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, Novi Sad, 2006.
- [3] B. D. Popović, *Elektromagnetika*, Građevinska knjiga, Beograd, 1986. (in Serbian)
- [4] M. Stojaković, *Matematička analiza 2 – drugi deo*, Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, Novi Sad, 2001.
- [5] "Comsol-Multiphysics" User guide and modeling library, 2008.