

# STRUJNA RASPODELA I PODUŽNA OTPORNOST DVOSLOJNOG ZEMLJIŠTA CURRENT DISTRIBUTION AND RESISTANCE PER UNIT LENGTH OF A TWO-LAYER GROUND

Karolina Kasaš-Lažetić, Miroslav Prša, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad  
Nikola Mučalica, »Elektroenergetika – Južna Bačka«, Novi Sad

**Sadržaj** - Posle istraživanja strujne raspodele i podužne otpornosti homogenog zemljišta, u ovom radu su prikazani rezultati analitičkog i numeričkog određivanja strujne raspodele i podužne otpornosti realnog slučaja dvoslojnog zemljišta. Prilikom ovog izračunavanja, posmatrani su realni slučajevi, kako specifičnih otpornosti zemljišta, njihove kombinacije, tako i različite debljine pojedinih slojeva. U radu su analizirane situacije pri različitim frekvencijama, od 0Hz do 2500Hz (pedeseti harmonik osnovne frekvencije). Svi proračuni su vršeni analitičkim metodom razvijenim za primer homogenog zemljišta, modifikovanim primenom graničnih uslova, kao i numerički, primenom COMSOL Multiphysics programskog paketa. Rezultati su prikazani tabelarno i grafički, a verifikovani su i upoređivanjem sa rezultatima empirijskih formula koje se koriste u praksi.

**Ključne reči:** Dvoslojno zemljište, raspodela struje, podužna otpornost

**Abstract** - After an investigation of current distribution and resistance per unit length of homogeneous ground, this paper presents the results of analytical and numerical determination of current distribution and resistance per unit length in real, two-layer ground. In those calculations the real situations was considered, consisting different resistivities, different combinations and different thicknesses of ground layers. In the paper different situations were analyzed on different frequencies from 50Hz to 2500Hz (fiftieth harmonic of basic frequency). All calculation was carried out applying an analytical method developed previously for a homogeneous ground, modified using boundary conditions as well as numerically, applying COMSOL Multiphysics computer program package. The results are presented by tables and graphically and verified comparing with the results obtained from empiric formulae, applying in praxis.

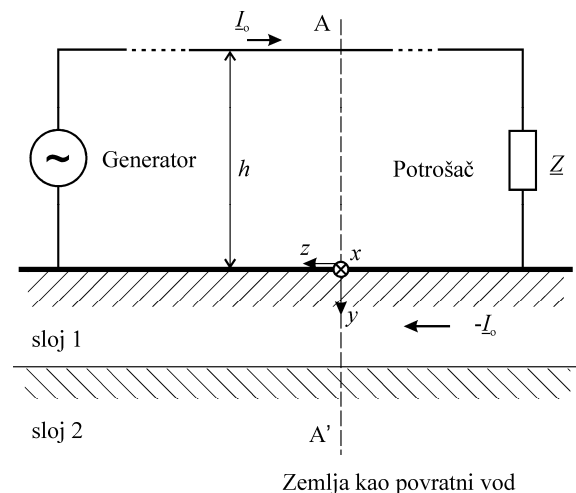
**Key words:** Two-layer ground, current distribution, resistance per unit length

## 1. UVOD

Određivanje strujne raspodele u homogenom zemljištu, primenom posebno razvijenih analitičko-numeričkih metoda je prikazano u radovima [1] i [2]. U radu [1] je prikazan način određivanja strujne raspodele u homogenom zemljištu, dok su u radu [2] rezultati proračuna upoređeni sa rezultatima dobijenim pomoću još tri metoda. Prikazani rezultati su nedvosmisleno potvrdili tačnost i efikasnost razvijenog metoda, pa je metod korišćen i za dalja istraživanja realnijeg slučaja, kada zemljište nije homogeno, već se sastoji od dva homogena dela. Pokazalo se da je takva aproksimacija, inače nehomogenog zemljišta, sasvim opravdana za najveći broj slučajeva u praksi, pri čemu dubine slojeva i njihove specifične provodnosti variraju na delovima trase.

U međuvremenu je razvijen program i za računanje magnetskog polja korišćenog modela i rezultati su prikazani u radu [3]. Određivanje magnetskog polja je bilo neophodno da bi se odredio kompleksni Pointingov vektor i njegov fluks kroz površ zemlje i preko tog fluksa, koji predstavlja kompleksnu snagu koja uđe u zemlju, određuje se podužna impedansa zemlje.

Kao i u prethodnim proračunima, za analizu raspodele povratnih struja u zemlji i određivanje podužne impedanse zemlje se koristi model prikazan na Sl. 1.



Sl.1. Model sistema za određivanje strujne raspodele u zemlji

Sistem se sastoji od nadzemnog voda koji se proteže iznad površine zemlje, paralelno sa njom, na visini  $h$ , i zemlje, sastavljene od dva sloja, koja predstavlja povratni provodnik.

Kao i u prethodnim radovima, i u ovom radu je pretpostavljeno, da povratna struja postoji u beskonačnom poprečnom preseku zemlje, pri čemu je, usled površinskog efekta i uticaja nadzemnog voda, raspodela struja neravnomerna. Maksimalna vrednost jačine struje se javlja ispod nadzemnog voda da bi zatim opadala eksponencijalno u svim pravcima. Maksimalna vrednost jačine struje zavisi od sledećih parametara: od visine na kojoj se nalazi nadzemni vod  $h$ , učestanosti jačine struje  $f$ , permeabilnosti  $\mu$  i specifične provodnosti zemlje  $\sigma$ . Proračuni su izvršeni za različite parametre sistema, a dubine i specifične provodnosti zemljišta su uzete kao karakteristične veličine zemljišta u Vojvodini.

## 2. TEORIJSKA POSTAVKA PROBLEMA

Kao što je rečeno u uvodu, teorijske osnove metoda određivanja strujne raspodele u zemlji su prikazane u radovima [1] i [2]. Jedina razlika u odnosu na te proračune je što se sada, kada se posmatra dvoslojno zemljište, diferencijalna jednačina

$$\frac{\partial^2 \underline{J}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{J}_z}{\partial r} - k^2 \underline{J}_z = 0, \quad (1)$$

gde je

$$k^2 = \frac{j\omega\mu\sigma}{\pi} \arccos \frac{h}{r}, \quad (2)$$

rešava za svaki homogen sloj posebno, a zatim se rešenja povezuju pomoću graničnih uslova.

U ovom slučaju su granični uslovi veoma jednostavni. Kako vektor gustine struje ima samo  $z$  komponentu, znači da je sve vreme tangentan na razdvojnu površ dva sloja različitih specifičnih provodnosti. Kako za tangencijalne komponente vektora jačine električnog polja uvek važi da su jednake sa jedne i druge strane razdvojne površi,

$$\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0, \quad (3)$$

odnosno,

$$E_{1t} = E_{2t}, \quad (4)$$

sledi da će, na razdvojnoj površi, vektor gustine struje imati skokovite promene,

$$\frac{J_1}{\sigma_1} = \frac{J_2}{\sigma_2}, \text{ odnosno, } \rho_1 J_1 = \rho_2 J_2. \quad (5)$$

U gornjem izrazu su  $J_1$ ,  $\sigma_1$  i  $\rho_1$  intenzitet vektora gustine struje, specifična provodnost i specifična otpornost u prvom sloju zemlje, bliže površini, dok su  $J_2$ ,  $\sigma_2$  i  $\rho_2$  intenzitet vektora gustine struje, specifična provodnost i specifična otpornost u drugom sloju zemlje (Sl.1).

Kao što je prikazano u [1], da bi greška računanja bila manja od 0,5%, sve do dubine  $r < 6\delta$ , gde je  $\delta$  dubina prodiranja,

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}, \quad (6)$$

diferencijalna jednačina (1) se rešava numerički, a za veća rastojanja se rešava analitički. Kada se u jednačinu (6) uvrste realne vrednosti parametara zemlje, dobija se da je, za slučaj najizrazitijeg površinskog efekta ( $\rho = 50\Omega m$ ,  $f = 2500\text{Hz}$ ), rastojanje do kog se diferencijalna jednačina (1) rešava numerički,

$$6\delta = \frac{6\sqrt{2\rho}}{\sqrt{\omega\mu}} = \frac{6\sqrt{2 \cdot 50}}{\sqrt{2\pi \cdot 2500 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 757m. \quad (7)$$

Za sve više vrednosti specifične otpornosti i niže frekvencije je ta vrednost još veća. To znači da će u prvom sloju zemlje proračun uvek biti numerički, a da će analitički proračun početi tek u drugom sloju, što znatno olakšava rešavanje problema.

Određivanje magnetskog polja, koje prouzrokuje nadzemni vod i strujna raspodela u zemlji, prikazani su u radu [3]. Vektor jačine magnetskog polja,  $\vec{H}$ , ima  $x$  i  $y$  komponentu.

Da bi se odredila impedansa zemlje, definiše se kompleksni Pointingov vektor,

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}^*, \quad (8)$$

čiji fluks kroz površ zemlje predstavlja kompleksnu snagu koja uđe u zemlju,

$$\underline{S} = P + jQ = \underline{Z} |\underline{I}_0|^2 = \int_{S_{zemlje}} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{S}. \quad (9)$$

Da bi se odredila kompleksna snaga u svim tačkama na površi zemlje, posmatra se kompleksni vektor jačine električnog polja, koji ima samo  $z$  komponentu,

$$E = \rho J, \quad (10)$$

i  $y$  komponenta kompleksnog vektora jačine magnetskog polja. Integracijom Pointingovog vektora i deljenjem dobijenog izraza sa kvadratom modula kompleksne jačine struje kroz nadzemni provodnik, odnosno, kroz zemlju, dobija se podužna impedansa zemlje,

$$\underline{Z}' = \frac{1}{|\underline{I}_0|^2} \int_{S_{zemlje}} \vec{P} \cdot d\vec{S}. \quad (11)$$

Podužna otpornost i podužna reaktansa su,

$$R' = \frac{1}{|I_0|^2} \operatorname{Re} \left\{ \int_{S_{zemlje}} \vec{P} \cdot d\vec{S} \right\} \quad (12)$$

i

$$X' = \frac{1}{|I_0|^2} \operatorname{Im} \left\{ \int_{S_{zemlje}} \vec{P} \cdot d\vec{S} \right\}. \quad (13)$$

U ovom radu je, za određivanje strujne raspodele u zemlji, korišćen softver razvijen za homogeno zemljište, a za numeričke proračune i verifikaciju izračunatih vrednosti je korišćen programski paket COMSOL Multiphysics 3.5a, čiji se rad bazira na rešavanju parcijalnih diferencijalnih jednačina metodom konačnih elemenata i računanju svih ostalih veličina od interesa, direktnim izrazima ili postprocesnom integracijom. Korišćeni program je pogodan i za grafičko prikazivanje dobijenih rezultata.

Kako je analitičko-numerički metod detaljno opisan u radovima [1] i [2], u ovom radu je više pažnje posvećeno numeričkoj verifikaciji dobijenih rezultata.

### 3. MODEL

Za numeričko rešavanje postavljenog problema primenjen je AC/DC modul COMSOL Multiphysics 3.5a paketa [9] koji obezbeđuje jedinstveno okruženje u 2D i 3D prostoru. Izabran je "Quasi-static, Magnetic-Perpendicular Induction Currents, Vector Potential" mod, i Time-harmonic simulacija. Sistem se analizira u  $x$ - $y$  ravni (poprečni presek A-A', Sl.1), tako da se u tom slučaju  $z$  osa poklapa sa osom nadzemnog voda. Vektor gustine struje  $\vec{J}$ , tada ima samo  $z$  komponentu i prema geometriji sistema, ceo problem može da se svede na dvodimenzionalan.

U posmatranom modelu analiza je izvršena pretpostavljajući da je kompleksna jačina struje u provodniku intenziteta,  $I_0 = (1 + j0)A$ . Pošto se posmatra zemlja sastavljena od dva homogena sloja, analiza je izvršena za tri različite debljine prvog sloja ( $d_1=1m$ ,  $d_2=2m$ ,  $d_3=5m$ ). Rezultati prikazani u ovom radu se odnose na prvi slučaj, kada je debljina gornjeg sloja  $d_1=1m$ . Taj primer najviše odgovara realnom sastavu zemljišta u Vojvodini.

Specifična otpornost slojeva tla je data u Tabeli 1.

Tabela 1. Vrednosti specifične otpornosti slojeva zemlje.

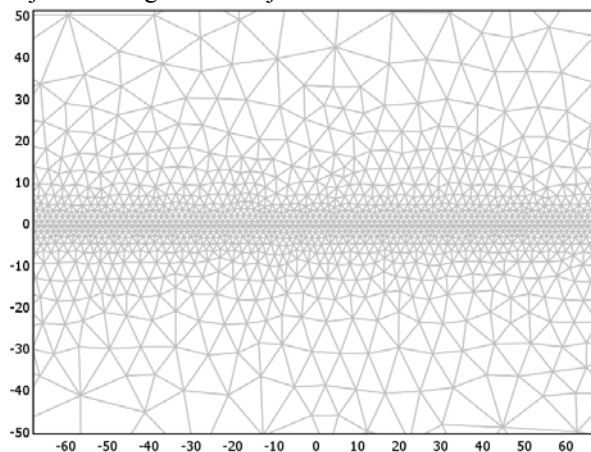
Sloj	Specifična otpornost zemlje $\rho$ [ $\Omega m$ ]						
1	50	50	50	100	100	100	500
2	100	500	1000	1000	3000	50	50

U posmatranom modelu, električne i magnetske karakteristike okruženja (vazduh) su takođe podešene na odgovarajuće vrednosti ( $\epsilon_r=1$ ,  $\mu_1=1$ ,  $\sigma=0$ ).

Oblast od interesa za proračun se ograničava crtanjem bloka dovoljno velikih dimenzija, radi postavljanja graničnih uslova. U ovom primeru je za granicu oblasti izabran kvadrat stranice  $a_{gr}=10000m$ , sa središtem u koordinatnom početku.

Za definiciju graničnih uslova treba uzeti u obzir činjenicu da elektromagnetsko polje iščezava na dovoljno velikom rastojanju od koordinatnog početka.

Da bi se što tačnije odredila strujna raspodela u zemlji, neophodno je postaviti dovoljno gustu mrežu u svim delovima posmatranog modela. Gušća mreža se formira u domenima u kojima se očekuju brže prostorne promene veličina koje su od najvišeg interesa (Sl. 2.), u konkretnom slučaju vektora gustine struje.



Sl. 2. Deo analiziranog domena sa formiranom mrežom.

U poslednjoj fazi, program vrši izračunavanje vrednosti magnetskog vektor potencijala u određenim tačkama mreže, a pomoću njega mogu da se odrede i druge veličine koje su potrebne za dalje proračune. U ovom radu je to intenzitet vektora gustine struje u zemlji, tačnije njegova raspodela po poprečnom preseku u oba sloja.

Program podržava različite načine prikazivanja rezultata. U ovom radu su, za prikazivanje raspodele struje, korišćeni dijagrami zavisnosti intenziteta vektora gustine ukupne struje od rastojanja od koordinatnog početka, duž  $y$  ose (Sl.1).

### 4. DOBIJENI REZULTATI

Da bi se odredila raspodela struje po poprečnom preseku zemlje, kao što je već u prethodnom poglavlju napomenuto, pretpostavljeno je da je kompleksna jačina struje u provodniku,

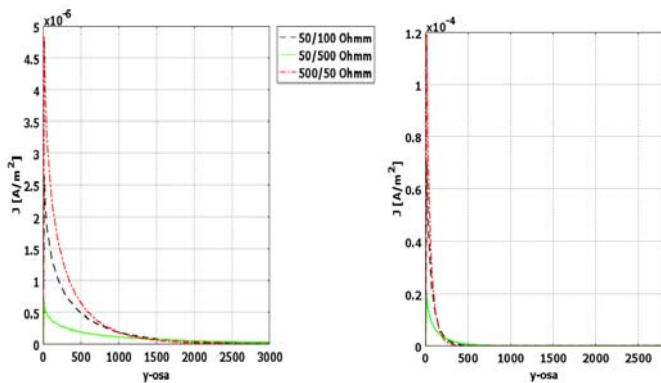
$$I_0 = (1 + j0)A. \quad (14)$$

S obzirom da je problem linearan, ovakav izbor ne utiče na raspodelu struje kroz poprečni presek zemlje, već će uticati samo na vrednosti intenziteta vektora gustine struje  $\vec{J}$ .

Raspodela intenziteta vektora gustine struje je određena za sve kombinacije slojeva iz tabele 1. U radu su prikazani rezultati za tri različite kombinacije specifičnih otpornosti zemlje ( $\rho_1/\rho_2 = 50/100 \Omega m$ ,  $50/500 \Omega m$  i  $500/50 \Omega m$ ). Dobijeni rezultati su prikazani grafički na Sl.3.

Na slikama je prikazan intenzitet vektora gustine struje  $|\vec{J}_{uk}(r)|$  u funkciji rastojanja  $r$  od koordinatnog početka, za tri različite kombinacije specifičnih otpornosti zemlje, pri

debljini prvog sloja  $d_1 = 1\text{m}$ . Na y-osi su dužine izražene u metrima (y-osa [m]).

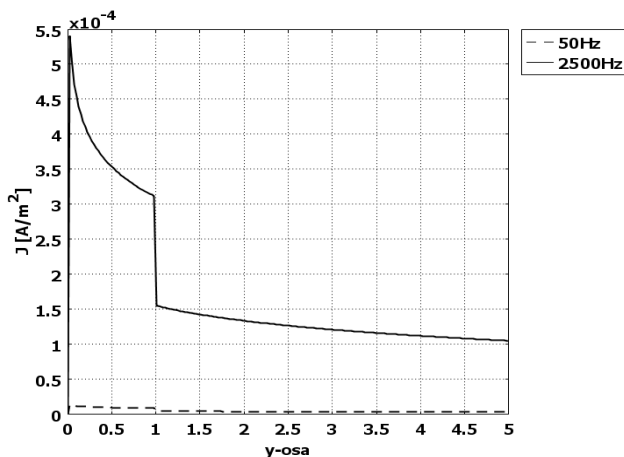


Sl.3. Raspodela intenziteta vektora gustine struje za tri različite kombinacije specifičnih otpornosti zemlje na  $f_1 = 50\text{Hz}$  (levo) i  $f_2 = 2500\text{Hz}$  (desno).

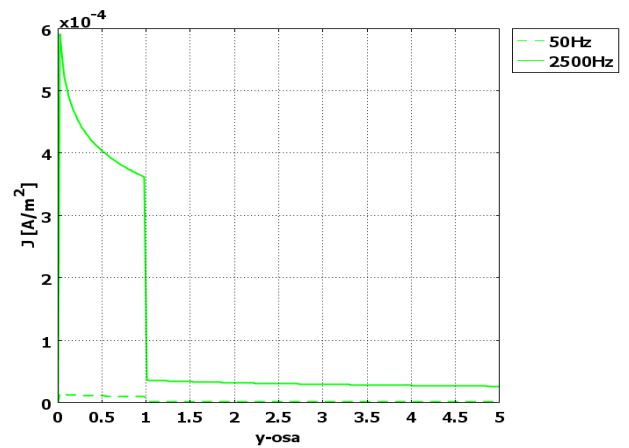
Kao što se i očekivalo, površinski efekat je najizraženiji pri najmanjim vrednostima specifičnih otpornosti zemlje. Kako je debljina prvog sloja veoma mala u odnosu na domen u kome se raspoređuje struja u zemlji, na izrazitost površinskog efekta neuporedivo više utiče drugi sloj. Zbog toga je površinski efekat najizraženiji kada je odnos specifičnih otpornosti  $\rho_1 / \rho_2 = 500/50 \Omega\text{m}$ . Sa slike se vidi da intenzitet vektora gustine struje  $|\vec{J}_{uk}(r)|$  za sve tri posmatrane kombinacije specifičnih otpornosti zemlje, ima najveću vrednost na površini zemlje, i da zatim naglo opada sa porastom rastojanja r od koordinatnog početka.

Prilikom numeričkog računanja, ponovo dolaze do izražaja prednosti analitičko-numeričkog metoda. Zbog velike obuhvaćene površine poprečnog preseka zemlje potrebno je proračun izvršiti u velikom broju tačaka, što zahteva rad na računaru veoma visokih performansi.

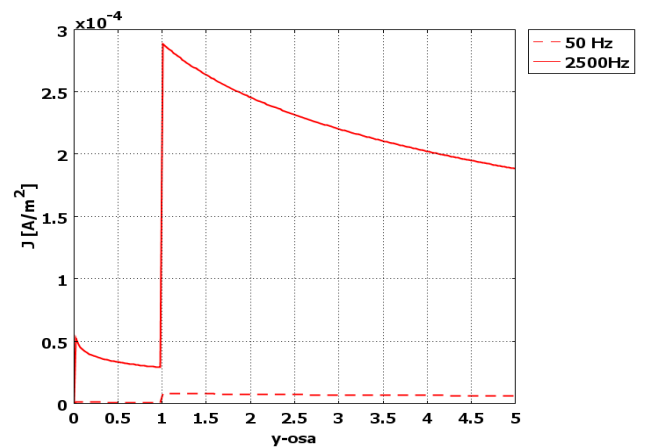
Pošto skokovita promena intenziteta vektora gustine struje,  $\vec{J}$ , ne može da se primeti na slici 3, na slikama od 4 do 6 je prikazana promena intenziteta vektora gustine struje  $\vec{J}$  do dubine od 5m, gde je ta promena jasno uočljiva.



Sl.4. Raspodela intenziteta vektora gustine struje za  $\rho_1/\rho_2 = 50/100 \Omega\text{m}$ , pri frekvencijama  $f_1 = 50\text{Hz}$  i  $f_2 = 2500\text{Hz}$ .



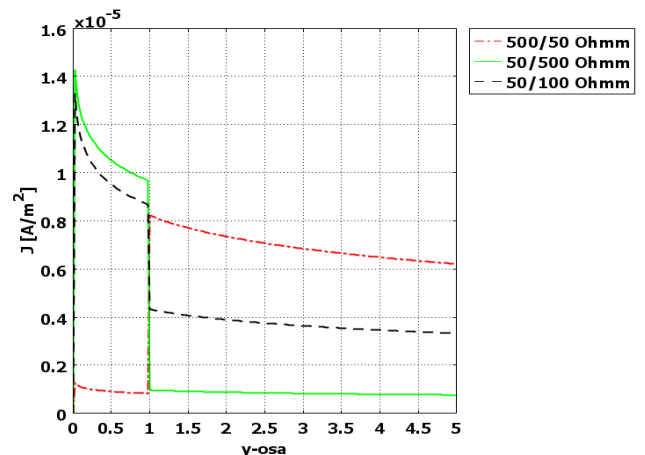
Sl.5. Raspodela intenziteta vektora gustine struje za  $\rho_1/\rho_2 = 50/500 \Omega\text{m}$ , pri frekvencijama  $f_1 = 50\text{Hz}$  i  $f_2 = 2500\text{Hz}$ .



Sl.6. Raspodela intenziteta vektora gustine struje za  $\rho_1/\rho_2 = 500/50 \Omega\text{m}$ , pri frekvencijama  $f_1 = 50\text{Hz}$  i  $f_2 = 2500\text{Hz}$ .

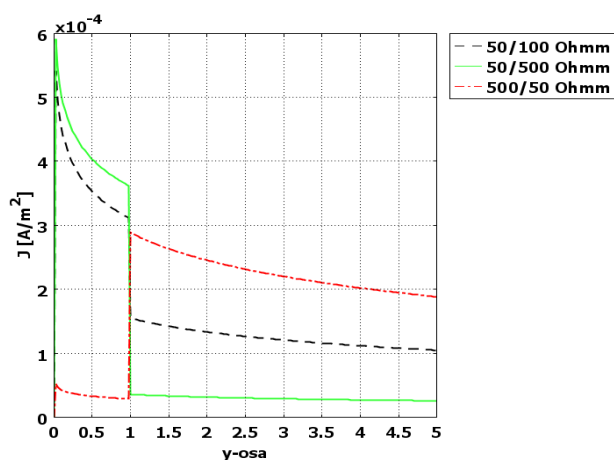
Na ovim dijagramima se jasno vidi i skokovita promena intenziteta vektora gustine struje  $\vec{J}$  i izrazit površinski efekat, izraženiji kod kombinacija manjih specifičnih otpornosti i viših frekvencija.

Druga mogućnost prikazivanja raspodele struje do rastojanja 5m od koordinatnog početka, je data na Sl. 7 i 8.



Sl.7. Raspodela intenziteta vektora gustine struje na frekvenciji  $f_1 = 50\text{Hz}$ .

Na tim slikama je zavisnost intenziteta vektora gustine struje od rastojanja data za sve tri kombinacije specifičnih otpornosti zemljišta, za frekvenciju 50Hz (Sl. 7) i 2500Hz (Sl. 8).



Sl.8. Raspodela intenziteta vektora gustine struje na frekvenciji  $f_2 = 2500\text{Hz}$ .

Na kraju može da se da još jedan veoma važan zaključak. Bez obzira što je u prvom sloju struja uvek veće gustine, zbog njegove male debljine, daleko najveći deo struje je u drugom sloju, čak i u slučaju najizrazitijeg površinskog efekta. Svega nekoliko delova procenta struje je kanalisano prvim slojem, tako da je podužna otpornost dvoslojnog zemljišta praktično ista kao podužna otpornost drugog sloja, bar za realne kombinacije specifičnih otpornosti koje su ovde prikazane. To je pokazalo i upoređivanje raspodele struje prikazane u [1] i [2], za specifičnu otpornost homogenog zemljišta,  $\rho = 50\Omega\text{m}$ , na frekvenciji 50Hz, sa vrednostima prikazanim u ovom radu, za  $\rho_2 = 500/50\Omega\text{m}$ , na frekvenciji 50Hz.

Kako su podužne otpornosti homogenog zemljišta, za različite vrednosti specifičnih otpornosti, poznate, odlučeno je da se te vrednosti ne računaju za slučajeve prikazane u ovom radu.

## 5. ZAKLJUČAK

Rezultati koji su dobijeni pomoću dva metoda koji su opisani na početku ovog rada, u kojem su se većinom koristili analitički metodi a delom numerički, dali su veoma dobru raspodelu jačine struje u zemlji. Raspodela struje je izračunata i detaljno prikazana za realne situacije dvoslojnog

zemljišta, u obliku različitih dijagrama funkcijske zavisnosti intenziteta vektora gustine struje, od rastojanja od postavljenog koordinatnog početka.

Možda najvažniji zaključak istraživanja prikazanih u ovom radu bi bio da se realna dvoslojna zemljišta u svemu ponašaju kao homogena, specifične otpornosti drugog sloja, što je objašnjeno u prethodnom delu. To znači da, osim možda u slučajevima ekstremnih razlika specifičnih otpornosti dva sloja, pri čemu prvi sloj mora da ima mnogo manju specifičnu otpornost, proračun baziran na homogenom zemljištu daje dovoljno tačne rezultate za korišćenje u praksi.

## LITERATURA

- [1] M. Prša, K. Kasaš-Lažetić "Analitičko numerički metod za određivanje strujne raspodele u zemlji", *Naučno-stručni Simpozijum INFOTEH-JAHORINA 2008*, Mart 2008.
- [2] K. Kasaš-Lažetić, M. Prša, N. Mučalica, "Četiri načina određivanja raspodele struja u zemlji", *LII Konferencija ETRAN-a*, Palić, Jun 2008.
- [3] Prša M., Kasaš-Lažetić K.: "Magnetsko polje prouzrokovano strujnom raspodelom u zemlji", *Šesto savetovanje o elektrodistributivnim mrežama Srbije i Crne Gore*, Vrnjačka Banja, 30.septembar-3.oktobar 2008.
- [4] Y.J. Wang and S.J. Liu, "A Review of Methods for Calculation of Frequency-dependent Impedance of Overhead Power Transmission Lines." *Proc. Natl. Sci. Council ROC(A)*, vol. 25, no. 6, pp.329-338, 2001.
- [5] B.D. Popović, *Elektromagnetika*, Beograd: Građevinska knjiga 1986.
- [6] M. Stojaković, *Matematička analiza 2 – drugi deo.*, Novi Sad: Fakultet tehničkih nauka Novi Sad 2001.
- [7] S.S. Rao, *Applied Numerical Methods for Engineers and Scientists*. Upper Saddle River, New Jersey 07458: Prentice Hall 2002.
- [8] S.H. Wright, C.F. Hall, "Karakteristike vazdušnih vodova." in *Electrical Transmission and Distribution - Reference Book*, translated on Serbian language, Beograd: Građevinska knjiga, Chapter 3, pp.32-64. 1984.
- [9] COMSOL MULTIPHYSICS, CLS 3.5a documentation 2008.