

ELIMINACIJA UTICAJA OPADAJUĆE JEDNOSMJERNE KOMPONENTE U NEREKURZIVNOM FURIJEOVOM ALGORITMU ZA ODREĐIVANJE EFEKTIVNE VRIJEDNOSTI SIGNALA PRIMJENOM DIGITALNOG MIMIC FILTERA

REMOVAL EFFECT OF DECAYING DC COMPONENT IN NONRECURSIVE FOURIER ALGORITHM FOR THE RMS AMPLITUDE ESTIMATION OF SIGNALS USING DIGITAL MIMIC FILTER

Vanja Bajić, Elektrokrajina, Banja Luka
 Milenko Đurić, Elektrotehnički fakultet, Beograd

Sažetak - Furijeova metoda za određivanje efektivne vrijednosti osnovnog harmonika signala je dobro poznata i široko primjenjena u tehnici relejne zaštite. Metoda je robusna i ima dobre filterske karakteristike, ali je osjetljiva na prisustvo opadajuće jednosmjerne komponente. Opadajuća jednosmjerna komponenta utiče na tačnost i brzinu odziva algoritma. Kod elektromehaničkih i statičkih releja za eliminaciju uticaja opadajuće jednosmjerne komponente korišten je analogni visokopropusni filter poznat pod nazivom mimic filter. U radu je izvršena primjena digitalnog mimic filtera u Furijeovoj metodi u cilju eliminacije uticaja opadajuće jednosmjerne komponente.

Ključne riječi: digitalni releji, Furijeova metoda, mimic filter

Abstract - The Fourier method for the RMS amplitude estimation of fundamental frequency signal is well known and widely applied in power system protection. The method is robust with good filter characteristics, but is sensitive at presence of decaying DC component. The decaying DC component decrease the precision and convergence speed of algorithm. An analog mimic filter is used in electromechanical and static relay for removal of decaying DC component. In this analysis, the digital mimic filter is used in Fourier method for removing decaying DC component.

Key words: digital power protection, Fourier method, mimic filter

1. UVOD

Strujni i naponski signali koji se dovode na ulaz digitalnog releja mogu da sadrže više harmonika, konstantnu i opadajuću jednosmjernu komponentu. Prije procesiranja signal prolazi kroz antialiasing filter koji je realizovan kao analogni niskopropusni filter prvog ili drugog reda. Niskopropusni filter filtrira visokofrekventne signale i istovremeno stvara novu vremensku konstantu opadajuće jednosmjerne komponente. Ova vremenska konstanta je poznata, jer su poznati parametri komponenti koje čine filter. Matematički model signala koji se sastoji od N harmonika, konstantne i opadajuće jednosmjerne komponente dat je sa:

$$v(t) = V_0 + V_0 e^{-t/\tau_1} + V_0 e^{-t/\tau_2} + \sum_{k=1}^N V_k \sin(k\omega_0 t + \phi)$$

gdje su:

V_0, V_0, V_0 - amplitude konstantne i opadajuće jednosmjerne komponente signala,

V_k - amplituda k-tog harmonika signala

τ_1 - poznata vremenska konstanta,

τ_2 - nepoznata vremenska konstanta,

$\omega_0 = 2\pi f_0$ - ugaona frekvencija osnovnog harmonika signala.

Broj harmonika u signalu ograničen je na N zbog pretpostavke da je posmatrani signal prethodno prošao kroz niskopropusni filter prvog reda koji je eliminisao više harmonike od N-tog. Opadajuća jednosmjerna komponenta $V_0 e^{-t/\tau_1}$ nastaje kao posljedica primjene analognog niskopropusnog filtera prvog reda. Ako je primjenjen

analogni niskopropusni filter drugog reda, tada je u matematički model potrebno dodati još jednu opadajuću jednosmjernu komponentu. Ako pretpostavimo da signal ne sadrži opadajuće jednosmjerne komponente, tada se primjenom Furijeove metode dobija tačna vrijednost amplitude osnovnog harmonika signala sa kašnjenjem od jedne periode. Međutim, prisustvo opadajuće jednosmjerne komponente utiče na tačnost rezultata i na brzinu odziva Furijeove metode. U cilju eliminacije uticaja opadajuće jednosmjerne komponente u radu je izvršena primjena digitalnog mimic filtera sa nerekurzivnim Furijeovim algoritmom.

2. NEREKURZIVNA FURIJEOVA METODA

Neka je dužina prozora podataka T_{dt} jednaka periodi osnovnog harmonika nekog složenoperiodičnog signala koji se procesira i neka je m broj odbiraka u prozoru podataka dobijenih sa periodom odabiranja T_{odt} tako da je zadovoljen Nikvistov kriterij. Nerekurzivni Furijeov algoritam bazira se na uzimanju svih odbiraka u prozoru podataka i izračunavanju efektivne vrijednosti i faze osnovnog harmonika signala u jednom koraku. Primjenom diskretnog Furijeovog reda na m odbiraka u prozoru podataka vrijedi:

$$V_k = \frac{2}{m} \left[\sum_{n=0}^{m-1} v_n \cos\left(k \frac{2\pi n}{m}\right) - j \sum_{n=0}^{m-1} v_n \sin\left(\frac{2\pi n}{m} k\right) \right] = C_{re} - jC_{im}$$

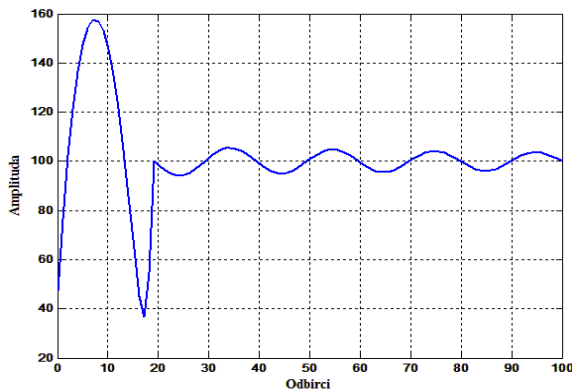
$$V_{eff} = \sqrt{C_{re}^2 + C_{im}^2}, \quad V_{off} = \frac{V_{eff}}{\sqrt{2}}, \quad \phi = \arctg \frac{C_{im}}{C_{re}}$$

\vec{V}_k predstavlja fazor k-tog harmonika signala koji se obrađuje. Kontinualna obrada signala vrši se pomjeranjem prozora podataka za jedan odbirak, tj. uzimanjem novog odbirka i odbacivanjem najstarijeg odbirka u prozoru podataka, a zatim određivanjem efektivne vrijednosti i faze osnovnog harmonika signala. Kontinualnom obradom signala ugao ϕ rotira za $2\pi/100$ radijana nakon uzimanja svakog novog odbirka i obrade signala. Zbog toga komponenta $C_{r\tau}$ mijenja se po kosinusnom, a komponenta C_{im} po sinusnom zakonu. Rotiranjem ugla ϕ tokom kontinualne obrade signala fazor \vec{V}_k opisuje krug u kompleksnoj ravni.

Utjecaj opadajuće jednosmjerne komponente na određivanje vrijednosti amplitude osnovnog harmonika signala primjenom nerekurzivne Furijeove metode vidi se na slici 1 na kojoj je prikazan rezultat primjene Furijeove metode na testni signal sljedećeg oblika:

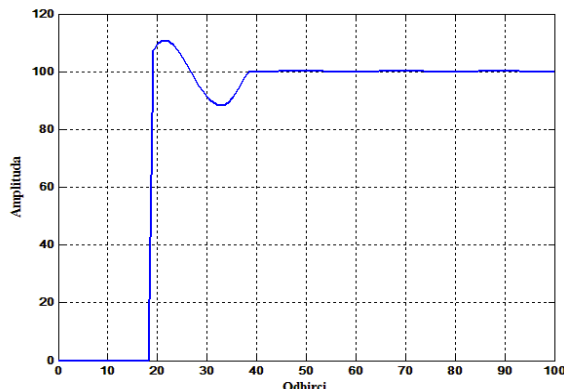
$$v(k\Delta t) = 100 + 100e^{-k/100} + 75e^{-k/100} + \sum_{n=1}^9 \frac{100}{n} \sin(n\omega_0 t) e^{-k/100}$$

Izgled testnog signala prikazan je na slici 4.



Sl. 1 Amplituda osnovnog harmonika određena nerekurzivnom Furijeovom metodom

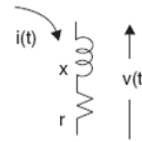
Na slici 1 vidi se da dobijeni rezultat osciluje i nije pogodan za praktičnu primjenu. Usrednjavanjem rezultata na periodu osnovnog harmonika signala dobijaju se relativno dobri rezultati sa greškom od 0.4%, ali sa kašnjenjem od dve periode. Grafik usrednjavanja rezultata prikazan je na slici 2.



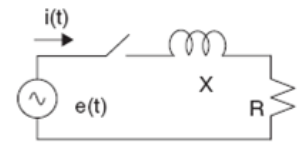
Sl. 2 Srednja vrijednost rezultata

3. ANALOGNI I DIGITALNI MIMIC FILTER

Analogni mimic filter je visokopropusni filter prvog reda i prikazan je na slici 2a. Analogni mimic filter primjenjuje se u elektromehaničkim i statičkim relejima za eliminaciju opadajuće jednosmjerne komponente.



Sl. 2a. Mimic filter



Sl. 2b. Pomoćno el. kolo

Da bi se vidio način rada ovog filtera posmatrajmo kolo na slici 2b i pretpostavimo da se kvar desio u trenutku $t=0$ u kome je napon na izvoru:

$$e(t) = \sqrt{2E} \cos(\omega_0 t + \phi)$$

Tada je struja kvara:

$$i(t) = \frac{\sqrt{2E}}{\sqrt{(R^2 + X^2)}} \cos(\omega_0 t + \phi - \psi) - \frac{\sqrt{2E}}{\sqrt{(R^2 + X^2)}} \cos(\phi - \psi) e^{-\dots}$$

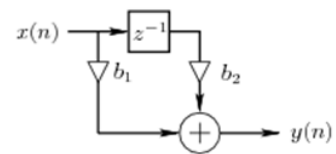
Ako su parametri mimic filtera odabrani tako da je zadovoljen uslov $X/r = X/R$, tada struja kvara koja teče kroz RL kolo na slici 2a stvara napon:

$$v(t) = \frac{\sqrt{2E}}{\sqrt{(R^2 + X^2)}} \sqrt{(r^2 + X^2)} \cos(\omega_0 t + \psi)$$

Vrijednost napona proporcionalna je struji kvara, ali bez sadržaja opadajuće jednosmjerne komponente. Potrebno je obratiti pažnju da napon i struja nisu u fazi.

Iz prethodnog izvođenja vidi se da je za potpunu eliminaciju opadajuće jednosmjerne komponente potrebno zadovoljiti uslov $X/r = X/R$. S obzirom da odnos X/R elektroenergetskog sistema zavisi od trenutne konfiguracije sistema u trenutku pojave kvara, a odnos X/r mimic filtera je konstantan zbog konstantnih vrijednosti parametara komponenti od kojih je realizovan, može se zaključiti da u svakom trenutku nije moguće u potpunosti eliminirati utjecaj opadajuće jednosmjerne komponente.

Digitalni oblik analognog mimic filtera može se realizovati pomoću visokopropusnog filtera konačnog impulsnog odziva sa dva člana (eng. FIR filter), čiji je blok dijagram prikazan na slici 3.



Sl. 3. Fir filter sa dva člana

Matematički model filtera je:

$$y(n) = b_1 \cdot x(n) + b_2 \cdot x(n-1)$$

pri čemu se parametri filtera određuju tako da je zadovoljena sljedeća jednakost:

$$H(\omega) H(\omega) = |H(\omega)|^2 = 1$$

Pojačanje K jednako je jedinici za vrijednost frekvencije osnovnog harmonika, a vremenska konstanta $\tau = X/r$ kreće se u opsegu od 0.5 do 5. Razvojem prethodne formule dobijaju se relacije za određivanje vrijednosti parametara filtera:

$$|H(\omega)|^2 = |H(\omega)|^2 \cos^2(\omega T) + |H(\omega)|^2 \sin^2(\omega T) = 1$$

$$f_c = (\text{br_odn}_n \cdot \text{prozor}_n \cdot \text{podjednako}) \cdot f_0$$

$$M = 1 + \tau f_c - \tau f_c \cos\left(\frac{2\pi f_c}{f_0}\right)$$

$$N = \tau f_c \sin\left(\frac{2\pi f_c}{f_0}\right)$$

$$K = \sqrt{1/(M^2 + N^2)}$$

$$b1 = K(1 + \tau f_c)$$

$$b2 = -K\tau f_c$$

Primjenom navedenog digitalnog mimick filtera u Furijeovoj metodi smanjuje se uticaj opadajuće jednosmjerne komponente. Digitalni filter ne unosi dodatno kašnjenje u algoritam, jer se operacije množenja i sabiranja izvode u toku uzimanja svakog novog odbirka i formiranja prozora podataka, što će biti pokazano prilikom realizacije algoritma.

S obzirom da parametri filtera zavise od frekvencije osnovnog harmonika signala, filter unosi dodatnu grešku u algoritam ako frekvencija osnovnog harmonika odstupa od pretpostavljene frekvencije u algoritmu. Drugi nedostatak digitalnog mimick filtera je usvajanje vremenske konstante τ koja se kreće u opsegu od 0.5 do 5. Ako odabrana vremenska konstanta nije jednaka vremenskoj konstanti u el. kolu, tada ne dolazi do potpune eliminacije opadajuće jednosmjerne komponente.

4. RAZVOJ I TESTIRANJE ALGORITMA

Realizacija algoritma podijeljena je na tri dijela: inicijalizacija, filtriranje signala primjenom digitalnog mimick filtera i određivanje efektivne vrijednosti osnovnog harmonika signala primjenom nerekurzivne Furijeove metode. U toku inicijalizacije formiraju se vektori kosinusa (CO), sinusa (SI) i odbiraka (ODB) dužine m i pomoćni vektor MF sa dva člana za realizaciju digitalnog mimick filtera. Navedeni vektori su:

$$CO = \left[\frac{a}{m} \cos\left(\frac{2\pi}{m}\right), \frac{a}{m} \cos\left(2 \frac{2\pi}{m}\right), \dots, \frac{a}{m} \cos\left((m-1) \frac{2\pi}{m}\right), \frac{a}{m} \right]^T$$

$$SI = \left[\frac{a}{m} \sin\left(\frac{2\pi}{m}\right), \frac{a}{m} \sin\left(2 \frac{2\pi}{m}\right), \dots, \frac{a}{m} \sin\left((m-1) \frac{2\pi}{m}\right), 0 \right]^T$$

$$ODB = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_m]^T$$

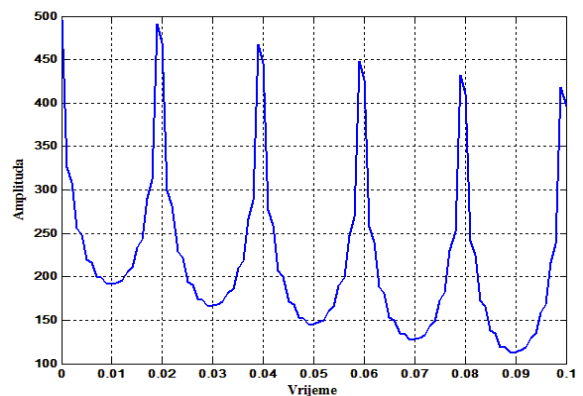
$$MF = [V_1, V_2]$$

Primjenom pomoćnih vektora CO i SI izračunavanje efektivne vrijednosti svodi se samo na množenja i sabiranja, bez izračunavanja trigonometrijskih funkcija i djeljenja, što ubrzava dobijanje rezultata. Nakon uzimanja svakog novog odbirka V_{novi} , vrši se aktualizacija vektora MF i ODB pri čemu se istovremeno vrši digitalno filtriranje signala:

$$V_1 = V_2, V_2 = V_{novi}$$

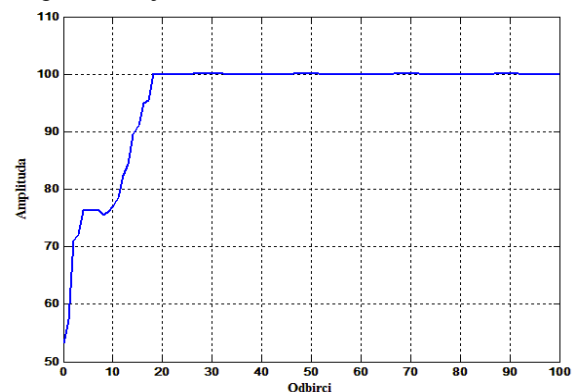
$$x_1 = x_2, x_2 = x_3, x_3 = x_4, \dots, x_{m-1} = b_1 \cdot V_2 + b_2 \cdot V_1$$

Na ovaj način ODB predstavlja klizeći prozor koji sadrži odbirke filtriranog signala. Testiranje algoritma vrši se na testnom signalu (1) bez prisustva šuma. Grafički oblik testnog signala prikazan je na slici 4.



Sl. 4. Testni signal

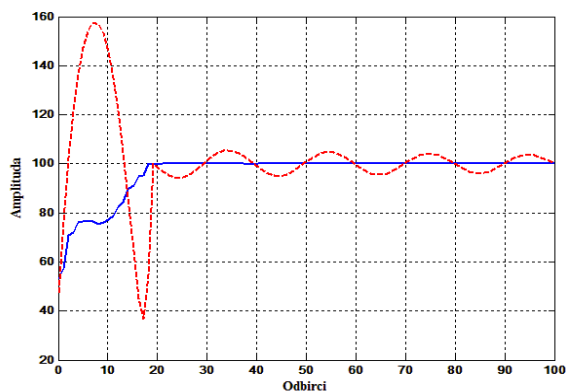
Amplituda osnovnog harmonika testnog signala određena primjenom digitalnog mimick filtera i nerekurzivne Furijeove metode prikazana je na slici 5.



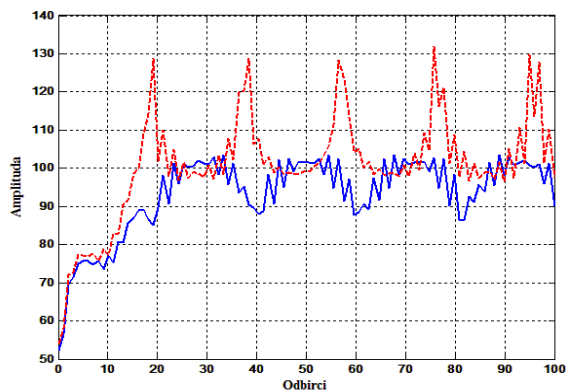
Sl. 5. Amplituda osnovnog harmonika određena primjenom digitalnog mimick filtera i Furijeove metode

Sa slike se vidi da je dobijena tačna vrijednost amplitude osnovnog harmonika testiranog signala. Greška metode je 0.03%. Primjena digitalnog mimick filtera ne utiče na kašnjenje algoritma, tako da ukupno kašnjenje ostaje jedna perioda. Da bi se uočila razlika između primjene nerekurzivnog Furijeovog algoritma sa i bez digitalnog mimick filtera, na slici 6 prikazani su rezultati primjene oba navedena algoritma.

Algoritam sa digitalnim mimick filterom osjetljiv je na odstupanje frekvencije osnovnog harmonika signala od pretpostavljene frekvencije u algoritmu. Odstupanjem frekvencije osnovnog harmonika od pretpostavljene, grešku stvara i Furijeova metoda i digitalni mimick filter. Rezultat određivanja amplitude osnovnog harmonika testnog signala sa frekvencijom osnovnog harmonika od 48Hz i 52Hz prikazana je na slici 7. Očigledno je da algoritam daje rezultate koji nisu primjenjivi u praksi. Smanjenje greške koju stvara Furijeova metoda zbog odstupanja frekvencije osnovnog harmonika signala od pretpostavljene moguće je primjenom usrednjavanja rezultata na periodu osnovnog harmonika signala^[2].

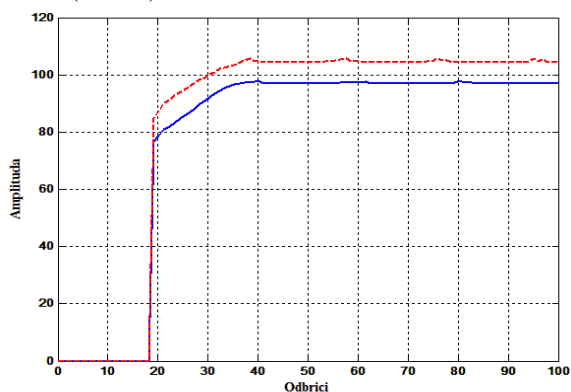


Sl. 6. Amplituda osnovnog harmonika određena primjenom Furijeove metode sa (puna linija) i bez (crtkana linija) digitalnog mimic filtera



Sl. 7. Amplituda signala 48Hz (crtkana linija) i 52Hz (puna linija) određena primjenom digitalnog mimic filtera i Furijeove metode

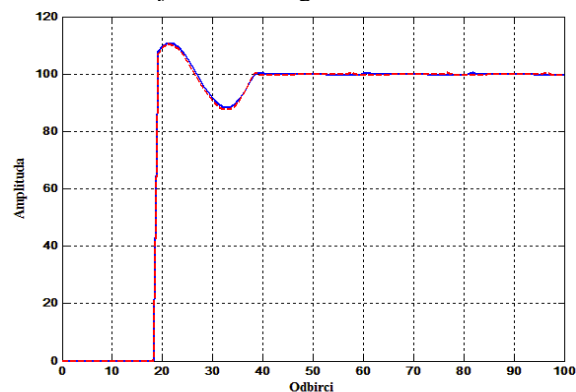
Međutim, usrednjavanjem rezultata dobijenih primjenom nerekurzivne Furijeove metode i digitalnog mimic filtera dobiće se relativno konstantna, ali netačna vrijednost amplitude (slika 8).



Sl. 8. Srednja vrijednost rezultata amplitude signala od 48Hz (crtkana linija) i 52Hz (puna linija) određena primjenom digitalnog mimic filtera i Furijeove metode

Netačna vrijednost amplitude osnovnog harmonika nastaje kao posljedica greške koju stvara digitalni mimic filter. Za eliminaciju greške koju stvara digitalni mimic filter zbog promjene frekvencije signala osnovnog harmonika potrebno je odrediti nove vrijednosti koeficijenata digitalnog mimic filtera, jer su oni zavisni od frekvencije osnovnog harmonika signala. Prema tome prvo je potrebno odrediti tačnu vrijednost frekvencije osnovnog harmonika signala, a zatim vrijednosti koeficijenata digitalnog mimic filtera.

Ako od značaja nije brzina konvergencije algoritma, tada se eliminacija uticaja opadajuće jednosmerne komponente može izvršiti usrednjavanjem rezultata na periodu osnovnog harmonika signala. Na slici 2 prikazan je rezultat usrednjavanja rezultata dobijenih primjenom nerekurzivnog Furijeovog metoda bez digitalnog mimic filtera. Na sljedećoj slici prikazani su rezultati primjene usrednjavanja rezultata dobijenih primjenom nerekurzivne Furijeove metode na testni signal sa frekvencijom osnovnog harmonika od 48Hz i 52Hz.



Sl. 9. Srednja vrijednost rezultata amplitude signala od 48Hz (crtkana linija) i 50Hz (puna linija) bez mimic filtera

Sa slike se vidi da se usrednjavanjem rezultata dobijenih primjenom nerekurzivne Furijeove metode na periodu osnovnog harmonika signala dobijaju relativno tačne vrijednosti amplitude signala. Greška je u granicama od 0.5%, ali je kašnjenje algoritma dve periode.

5. ZAKLJUČAK

U radu je izveden algoritam na bazi primjene digitalnog mimic filtera i nerekurzivne Furijeove metode u cilju eliminacije uticaja opadajuće jednosmjerne komponente. Usljed prisustva opadajuće jednosmjerne komponente algoritam daje dobre rezultate u pogledu tačnosti i brzine odziva. Nedostatak algoritma je adekvatan izbor vremenske konstante τ i greška koja nastaje zbog odstupanja frekvencije osnovnog harmonika signala od pretpostavljene frekvencije u algoritmu.

Ukoliko brzina nije od kritičnog značaja, tada se za smanjenje uticaja opadajuće jednosmjerne komponente u toku procesiranja signala čija frekvencija osnovnog harmonika odstupa ili ne odstupa od pretpostavljene frekvencije u algoritmu može primijeniti usrednjavanje rezultata na periodu osnovnog harmonika signala koji su dobijeni primjenom nerekurzivnog Furijeovog metoda.

6. LITERATURA

- [1] M. Đurić, Relejna zaštita, Beopres, Beograd 2008.
- [2] M. Đurić, Modifikovan Fourier-ov algoritam za merenje osnovnog harmonika signala, stručan rad, Elektroprivreda, br. 2, 2004. Str. 51-56.
- [3] G. Banmouyal, Removal of dc-offset in current waveforms using digital mimic filtering, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No.2, April 1995.
- [4] L. C. Wu, C. W. Liu, Modeling and testing of a digital distance relay using MATLAB/SIMULINK, <http://gra103.aca.ntu.edu.tw/gdoc/94/D91921007a.pdf>