INFOTEH-JAHORINA Vol. 9, Ref. C-3, p. 313-316, March 2010.

KORIŠĆENJE SOFTVERA "MATLAB SIMULINK" U PROJEKTOVANJU I SIMULACIJI RADA SISTEMA OSLANJANJA VOZILA
USING SOFTWARE "MATLAB SIMULINK" IN VEHICLE SUSPENSION SYSTEM DESIGN AND SIMULATION

Saša Jovanović, Milan Milovanović, Milan Đorđević, *Zastava automobili – Direkcija Razvoj automobila, Kragujevac, Srbija*

Sadržaj – *Inženjeri zaposleni u automobilskoj industriji koriste računarsku simulaciju kao jedan od najvažnijih alata u projektovanju i razvoju različitih sistema na vozilu, jer su pritisnuti kratkim vremenskim rokovima i snižavanju ukupnih troškova. Kao alat u fazi projektovanja Matlab Simulink je postao standard i gotovo nezamenljiv jer je veoma prilagodljiv različitim primenama i odlikuje ga visoka tačnost modeliranja i sposobnosti simuliranja. U radu se razmatra uprošćeni model polovine vozila koji podrazumeva nezavisno prednje i zadnje oslanjanje, i posebno oslonjenu masu. Model sadrži dva stepena slobode: rotaciju tj. galopiranje i vertikalno pomeranje tj. odskok karoserije. Ovaj model je predstavljen sa odgovarajućim jednačinama, blok dijagramom i prikazani su rezultati simulacije. Ovaj rad može da posluži kao polazna tačka za novog korisnika programskog paketa Matlab Simulink, ili kao referenca za iskusnog korisnika. U modelu je predložen pristup razvoja modela, sadašnje rešenje sa narednim izazovima i problemima i ilustrovano jedno uopšteno rešenje.*

Abstract – *Automotive engineers are using computer simulation as one of a most important tools in design and development of various vehicle's systems, because they are under the pressure to short time for development and reduce total expenses. As a design tool, Matlab Simulink has become the standard and almost irreplaceable because it is very flexible for various applications and it has accurate modeling and simulation capabilities. This paper considers a simplified half-car model which includes an independent front and rear suspension, and one separetly suspended mass. Model contains two degrees of freedom: rotation i.e. body pitch and vertical displacement i.e. body bounce. This model is represented by appropriate equations, block diagram and simulation results are shown. This paper may serve as a starting point for the new Matlab Simulink software user, or as a reference for the more experienced user. In this model, it is presented one approach for model development, current solution with future challenges and problems, and it is illustrated one common solution.*

1. UVOD

Računarska simulacija je jedan od najvažnijih alata u projektovanju i razvoju različitih sistema na vozilu jer su inženjeri zaposleni u automobilskoj industriji pod stalnim pritiskom da rade sa kratkim vremenskim rokovima za završetak postavljenih radnih zadataka, ali moraju da računaju i na snižavanje ukupnih troškova. Kao alat u fazi projektovanja, softverski paket Matlab Simulink, je postao standard i gotovo nezamenljiv, jer je veoma prilagodljiv različitim primenama, odlikuje ga visoka tačnost modeliranja i sposobnost izvođenja različitih simulacija. Softverski paket Matlab Simulink poseduje otvorenu arhitekturu i na taj način omogućava inženjerima tj. korisnicima, da kreiraju sopstvene biblioteke blokova koje mogu da prenose jedni drugima za potrebe posla. Deljenjem zajedničkog skupa alata i biblioteka, inženjeri mogu da rade zajedno znatno efikasnije unutar pojedinačnih radnih grupa do na kraju celog inženjerskog biroa.

2. ELEMENTI TEORIJE PROSTORA STANJA

Metoda prostora stanja zasniva se na pojmu stanja sistema, [1]. Stanje dinamičkog sistema opisuje se skupom promenljivih x_1, x_2,...,x_n, koje karakterišu buduće ponašanje sistema ako su poznati početno stanje istog i spoljašnje sile koje na njega deluju. Matematički model sistema u prostoru stanja je zapravo Košijev oblik zapisivanja diferencijalne jednačine (sistema diferencijalnih jednačina) u kome se na levoj strani nalaze prvi izvodi, a na desnoj neka funkcionalna zavisnost u kojoj diferencijali ne učestvuju. Takav matematički model se zapisuje obično u vektorsko-matričnoj formi:

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt} = f(x,u,t) \tag{1}$$

kao diferencijalna jednačina stanja sistema, gde su:

$\mathbf{x} = [x_1, x_2 ,..., x_n]^T$ - n-dimenzionalni vektor koordinata stanja sistema čije su komponente koordinate stanja x_i, i =1,n. U opštem slučaju broj koordinata stanja, n, jednak je broju elemenata koji mogu da akumuliraju energiju, odnosno broju elemenata koji imaju sposobnost da "pamte".

$\dot{x} = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots, \dot{x}_n]^T$ - n-dimenzionalni vektor prvih izvoda koordinata stanja sistema, odnosno diferencijal vektora stanja;

$u = [u_1, u_2, \ldots, u_r]^T$ - r-dimenzionalni vektor upravljačkih veličina (upravljanja), čije su koordinate spoljašnje sile koje deluju na sistem;

f($\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}$,$t$) = [$f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},t)$, $f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},t)$,..., $f_n(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},t)$]^T - n-dimenzionalna vektorfunkcija promenljivih stanja i upravljanja.

Oznaka T u eksponentu označava transpoziciju vektora, odnosno transpoziciju matrice.

Izraz (1) nije dovoljan za potpuni opis sistema, jer on povezuje koordinate stanja (unutrašnje promenljive sistema) sa spoljašnjim uticajima (ulazima u sistem). Zbog toga je neophodna još jedna vektorska relacija koja povezuje unutrašnje promenljive (koordinate stanja) i upravljanja s izlazima sistema. Ta funkcionalna zavisnost se naziva jednačina izlaza. Ona je algebarska jednačina, u opštem slučaju nelinearna, oblika

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},t) \tag{2}$$

gde su:

$\mathbf{y} = [y_1, y_2, ..., y_m]^T$ - m-dimenzionalni vektor izlaznih veličina (signala);

$\mathbf{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},t) = [g_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},t), g_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},t),..., g_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},t)]^T$ - m-dimenzionalni vektorfunkcija izlaza sistema.

Ako je sistem linearan ali nestacionaran, vektor-funkcije stanja i izlaza su linearne funkcije. Tada diferencijalna jednačina stanja (1) ima oblik:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \tag{3}$$

a algebarska jednačina izlaza:

$$\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{C}(t)\,\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}(t)\,\boldsymbol{u}(t) \tag{4}$$

gde su: $\boldsymbol{A}(t)$ - $n \times n$ - matrica stanja sistema;

$\boldsymbol{B}(t)$ - $n \times r$ - matrica ulaza;

$\boldsymbol{C}(t)$ - $m \times n$ - matrica izlaza sistema;

$\boldsymbol{D}(t)$ - $m \times r$ - matrica direktne sprege ulaz-izlaz.

Ako je dinamički sistem linearan i stacionaran (vremenski invarijantan) tada su sve matrice u (3) i (4) konstantne matrice.

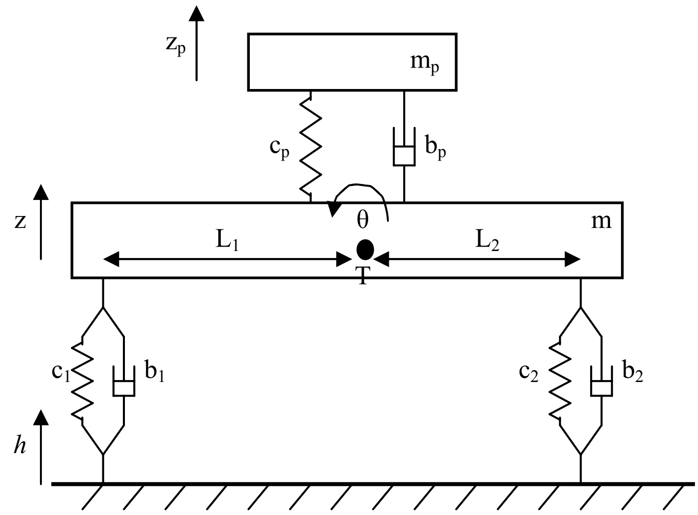
Na sistem uvek deluju i spoljašnje sile. Neke od njih se mogu kontrolisati, odnosno možemo njima da upravljamo, pa takve spoljašnje uticaje nazivamo upravljanjem. Međutim, neke spoljašnje sile koje deluju na sistem ne možemo da menjamo, tj. da na njih utičemo. Takve sile se nazivaju poremećaji. Zbog toga je, umesto modela sistema u obliku (3) ispravniji zapis u formi:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + Ew(t) \tag{5}$$

Pored spoljašnjih poremećaja, u sistemu postoje i unutrašnji – parametarski poremećaji kao posledica promene parametara sistema u vremenu. U opštem slučaju smatraćemo da su svi poremećaji obuhvaćeni vektorom poremećaja $\boldsymbol{w}(t)$.

3. MODEL SISTEMA OSLANJANJA VOZILA

Razmatraćemo uprošćeni model polovine vozila koji, takođe, podrazumeva nezavisno prednje i zadnje oslanjanje, i ima još jednu posebno oslonjenu masu $\boldsymbol{m_p}$, oprugom i amortizerom sa koeficijentom elastičnosti $\boldsymbol{c_p}$ i koeficijentom prigušenja $\boldsymbol{b_p}$, respektivno. Ovaj model je prikazan na slici 1. Model sadrži dva stepena slobode: rotaciju tj. galopiranje i vertikalno pomeranje tj. odskok karoserije.



Slika 1. Polovinski model sistema oslanjanja sa dve mase i dva stepena slobode

Polazeći od osnovnih dinamičkih jednačina kretanja [2] za prednju stranu modela sistema oslanjanja dobijamo jednačinu za silu:

$$F_1 = c_1\left(L_1\,\theta - z - h\right) + b_1\left(L_1\dot{\theta} - \dot{z}\right) \tag{6}$$

odnosno, za zadnju stranu važi:

$$F_2 = -c_2\left(L_2\,\theta + z\right) - b_2\left(L_2\dot{\theta} + \dot{z}\right) \tag{7}$$

a na gornju oslonjenu masu deluje sila:

$$F_p = c_p\left(z - z_p\right) + b_p\left(\dot{z} - \dot{z}_p\right) \tag{8}$$

Dakle, jednačine kretanja karoserije su:

$$\begin{aligned} m\ddot{z} &= F_1 + F_2 - mg \\ m_p\ddot{z}_p &= F_p - m_p g \\ I_y\ddot{\theta} &= -L_1F_1 + L_2F_2 + M_y \end{aligned} \tag{9}$$

Ovo ćemo predstaviti u matričnom obliku:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Ew \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{10}$$

gde je:

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\dfrac{c_1+c_2}{m} & 0 & \dfrac{c_1L_1-c_2L_2}{m} & -\dfrac{b_1+b_2}{m} & 0 & \dfrac{b_1L_1-b_2L_2}{m} \\ \dfrac{c_p}{m_p} & -\dfrac{c_p}{m_p} & 0 & \dfrac{b_p}{m_p} & -\dfrac{b_p}{m_p} & 0 \\ \dfrac{c_1L_1-c_2L_2}{I_y} & 0 & -\dfrac{c_1L_1^2+c_2L_2^2}{I_y} & \dfrac{b_1L_1-b_2L_2}{I_y} & 0 & -\dfrac{b_1L_1^2+b_2L_2^2}{I_y} \end{bmatrix}$$

$$x=\begin{bmatrix} z \\ z_p \\ \theta \\ \dot{z} \\ \dot{z}_p \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad E=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\dfrac{c_1}{m} & 0 \\ 0 & 0 \\ \dfrac{c_1L_1}{I_y} & \dfrac{1}{I_y} \end{bmatrix}$$ i vektor poremećaja: $w=\begin{bmatrix} h \\ M_y \end{bmatrix}$

Pretpostavićemo da su izlazi translatorna i rotaciona pomeranja, odnosno:

$$y=\begin{bmatrix} z \\ z_p \\ \theta \end{bmatrix}, \quad \text{tj.} \quad C=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

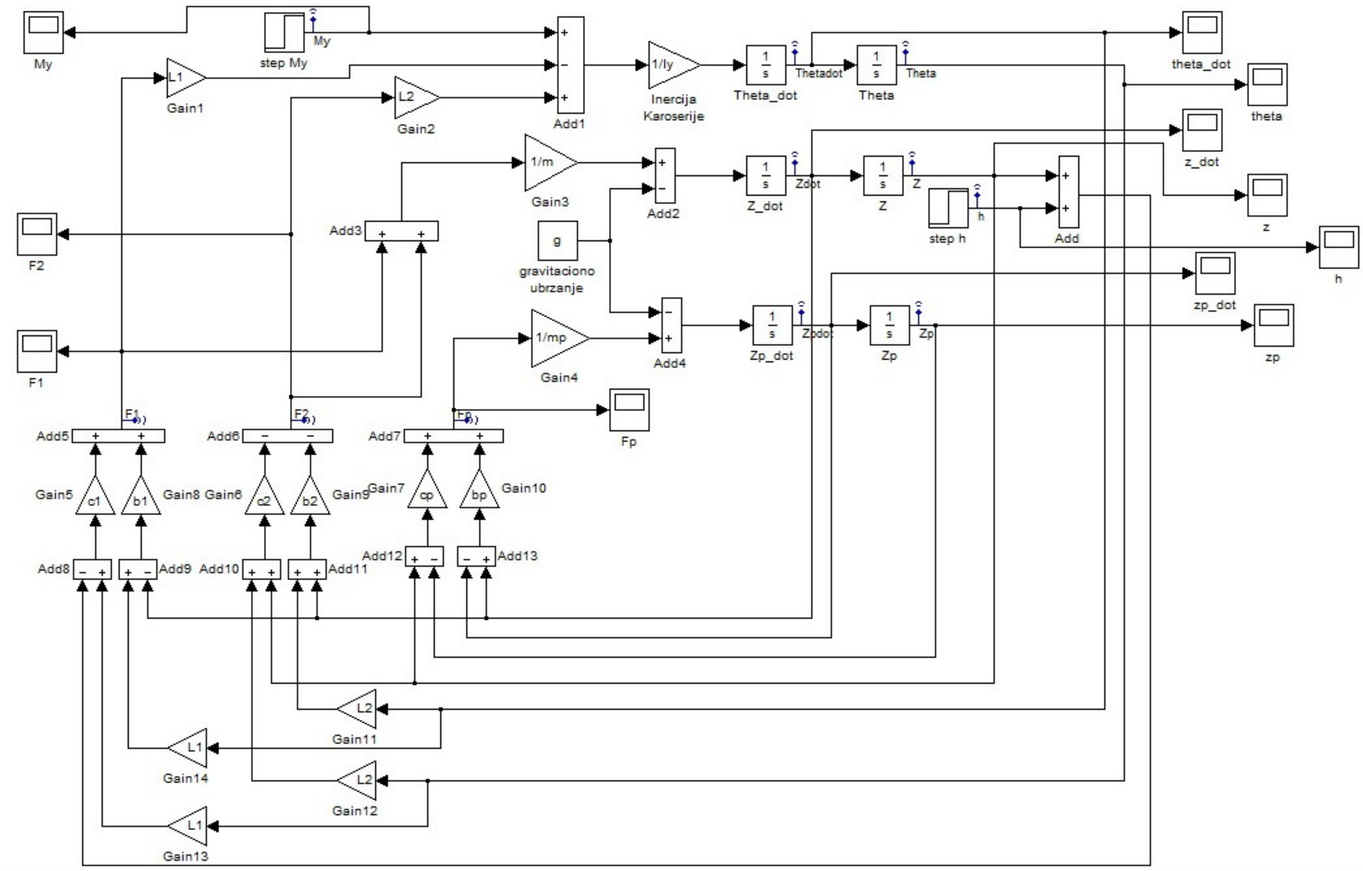
Možemo proveriti i opservabilnost izlaza sistema pomoću MATLAB funkcije **obsv**(A,C), tj. vrši se izračunavanje vrednosti matrice observabilnosti, [3].

U ovom konkretnom slučaju, matrica opservabilnosti je:

$$\begin{bmatrix} C^T & A^TC^T & \left(A^T\right)^2C^T & \left(A^T\right)^3C^T & \left(A^T\right)^4C^T & \left(A^T\right)^5C^T \end{bmatrix}$$

i njen rang treba da bude jednak redu sistema n tj. $n = 6$.

Na osnovu ovde navedenih dinamičkih jednačina kretanja, u MATLAB Simulink-u je kreiran model nazvan "oslanjanje.mdl", prikazan na slici 2, [4].



Slika 2. Simulink model sistema oslanjanja sa dve mase

4. REZULTATI SIMULACIJE

Pretpostavljamo da naš model sistema oslanjanja ima dva ulaza. Prvi ulaz je neravnina puta, tj. visina, i odgovara "step" ulazu. U ovom slučaju ovo odgovara prelazu preko "step" prepreke na putu. Drugi ulaz je horizontalna sila koja deluje kroz centar točkova. Ovo je praktično primer manevara kočenja ili ubrzavanja. Ovaj ulaz se javlja samo kao moment oko ose galopiranja jer podužno kretanje karoserije nije modelovano.

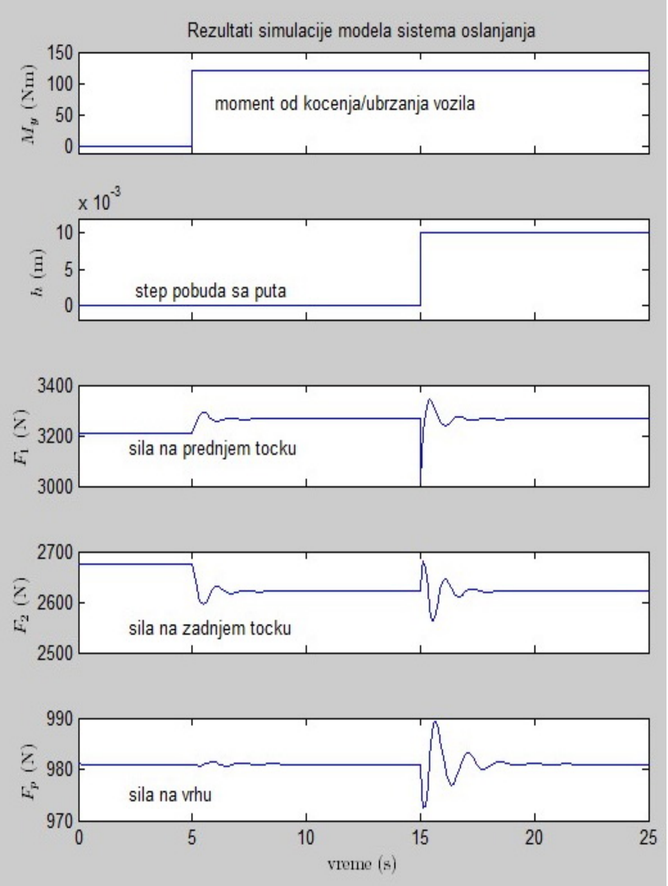
Parametri modela i početni uslovi se unose u radni prostor modela iz datoteke "oslanjanje_param.m". Unos početnih stanja u radni prostor modela sprečava slučajne modifikacije parametara a i čisti radni prostor MATLAB-a. Radi početne jednostavnosti u odabiru vrednosti ovih parametara, odlučeno je da bude:

$$\begin{aligned} c_1 &= c_2 \\ b_1 &= b_2 \end{aligned} \tag{12}$$

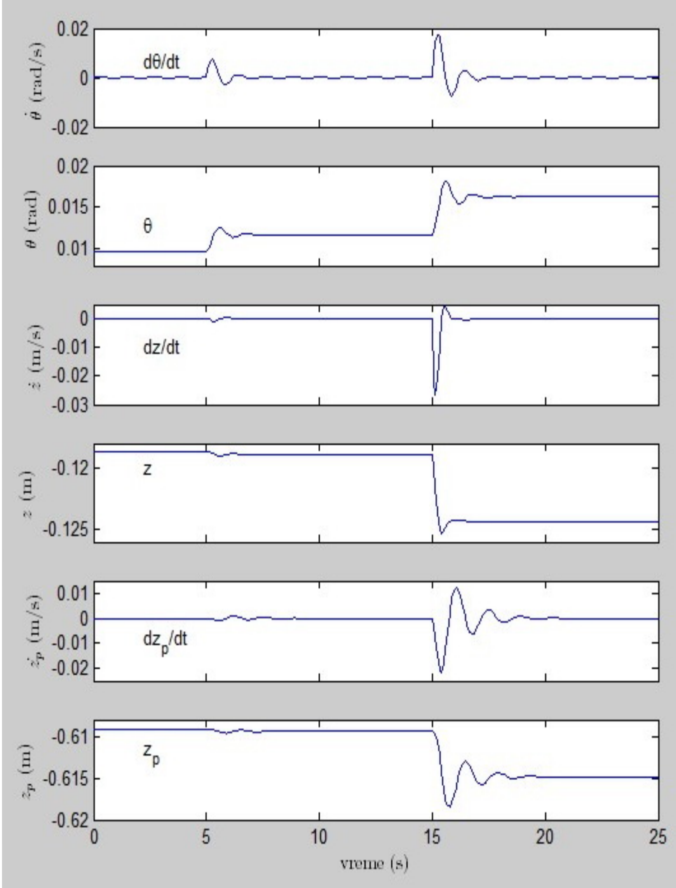
U simulaciji, izabrane su sledeće vrednosti parametara:

```
g = 9.81;    % [m/s^2]
Iy = 2000;   % [kgm^2]
L1 = 1;      % [m]
L2 = 1.2;    % [m]
b1 = 2500;   % [Ns/m]
b2 = 2500;   % [Ns/m]
bp = 200;    % [Ns/m]
c1 = 25000;  % [N/m]
c2 = 25000;  % [N/m]
cp = 2000;   % [N/m]
m = 600;     % [kg]
mp = 100;    % [kg]
```

Rezultati simulacije su prikazani na slikama 3. i 4, a ovi rezultati su iscrtani pomoću, za ovu svrhu, kreirane MATLAB datoteke "oslanjanje_graf.m". Radi demostracije rada simulacije prikazani su dijagrami svih fizičkih veličina koje su relevantne za kreirani model.



Slika 3. Dijagrami pobuda i sila prisutnih u modelu



Slika 4. Odzivi svih promenljivih stanja

5. ZAKLJUČAK

U ovom radu je prikazan jedan primer koji predstavlja tipičan zadataka inženjera zaposlenog u automobilskoj industriji koji se bavi projektovanjem i ispitivanjem sistema oslanjanja vozila. Takođe, ovim radom je ilustrovana snaga Simulink-a u ubrzavanju i olakšavanju procesa projektovanja.

Opisan je i predstavljen uprošćeni model sistema oslanjanja vozila, koji podrazumeva odgovarajuće jednačine, blok dijagram i rezultate simulacije. Ovakav materijal može da posluži kao polazna tačka za novog korisnika programskog paketa Matlab Simulink, ili kao referenca za iskusnog korisnika. U modelu je predložen pristup razvoja modela, sadašnje rešenje sa narednim izazovima i problemima i ilustrovano jedno uopšteno rešenje.

Modeliranje sistema oslanjanja vozila omogućava da se simuliraju uticaji promene prigušenja i elastičnosti, i na taj način istraži i pronađe kompromis između udobnosti i stabilnosti tj. dobrih performansi vozila. Generalno, vozila pripremljena za trke imaju veoma krute opruge sa velikim faktorom prigušenja, dok putnička vozila projektovana za udobnu vožnju imaju mekše opruge i više osciluju u odzivu.

Projektovanje još detaljnijeg modela može da uključi i modeliranje pneumatika, zatim i nelinearnosti prigušnog elementa (tj. veće je prigušenje prilikom razvlačenja nego pri sabijanju).

Potpuni model, sa šest stepeni slobode, može se projektovati korišćenjem blokova vektorske algebre da bi se izvele transformacije osa i izračunavanja sile, pomeranja, brzine.

LITERATURA

[1] M. Stojić, *Kontinualni Sistemi Automatskog Upravljanja*, Beograd, Naučna Knjiga, 1985.

[2] D. Simić, *Dinamika Motornih Vozila*, Beograd, Naučna Knjiga, 1984.

[3] The MathWorks, *MATLAB 7.5.0*, *User's Guide*, 2007.

[4] S. T. Karris, *Introduction to Simulink® with Engineering Applications*, 2nd Edition, Orchard Publications, 2008.