

REALNI DIFERENCIJATOR S NISKOPROPUSNIM FILTROM U REGULACIONOJ KONTURI

Čedomir Milosavljević, *Elektrotehnički fakultet, I. Sarajevo*; e-mail: cedomir.milosavljevic@elfak.ni.ac.rs
 Branislava Peruničić, *Elektrotehnički fakultet, Sarajevo*; e-mail: brana_p@hotmail.com
 Boban Veselić, *Elektronski fakultet, Niš*; e-mail: boban.veselic@elfak.ni.ac.rs

Sadržaj: U radu se predlaže realni diferencijator s NF-om u konturi upravljanja. Upravljeni proces je serijska veza NF-a, značajne vremenske konstante, i integratora. Upravljački podsistem je D- tipa s limiterom. Kontura je s velikim pojačanjem. Ekvivalentna vremenska konstanta dobijenog realnog diferencijatora je mala. NF u konturi značajno slabi šumove prisutne u ulaznom signalu i upravljanju. Upoređenja s poznatim rešenjima, ostvarena simulacijom, pokazuju prednosti pod odgovarajućim uslovima realizacije.

Abstract: The paper offers a new real differentiator with low-pass filter (LPF) in the control loop. The controlled process is a cascade of a LPF, with considerable time constant, and an integrator. The control subsystem is of derivative type with a limiter, resulting in high gain loop. The closed loop time constant of the obtained real differentiator is small. LPF significantly attenuate noises present in the input and control signals. Simulation comparison of the proposed differentiator with well-known solutions reveals certain advantages under appropriate realization conditions.

1. UVOD

Estimacija diferencijala realnih signala je dobro poznat i često izučavan tehnički problem [1]-[10]. Postoji više prilaza za estimaciju diferencijala. Oni se mogu svrstati u dve grupe:

1. Metode zasnovane na modelu procesa koji generiše signal koji treba diferencirati;

2. Metode bez poznavanja modela procesa.

U prvoj grupi koriste se estimatori bazirani na observer-skoj strukturi i neće biti predmet ovog rada.

U drugoj grupi spadaju dobro poznat Ojlerov numerički diferencijator, realni diferencijator i diferencijatori zasnovani na kliznim režimima [1]-[4], [8]-[10]. Kao što je poznato, Ojlerov diferencijator je definisan relacijom

$$\tilde{f}(t) \cong \frac{f(kT) - f((k-1)T)}{T} \quad (1)$$

Za $T \rightarrow 0$, $\tilde{f} \rightarrow \dot{f}$ po definiciji izvoda.

Nažalost, ako je ulazni signal kontaminiran šumom, dobijeni izlazni signal diferencijatora biće takođe kontaminiran utoliko više ukoliko je $T < 1$. Kao primer uzmimo da je ulazni signal [2]:

$$f(t) = \sin(\pi t), t \in [0, 2], T = 0.005s. \quad (2)$$

Na sl. 1c dat je prikaz diferencijala u slučaju signala bez šuma, a na sl. 1b kada je signal (2) zašumljen uniformnim slučajnim brojevima amplitude 0,004. Sa sl. 1a se vidi da Ojlerov diferencijator ne treba primenjivati u slučaju kontaminiranih signala.

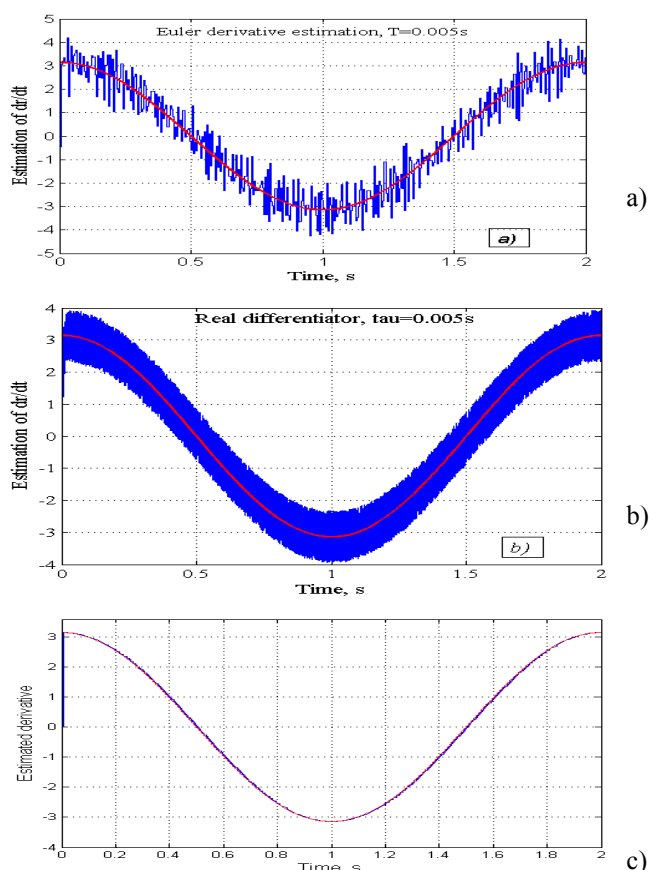
U industrijskim uslovima primenjuju se tzv. realni diferencijatori, opisani sledećim modelom

$$\frac{\tilde{f}(s)}{f(s)} = \frac{s}{1 + \tau s}, \quad (3)$$

gde je τ -je vremenska konstanta.

Kao što se iz (3) vidi, diferencijator sadrži niskopropusni filter (NF), $(1/(1+\tau s))$, čija je uloga da slabi šumove. Teoretski, dobar diferencijal, u uslovima nekontaminiranog signala, se dobija za malo τ , sl. 1a. Međutim, kada je signal kontaminiran poželjno je imati veće τ . Taj problem se rešava

kompromisom između veličine šuma u izlaznom signalu i veličine faznog pomaka.

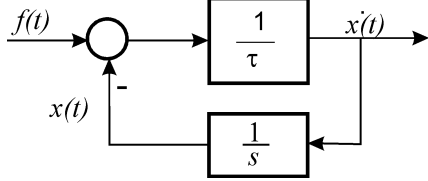


Sl. 1. Diferencijal signala (2) u prisustvu šuma, a primenjeni je: a) Ojlerov realni diferencijator; b) realni diferencijator. c) Ojlerov ili realni diferencijator bez šuma $T=\tau=0.005s$.

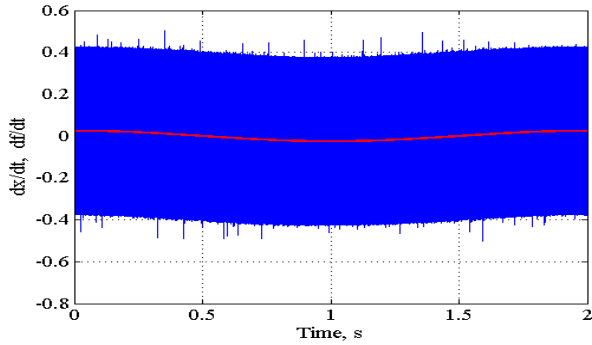
Na sl. 2 data je realizacija realnog diferencijatora, a na sl. 1b izlazni signali realnog diferencijatora za $\tau=0.005s$ za kontaminirani slučaj, analogno sl. 1b.

Poseban problem se javlja ako je ulazni signal mali, odnosno odnos šum/signal veliki. U tom slučaju dešava se da

se diferencijal ne može prepoznati. Kao primer, na sl. 4 dat je slučaj ako je amplituda signala (2) ne 1, već 0.008, a primenjen je Ojlerov diferencijator s periodom za $T=0.005$ s.



Sl. 2. Realni diferencijator.



Sl. 3. Diferencijal signala $f(t) = 0.008 \sin(\pi t)$, $T = 0.005$ s. u prisustvu šuma, primenom Ojlerovog diferencijatora.

Postoje različita rešenja diferencijatora. U ovom radu osnovna pažnja biće posvećena diferencijatorima s kliznim radnim režimom [1]-[3], [8]-[10], što će biti sadržaj drugog odeljka. U trećem odeljku se predlaže jedno rešenje diferencijatora koje ima konvencionalnu strukturu s diferencijalnim zakonom upravljanja i NF filtrom u regulacionoj petlji, koji ima značajnu vremensku konstantu. Simulaciona ispitivanja su pokazala značajnu prednost, pod određenim uslovima, u odnosu na analizirane.

2. DIFERENCIJATORI S KLIZNIM REŽIMOM

Velike nade su polagane u diferencijatore s kliznim radnim režimom, sl. 5, [1]-[3], [8]-[10]. Njihova prekidačka priroda zahteva primenu NF-a na izlazu, koji unosi fazni pomak što povećava grešku diferenciranja.

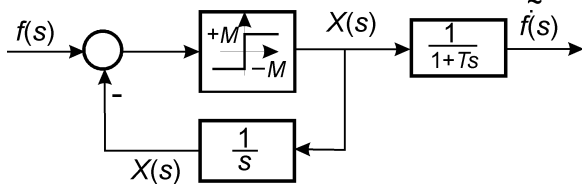


Fig. 5. Diferencijator s kliznim radnim režimom

Dva tipa diferencijatora s kliznim režimom su predmet analize u ovom radu. Prvi je Levantov egzaktan diferencijator [1], koji je zasnovan na kliznom režimu drugog reda. Drugi je Ksuov estimator diferencijala sa filtracijom u zatvorenoj konturi [2], koji je zasnovan na kliznom režimu prvog reda sa Gaovim zakonom dosezanja [7]. U naredna dva odeljka daju se osnovni elementi ovih diferencijatora.

2.1 Levantov egzaktan diferencijator

Ovaj diferencijator, sl. 6, se opisuje sledećim relacijama $\dot{x}(t) = u(t)$,

$$u = u_1 - \lambda |x(t) - f(t)|^{1/2} \operatorname{sgn}(-f(t)), \quad (3b)$$

$$\dot{u}_1 = -\alpha \operatorname{sgn}(x(t) - f(t)), \quad (3c)$$

gde je (3a) diferencijalna jednačina "upravljanog objekta" - integratora, a relacije (3b) i (3c) opisuju kontroler na bazi kliznog režima drugog reda. $f(t)$ je referentni (ulazni) signal čiji diferencijal treba estimirati preko izlaznog signala dx/dt . $\alpha, \lambda > 0$ su pojačanja čije vrednosti zavise od Lipšicove konstante signala $f(t)$. To je i osnovni nedostatak ovog diferencijatora, jer se parametri moraju menjati pri promeni ulaznog signala, a u mnogim primenama ulazni signal nije unapred poznat. Za ublažavanje tog nedostatka, u [4] je predložen jedan adaptivni algoritam. Drugi nedostatak je pojava premašnja na početku reagovanja diferencijatora.

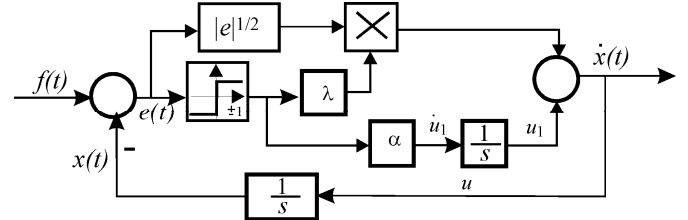


Fig. 6. Levantov egzaktan diferencijator

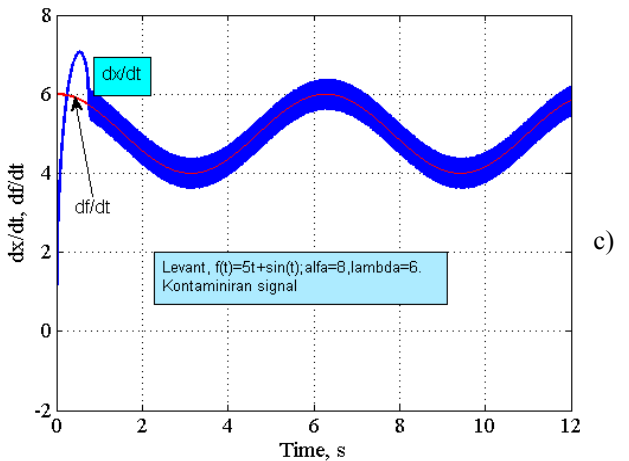
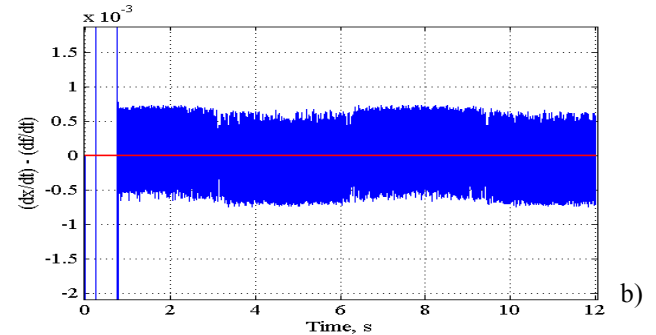
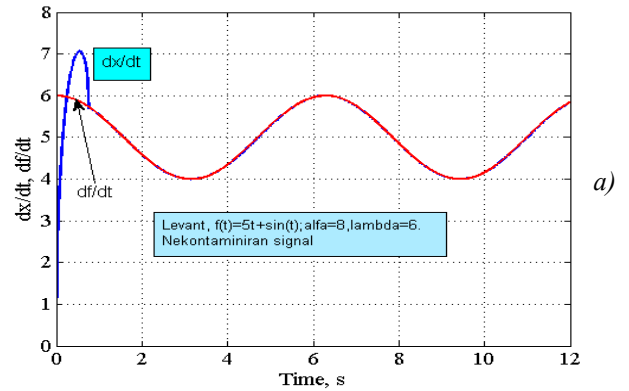


Fig. 7. Signali Levantovog diferencijatora: a) signal stvarnog diferencijala signala (4) (crvena linija) i njegova estimacija (plava linija); b) greška estimacije signala bez šuma i c) s datim šumom.

Kao primer, na sl. 7, daju se signali Levantovog diferencijatora za signal i parametre preuzete iz originalnog rada [1]:

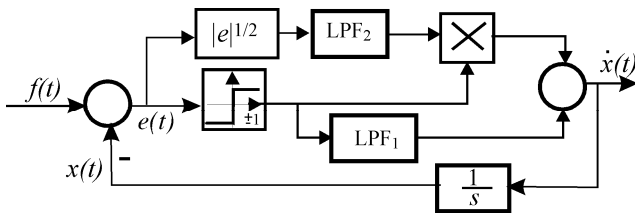
$$f(t) = 5t + \sin(t); \lambda = 6; \alpha = 8. \quad (4)$$

Za simulaciju je primenjena metoda Runge-Kuta s korakom integracije od 10^{-4} s.

Na sl. 7a dati su signali stvarnog diferencijala (crvena linija) i dobijenog Levantovim diferencijatorom bez prisustva šuma, osim šuma kvantizacije zbog simuliranog konvertora, rezolucije $1,1921e-007$. Na sl. 7b data je estimaciona greška čija je amplituda oko $0.75 \cdot 10^{-3}$, što se može smatrati odličnim rezultatom. Međutim, na sl. 7c prikazan je signal Levantovog diferencijatora u prisustvu gore navedenog šuma. Kao što se vidi, šum u izlaznom signalu se povećao na oko 0,4, što je povećanje od oko 500 puta. U tom slučaju, kako se preporučuje u [1], treba primeniti dodatni NF.

2.2 Ksuov estimator diferencijala

U [2] je dat estimator diferencijala sa filtracijom u zatvorenoj povratnoj sprezi. Njegova blok-šema je data na sl. 8. Osnovna intencija ovog estimatora je da eliminiše preskok na početku estimacije i da umanjí šumove u izlaznom signalu pomoću unetih NF-a u regulacionoj petlji. Ovaj diferencijator koristi klizni režim prvog reda i stepenovani zakon doseganja [7], koji, u nominalnim uslovima, tj. bez šumova, obezbedi meko spuštanje na kliznu površi (liniju).



Sl. 8. Ksuov estimator diferencijala.

Parametri filtera su: $LPF_1: 1000/(1+0.000055s)$; $LPF_2: 1/(1+0.003s)$ kao što je dato u originalnom radu [2]. Kao jedan od primera tamo je dato diferenciranje signala

$$f(t) = \sin(50\pi t); \dot{f}(t) = 50\pi \cos(50\pi t). \quad (5)$$

Za Levantov diferencijator, i signal (5), parametri su [2]: $\alpha=25000$, $\lambda=180$. Simulacioni rezultati za oba diferencijatora prikazani su na sl. 9. Sl. 9b pokazuje početni period diferenciranja. Može se videti da Ksuov estimator nema preskok ili je on veoma mali, dok Levantov diferencijator ima značajnu devijaciju od stvarnog diferencijala na početku estimacionog procesa.

Simulacija u slučaju kontaminiranog signala (5) pokazuje da oba diferencijatora daju slične rezultate. Treba imati u vidu da je u ovom primeru amplituda signala velika, tj. odnos šum/signal veoma mali. Takođe treba istaći da je kod Ksuovog estimatora signum funkcija zamenjena saturacionom funkcijom s pojačanjem 10.

Za slučaj većeg odnosa šum/signal, Ksuov estimator daje lošije rezultate. Na sl. 10a je dat odziv Ksuovog diferencijatora signala (4) bez šuma, a na sl. 10b signala s šumom. U odnosu na odzive Levantovog diferencijatora, sl. 7, dobijenih pri istim uslovima, odziv je bez preskoka, ali u prisustvu šuma Ksuov diferencijator daje lošije rezultate. Za dobijanje boljih rezultata treba promeniti parametre filtera ili dodati novi niskopropusni filter Batervortovog tipa [2].

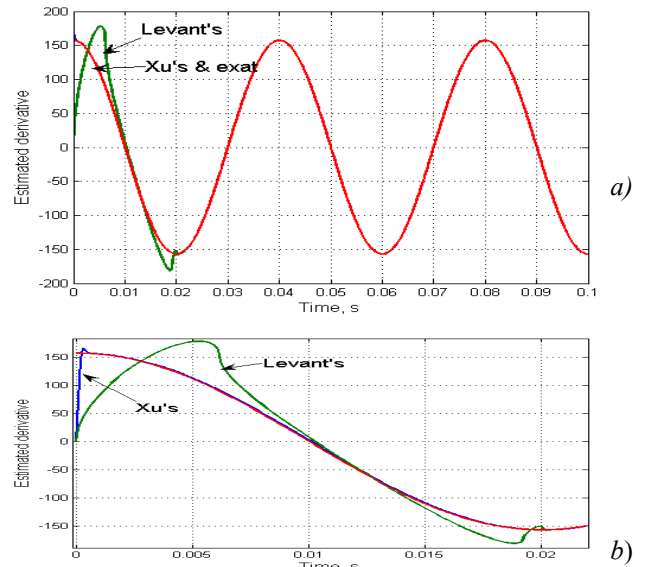
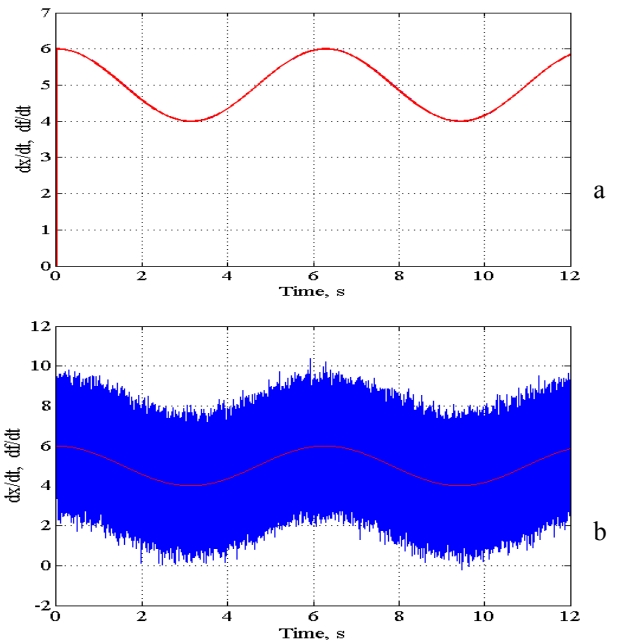


Fig. 9. Upoređenje <levantovog i Ksuovog diferencijatora bez šuma u ulaznom signalu kada se diferencira signal (5).



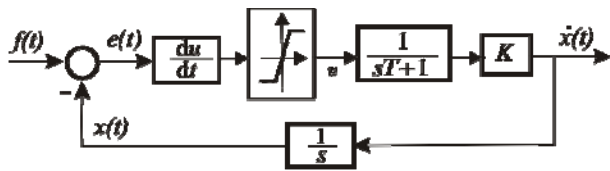
Sl. 10. Odzivi Ksuovog diferencijatora za signal $f(t) = 5t + \sin(t)$ a) bez šuma; b) u prisustvu šuma.

3. NOVI REALNI DIFFERENCIATOR

U cilju sinteze diferencijatora koji ne zahteva čestu promenu parametara za signale šireg frekventijskog opsega i odnosa šum signal, u ovom radu se predlaže prosta struktura estimatora diferencijala koja se u krajnjoj liniji svodi na realni diferencijator, prikazan na sl. 2, ali s efikasnijom filtracijom, sl. 11.

Lako se može zaključiti da će u linearnom režimu rada, tj. za male signale, funkcija prenosa diferencijatora sa sl. 12 biti ista kao (3) s vremenskom konstantom $\tau = T/(1+K)$; Za veliko pojačanje K sistem će imati malo fazno kašnjenje.

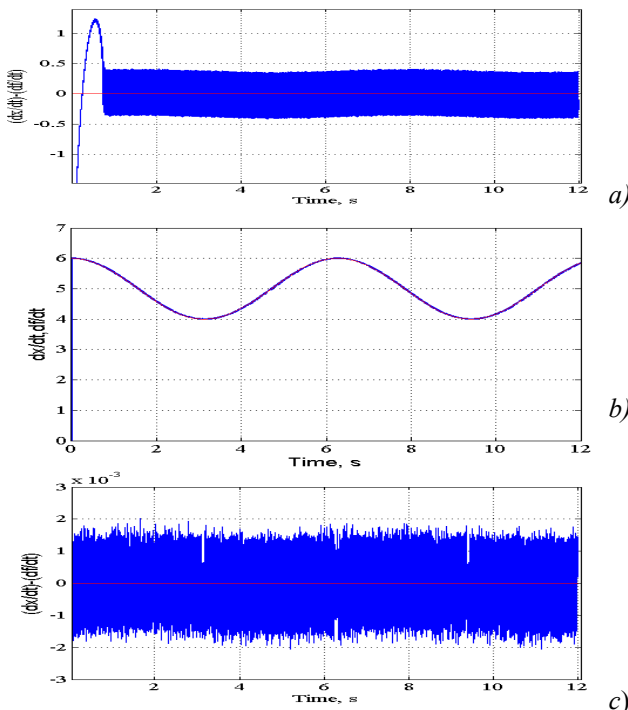
U prisustvu šumova, na izlazu bloka du/dt ti šumovi će biti izraženiji. S obzirom na limiter, njihova amplituda biće ograničena. NF s velikom vremenskom konstantom usrednjavaće te šumove, tako da će njihov uticaj na izlazu biti mali u odnosu na koristan signal.



Sl. 11. Blok-šema predloženog diferencijatora.

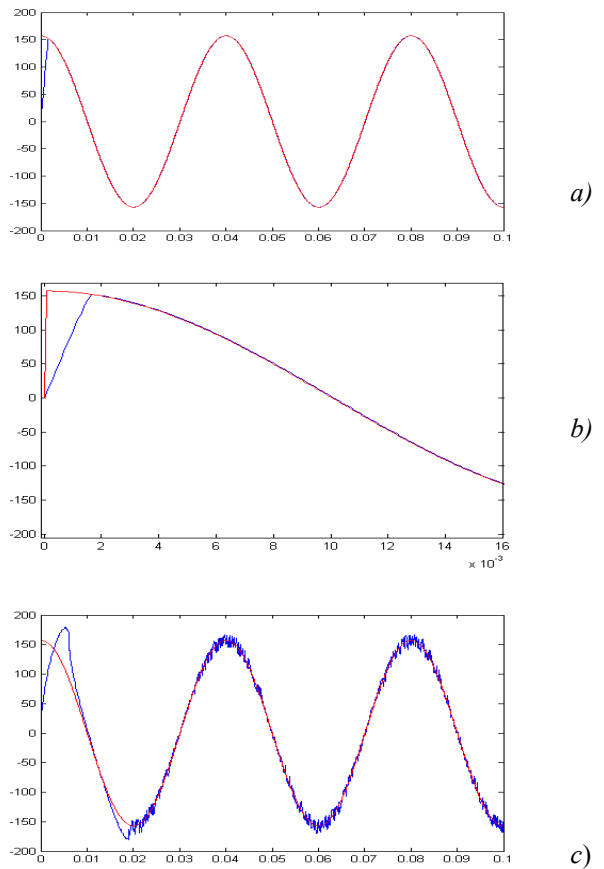
U cilju verifikacije, izvršena je simulacija diferenciranja niza signala sa komparacijom s Levantovim diferencijatorom. Parametri predloženog diferencijatora su: $K=100000$, $T=10s$, Limiter ima ograničenje na ± 10 . Perioda integracije je 10^{-4} s, a kao element du/dt korišćen je MATLAB-Simulink diferencijator.

Najpre je simuliran sistem za signal (4) u prisustvu istog šuma kao i u prethodnim primerima. Za Levantov diferencijator izabrani su parametri kao što je navedeno u [1] za signal (4). Rezultati simulacije prikazani su na sl. 12. Sl. 12a prikazuje grešku estimacije Levantovog diferencijatora koja je reda ± 0.4 po amplitudi. Na sl. 12b dat je odziv predloženog diferencijatora iz koje se vidi da je odziv brz i bez preskoka. Na sl. 12c data je razlika između stvarnog diferencijala posmatranog signala i diferencijala dobijenog predloženim diferencijatorom u prisustvu šuma. Iz upoređenja sl. 12c i 7b zaključuje se da predloženi diferencijator u prisustvu šuma daje bolje rezultate nego Levantov diferencijator bez šuma u ulaznom signalu.



Sl. 12. Uporedni prikaz greške diferenciranja Levantovog i predloženog diferencijatora za signal (4) u prisustvu šuma. a) Greška estimacije Levantovog diferencijatora; b) odziv predloženog diferencijatora u prisustvu šuma; c) greška estimacije predloženog diferencijatora u prisustvu šuma.

Drugi primer za upoređenje je diferenciranje signala (5) u prisustvu datog šuma. Za Levantov diferencijator uzeti su parametri kao na sl. 10. Uporedni rezultati su dati na sl. 13. Sl. 13a daje odziv predloženog diferencijatora. Slika 13b pokazuje njegov režim dosezanja na početku estimacije, odakle se vidi da nema preskoka. Najzad sl. 14c prikazuje odziv Levantovog diferencijatora za iste uslove (uporediti sl. 13a i 13c).



Sl. 13. Uporedni odzivi predloženog i Levantovog diferencijatora za signal $f(t) = \sin(50\pi t)$ u prisustvu šuma. a) predloženi diferencijator; b) zumirana slika a); c) Levantov diferencijator.

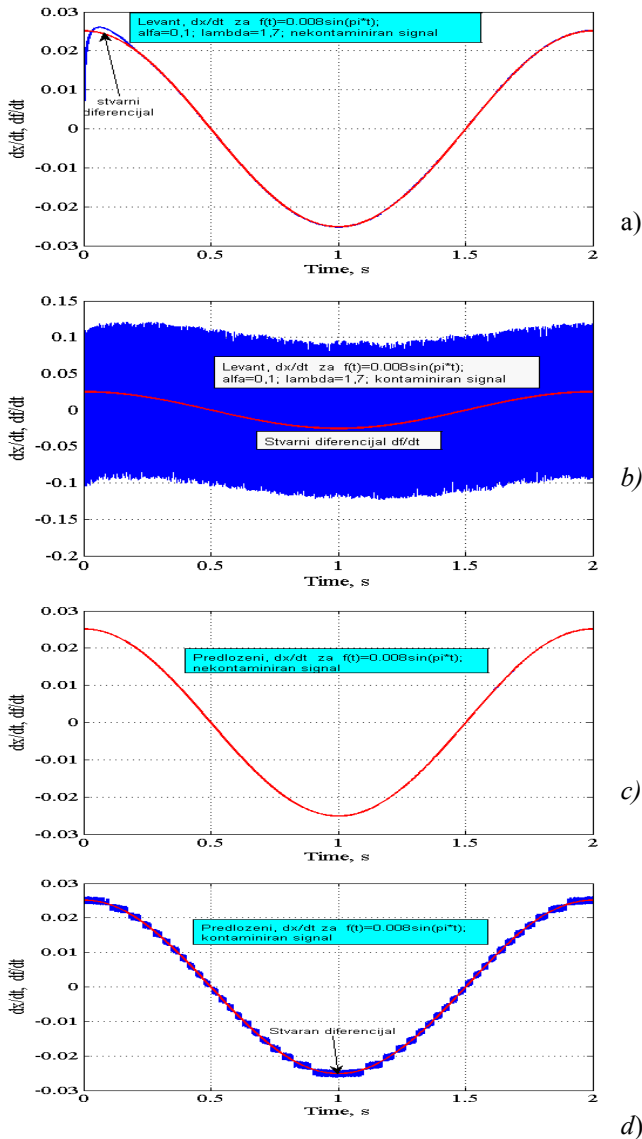
Kao sledeći primer uzet je signal male amplitude, $f(t) = 0.008 \sin(\pi t)$, bez šuma ili s šimom. Za Levantov diferencijator su određeni parametri $\alpha=0.1$; $\lambda=1,7$. Za predloženi diferencijator parametri ostaju nepromenjeni. Na sl. 14 prikazani su uporedni odzivi oba diferencijatora. Na sl. 14a, 14c dati su odzivi Levantovog i predloženog diferencijatora, respektivno, bez šuma u ulaznom signalu, dok su na sl. 14b i 14d dati rezultati kada je prisutan šum.

Iz datih rezultata se vidi da predloženi diferencijator ima neuporedivo bolje osobine osim jedne. Naime, može se zapaziti sa sl. 14d da se u izlaznom signalu predloženog diferencijatora reflektuje rezolucija AD konvertora (enkodera) kao šum stepenastog oblika. Simulacionim ispitivanjem je utvrđeno da predloženi diferencijator zahteva visoku rezoluciju konvertora. Predloženi diferencijator ima lošije osobine za konvertore ispod 24 bita. Na datim rezultatima je simuliran 32 bitni konvertor.

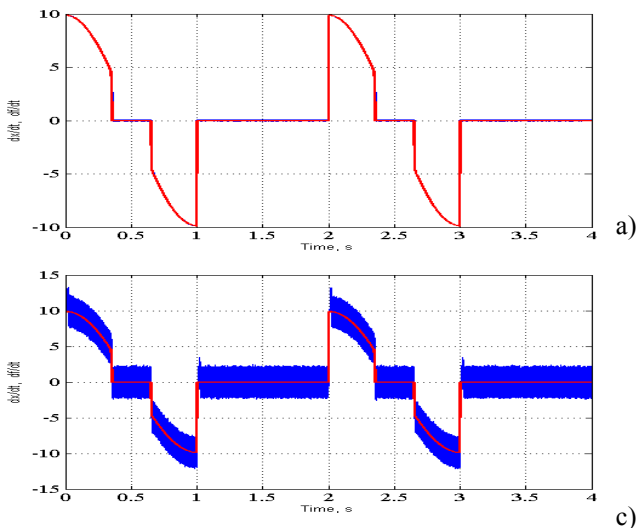
Na sl. 15 i sl. 16, biće dati uporedni rezultati simulacije Levantovog i predloženog diferencijatora u prisustvu navedenog šuma za navedene signale.

ZAKLJUČAK

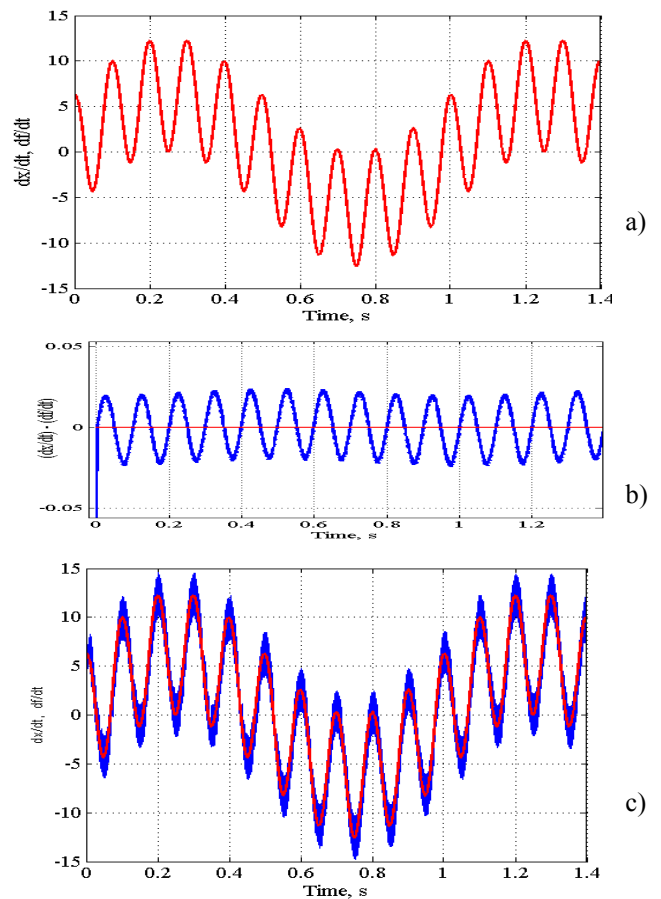
U ovom radu je predložena nova struktura realnog diferencijatora s niskopropusnim filtrom u regulacionoj konturi. Predloženi diferencijator je simulaciono upoređivan, pri istim uslovima, s najpoznatijim diferencijatorom - Levantovim egzaktnim diferencijatorom. Simulacioni rezultati na nizu primera su pokazali da predloženi diferencijator daje značajno bolje rezultate ako se realizuje analogno, a u diskretnoj realizaciji zahteva primenu AD konvertora visoke rezolucije.



Sl. 14. Uporedni odzivi Levantovog i predloženog diferencijatora za signal male amplitude, $f(t) = 0.008 \sin(\pi t)$, sa i bez šuma. Levantov diferencijator: a) bez prisustva šuma i b) u prisustvu šuma; predloženi diferencijator: a) bez šuma i d) u prisustvu šuma.



Sl. 15. Odzivi diferencijatora u prisustvu šuma za signal $f(t) = \pi \sin(\pi t)$ koji je ograničen po amplitudi na $\pm 2,8$. a) predloženi diferencijator; b) Levantov diferencijator sa parametrima kao na sl. 16.



Sl. 16. Uporedni odzivi diferencijatora u prisustvu šuma za signal $f(t) = 1 + 0,1 \sin(20t) - \cos(2\pi t)$. a) predloženi diferencijator; b) greška estimacije predloženog diferencijatora; c) Levantov diferencijator sa $\alpha = 500, \lambda = 35$ [4].

REFERENCE

- [1] Levant, A.: "Robust exact differentiation via sliding mode technique", *Automatica* **34**(3), 379-384, 1998
- [2] Xu, J.-X., Xu, J. and Yan, R.: "On sliding mode derivative estimators via closed-loop filtering", *Proc. of the 8th IEEE Workshop on VSS*, Vilanova i la Geltru, Barcelona, Spain, Sept. 2004.
- [3] Utkin, V. I., *Sliding Modes in Optimization and Control*, Nauka, Moscow, 1981
- [4] Kobayashi, S., Suzuki, S., Furuta, K.: "Adaptive VS - differentiator", *Proc. of the 7th Int. Workshop on VSS*, Sarajevo, 2-4 July 2002, pp. 35-45.
- [5] Ibrir, S., Diop, S.: "A numerical procedure for filtering and efficient high-order signal differentiation", *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* **14** (2), 2004, pp. 201-208.
- [6] Tilli, A., Montanari, M.: "A low-noise estimator of angular speed and acceleration from shaft encoder measurements", *Automatika* **42**(3-4), 2001, 169-176.
- [7] Gao, W., Hung, J. C.: "Variable structure control of nonlinear systems: A new approach", *IEEE Trans. IE*-**40**(1), 1993, pp. 45-55.
- [8] Taran, V. A.: "Application of nonlinear correction and variable structure for improving dynamic properties of automatic control systems". *Automatic & Remote Control* **25** (1), 1964, pp. 140-149.
- [9] Garirido, R., Stessel, Y.B., Fridman, L.M.: "Application of VS differentiators to DC servomechanisms, 8th Int. Workshop on VSS, Vilanova i la Geltru, 6-8 Sept. 2004. CD.
- [10] Pašić, Z. (1971): 'Dobijanje derivacije signala korištenjem kliznog režima', *Automatika* **5**, 295-299.