INFOTEH-JAHORINA Vol. 9, Ref. A-1, p. 1-12, March 2010.

SUPS - SISTEMI UPRAVLJANJA PROMENLJIVE STRUKTURE 50 GODINA ISTRAŽIVANJA I PRIMENE KLIZNIH REŽIMA

Čedomir Milosavljević, *Elektrotehnički fakultet, I. Sarajevo; e-mail:* cedomir.milosavljevic@elfak.ni.ac.rs
Branislava Peruničić-Draženović, *Elektrotehnički fakultet, Sarajevo; e-mail:* brana_p@hotmail.com
Boban Veselić, *Elektronski fakultet, Niš; e:mail:* boban.veselic@elfak.ni.ac.rs

Sadržaj: *Dat je pregled razvoja SAU s kliznim radnim režimima s akcentom na doprinose osnivača teorije SUPS-a - ruskih naučnika, kao i autora s naših prostora i iz drugih zemalja, koji su doprineli njihovom razvoju. Daju se osnovni principi konstrukcije, analize i sinteze SUPS-a s kontinualnom i diskretnom obradom informacija. Posebno su istaknuti problemi praktične realizacije SUPS-a - sistema s teoretski izvanrednim osobinama kao sto su unapred poznat tok procesa, invarijantnost (robustnost) na promenu parametara upravljanog procesa i dejstvo spoljašnjih poremećaja. Na nekoliko primera realizovanih modela SUPS-a potvrđuju se bliskost teorijskih i realnih osobina SUPS-a.*

Abstract: *The paper provides an overview of the sliding mode (SM) control systems evolution, with special review on the contributions of Russian scientists as founders of variable structure control system (VSCS) theory, as well as authors from our region and other countries who contributed greatly in development and applications of those systems. VSCS are characterized by excellent theoretical properties, such as prescribed system dynamics in SM and invariance (robustness) to parameter perturbations and external disturbances. The basic notions of analysis and design of VSCS are presented for continuous- and discrete-time domain. Practical problems arising in implementation of VSCS are particularly emphasized. Closeness between the theoretical and practical features of VSCS in SM properties has been experimentally confirmed on several realized control systems.*

1. UVOD

1957. godine, radom [1] S.V. Jemeljjanova, započeta je era šireg istraživanja *sistema upravljanja sa promenljivom strukturom* (SUPS). U narednoj deceniji, professor Jemeljjanov je oformio grupu mladih istraživača u Institutu za probleme upravljanja (IPU) Akademije nauka (AN) SSSR. Ona je, za relativno kratko vreme, ostvarila značajne teoretske rezultate, publikovane u SSSR-u, a objedinjene u monografijama [2]-[5] i zborniku radova [6]. Druga grupa istraživača, okupljena oko profesora E.A. Barbašina, u Sverdlovsku, radiala je na sličnim problemima.

1963., velika delegacija naučnika iz IPU posetila je Sarajevo i Istrazivačko razvojni centar (IRCA) Energoinvesta. Posle toga su istrazivači iz IRCA i Elektrotehničkog fakulteta u Sarajevu: S. Zimonjić, B. Matić i B. Draženović, obavili, izmedju 1964. i 1967. godine, specijalističke studije u grupi prof. Jemeljjanova, radeći na problemu stabilnosti, osetljivosti [7] i osobinama SUPS u generalizovanom prostoru stanja [8]. Usledili su česti kontakti između IPU i IRCA. Ekipe iz oba instituta su radile prvo na zajedničkom projektu - razvoju sistema automatskog upravljanja tehnološkim procesima baziranog na SUPS-u sa kliznim režimima (KR) [9]. Taj sistem, nazvan igrom koincidencije SUPS, proizvodjen je kako u Energoinvestu tako i u SSSR, a primenjivan je u obe zemlje . Drugi značajan produkt te saradnje je bio sistem za upravljanje brzinom trofaznog asinhronog kavezanog motora zasnovan na SUPS-u [10]. Tokom plodne naučno-tehničke saradnje obavljen je značajan naučno-istraživački rad u IRCA i na Elektrotehničkom fakultetu u Lukavici u oblasti KR-a. Urađeno je oko deset magistarskih teza i doktorskih disertacija; publikovni su mnogobrojni radovi o primeni KR-a na operacione elemente kao što su diferencijatori [11], korenatori, kvadratori i delitelji, na upravljanje: elektromotornim pogonima sa trofaznim asinhronim motorima [12], robotima [13], na pretvaračima [14] i adaptivnim sistemima [15]. Prodor mikroprocesora u SAU, motivisao je izradu prvih doktorskih disertacija u svetu posvećenih digitalnim KR-ima [16], [17]. Tako je u Sarajevu efektivno stvoren sledeći centar za istraživanje SUPS-a

U Beogradu, na Mašinskom fakultetu, odbranjena su dve doktorske disertacije, od kojih je [18] posebno interesantna. Istraživanja se potom prenose i na Elektronski fakultet u Nišu, gde je odbranjeno desetak magistarskih teza i četiri doktorske disertacije [19]-[22] i publokovan značajan broj radova u internacionalnim i nacionalnim časopisima, konferencijama i simpozijuma. U Mariboru su K. Jezernik i njegovi saradnici takodje objavili značajne radove u oblasti SUPS.

Poseban odjek u svetu imalo je nekoliko publikacija. U [23] prvi put su formulisani *uslovi invarijantnosti* (*matching conditions*) na poremećaje za SUPS-e sa KR-om. To je i prvi rad na engleskom iz oblasti KR-a. Ova publikacija je najcitiraniji rad (CI=282)[1]. autora sa Jugo-prostora u oblasti SUPS-a. U tom radu se prvi put primenjuje metoda usrednjenog upravljanja, kasnije formulisana kao *metoda ekvivalentnog upravljanja* od strane profesora V.I. Utkina, koja danas predstavlja osnovni prilaz u analizi i sintezi SUPS-a. Rad [24] (CI=1257) je značajno podstakao istraživanja KR-a na Zapadu. Članak [25] (CI=89) je pobudio pažnju istraživača u oblasti primene energetske elektronike i KR-a u upravljanju trofaznim elektromotornim pogonima, a [26], kao pionirski rad u oblasti diskretnih KR-a, imao je vidan odziv istraživača u svetu (CI=150). S obzirom na fleksibilnost primene digitalne obrade informacija u SAU, digitalni KR-i postaju sve interesantniji za praktičnu primenu u mnogim tehničkim oblastima. Radovi kineskog naučnika W. Gao [27],

[1] CI je Citation Index u bazi podataka: The Thompson Corporation (http://www.isiknowledge.com/ cited reference search)

[28] su uveli nove principe u dinamiku dosezanja KR-a na osnovu kojih je u radu [29] (CI=23), koristeći i rezultate [18], stvoren veoma upotrebljiv algoritam upravljanja sa digitalnim KR-om, eksperimentalno proveren na problemima visoko-kvalitetnog upravljanja pozicijom DC-motora [30], [31] i trofaznog asinhronog kaveznog motora [32] kao i u upravljanju oscilatorima [33], [34], [35], [36], a nedavno je primenjen i na probleme optimalnog upravljanja u menadžment sistemima [37] od poljskih autora, jedan od kojih, prof. A. Bartoševič, je poznato ime u teoriji digitalnih KR-a.

Proteklo je pola veka u razvoja SUPS-a [1], četrdeset godina od publikacije uslova invarijantnosti KR-a [23], trideset godina od primene KR-a u upravljanju trofaznim motorima [25] i 25 godina od prvog značajnijeg rada u oblasti diskretnih KR-a [26]. Ove godine se održava XI IEEE Workshop posvećen teoriji i praksi SUPS-a. Od 10 do sada održanih workshop-a : prvi (1991.) i sedmi (2002.) su bili u Sarajevu. Uobičajeno je da se, posle Workshop-a, pored zbornika radova na CD-u, organizuje pisanje i monografija čiji se autori određuju od strane Programskog odbora Workshop-a. U monografiji [38] tri autora su iz ovih krajeva. Pored prof A. Šabanovića kao prvoimenovanog od troje editora, tu su i prof. K. Jezernik kao koautor 13. poglavlja o KR-ima u pogonskim sistemima, a prvoimenovani autor ovog rada, je autor 5. poglavlja o diskretnim KR-ima [31]. On je bio i spoljni egzaminator dveju disertacija, [39], [40], urađenih u Indiji i Australiji, respektivno.

U septembru 2009. godine, povodom 40. godišnjice publikovanja uslova invarijantnosti, njihov autor, prof. B. Peruničić-Draženović, bila je pozvana od strane organizatora, prof. G. Dimirovskog, da održi predavanje [41] o sistemima s KR-ima na multikonferenciji (DECOM'2009, AAS'2009 pod pokroviteljstvom Međunarodne federacije za automatsko upravljanje (IFAC) i ETAI' 2009), održanoj u Ohridu.

Akademik Jemeljanov u zaključku rada [42] kaže: "*It is my pleasent duty to stress that the development of VSS theory during this period proceeded with the participation of numerous researchers, but among the members of the Moscow school I would like to single out the contributions of my students: A. V. Bakakin, A. M. Bermant, V. A. Taran, V. I. Utkin, A. I. Shubladze,* ***B. Draženovic****, and* ***B. Matic****.*" (Podvukao Č. Milosavljević).

Ovaj pregledni rad ima cilj da širem auditorijumu INFOTEH-a, povodom navedenih godišnjica, prikaže osnovne principe teorije SUPS-a, da istakne njihove izvanredne teorijske osobine, probleme praktične realizacije i načine njihovog prevazilaženja. Pri tome će se, pored akcenta na rezultate pionira u istraživanju SUPS-a, odgovarajuća pažnja posvetiti istraživanjima ostvarenim u proteklih 40 godina na Elektrotehničkom fakultetu u Sarajevu, u IRCA, i na Elektronskom fakultetu u Nišu, kao dominantnim centrima istraživanja u ovoj oblasti na Balkanu, u razmatranom periodu.

Rad, pored uvoda, ima tri centralna poglavlja. Prvo je posvećeno osnovama teorije SUPS-a i KR-a u sistemima sa analognom obradom informacija o upravljanom procesu, sa posebnim naglaskom na ekvivalentno upravljanje i uslove invarijantnosti. Drugi deo se odnosi na digitalne SUPS-e, gde je definisano digitalno ekvivalentno upravljanje i uslovi egzistencije digitalnih KR-a. U trećem delu rada daju se primeri eksperimentalno realizovanih analognog i digitalnih sistema kojima se demonstrira visok kvalitet SUPS-a. Rad se završava zaključcima i spiskom citiranih publikacija.

2. SUPS SA ANALOGNIM KLIZNIM REŽIMIMA

2.1 Pojam SUPS-a.

Gotovo svi pregledni radovi, monografije, teze i disertacije iz oblasti SUPS-a izlaganje počinju primerom sistema Jemeljjanova [1], koji sledi.

Primer 1. Neka je dat dinamički sistem (proces):

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1 = x_2, \\ &\dot{x}_2 = -a_1 x_1 + u; 0 \le a_1 \le a_{1m} \quad \Leftrightarrow \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 + a_1}, \\ &y = x_1. \end{aligned} \tag{1}$$

s upravljanjem oblika

$$u = -\Omega x_1, \tag{2}$$

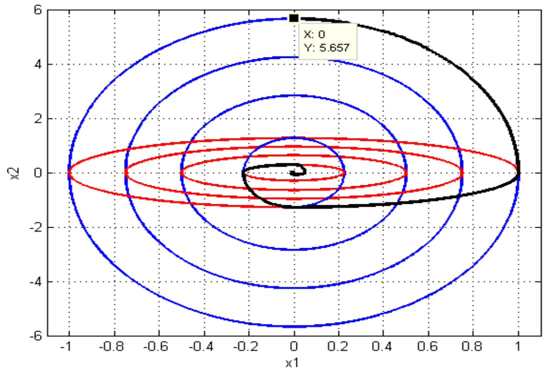
gde je Ω - operator upravljačkog podsistema. Cilj je da se sistem (1) iz bilo kog polaznog stanja, $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$, dovede u nulto stanje ravnoteže, $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, kada vreme $t \to \infty$, tj. da sistem bude asimptotski stabilan.

Sa proporcionalnim upravljanjem, $\Omega = k > 0$, karakteristična jednačina sistema imaće imaginarna rešenja $s_{1,2} = \pm j\sqrt{a_1 + k}$. Sistem će oscilovati, a amplituda oscilacija zavisiće od početnih uslova, dok će frekvencija zavisiti od vrednosti parametara a_1 i k. Sistem sa takvim upravljanjem ne može biti asimptotski stabilan. Razmotrimo fazne portrete sistema za dva različita koeficijenta pojačanja, k_1 i k_2, $0<k_1<k_2$. Na sl. 1 fazni portret za k_1 prikazan je crvenim linijama (spljoštene elipse), a za k_2 - plavim linijama.

Uvodeći upravljanje sa koeficijentom povratne sprege zavisnim od stanja oblika

$$\Omega = \begin{cases} k_1 & \text{za } x_1 x_2 > 0, \\ k_2 & \text{za } x_1 x_2 < 0, \end{cases} \tag{3}$$

dobija se fazni portret prikazan crnom linijom, koji je asimptotski stabilan.



Sl. 1. *Fazni portreti struktura sistema i fazni portret SUPS-a.*

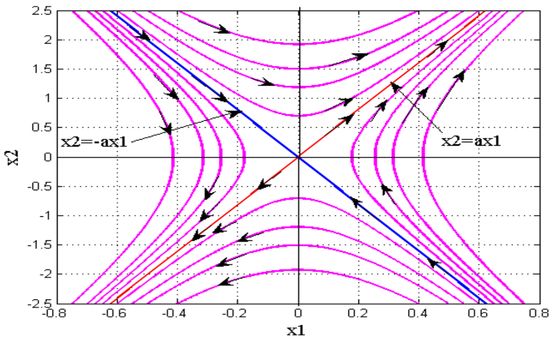
Razmotrimo dalje slučaj kombinovanja dvaju sistema različitog tipa, jedan *tipa centa*, tj. za $\Omega = k_a > 0$ i drugi tipa sedla za $\Omega = k_b < 0$, sl 2. Bez umanjanja opštosti, može se usvojiti $|k_b| = k_a$.

Sa sl. 2 se uočava da će sva kretanja biti nestabilna, osim za početne uslove na liniji $x_2 = -ax_1$; $a = |\sqrt{a_1 + k_b}|$ (plava prava linija (*stabilna singularna trajektorija*)) koja prolazi kroz koordinatni početak).

Kombinacijom prethodnih dveju struktura opsanom operatorom

$$\Omega = \begin{cases} k_a & \text{za } (x_2 + cx_1)x_1 < 0, k_a > 0; \\ k_b & \text{za } (x_2 + cx_1)x_1 > 0, k_b < 0. \end{cases} \tag{4}$$

mogu se dobiti tri različita sistema u zavisnosti od odnosa koeficijenta c i parametra a.

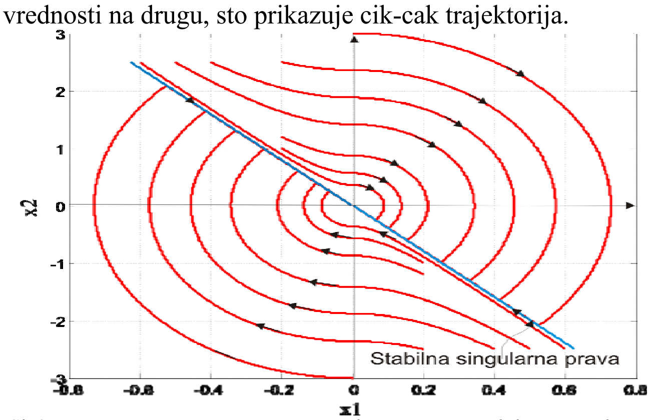


Sl. 2. *Fazni portret tipa sedla (druga struktura).*

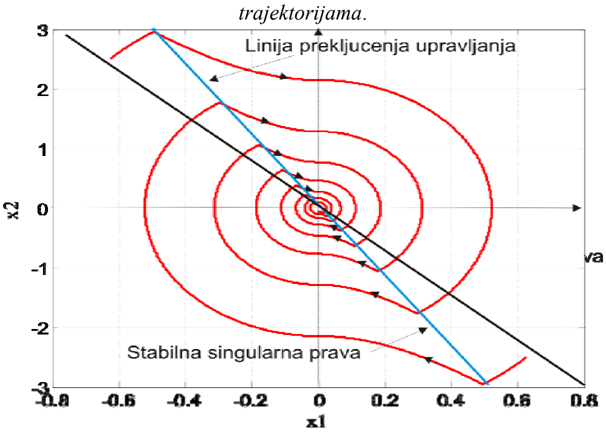
1. Za $c=a$, dobija se fazni portret sistema kao na sl. 3. Tada se sistem, na završnoj etapi, kreće po *stabilnim singularnim trajektorijama.*

2. Ako je $c>a$, tada sistem ima fazni portret kao na sl. 4. Kretanje sistema se tada odvija *s preključenjima.*

3. Za $c<a$, fazni portret je kao na sl. 5. Takvo kretanje se naziva *kliznim režimom.* Vrednost pojačanja menja se sa jedne vrednosti na drugu, sto prikazuje cik-cak trajektorija.



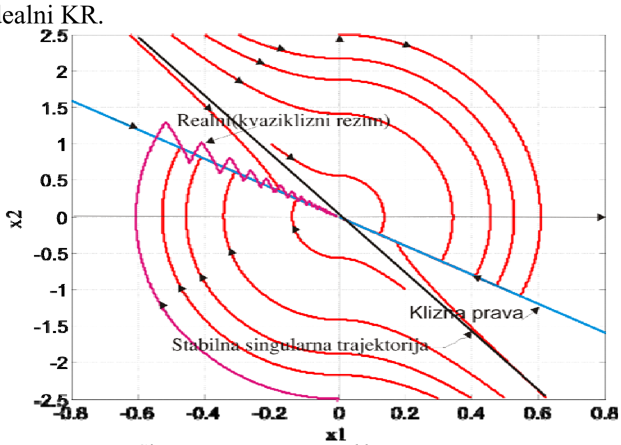
Sl. 3. *Fazni portret sistema sa završnim kretanjem po stabilnim singularnim trajektorijama.*



Sl. 4. *Kretanje sistema s preključenjima.*

Kao što se vidi iz faznih portreta na slikama 3-5, u sva tri slučaja imamo asimptotski stabilne sisteme. Dakle, kombinacijom različitih struktura sistema, čak i nestabilnih, ostvaruje se asimptotski stabilan sistem. Pitanje koje se nameće je: *koji je od od tri navedena sistema najbolji*?

Kada ne bi bilo promene a-parametra, i preključivanje s jedne na drugu strukturu bilo bi bez kašnjenja, tada je sistem sa sl. 3 najbolji, jer kretanje ima monotono aperiodični karakter i najbrže teži ravnotežnom stanju. S druge strane, sistem koji se kreće s *prekljućenjima,* ima duže kretanje ka ravnotežnom stanju u oscilatornom režimu, slično kao kod sistema sa sl. 1 ali je znatno sporiji, a oscilacijee su slabije prigušene. Najzad, sistem sa sl. 5, koji se na završnoj etapi kreće u *kliznom režimu,* ima sličan karakter kretanja kao sistem na sl. 3, ali je nešto sporiji. Međutim, odgovarajućim pojačanjem k_b može se uvek obezbediti željena brzina kretanja u KR-u, definisana parametrom c. Treba uočiti trajektoriju označenu kao *kvaziklizni režim*, koja nastaje ako u sistemu postoje neidealnosti (transportna ili inercijalna kašnjnje i sl.) o čemu ćemo kasnije. Kada nema neidealnosti, frekvencija preključivanja je teoretski beskonačna, trajektorija se nalazi na liniji preključenja, nazvanoj *klizna prava*. Takvo kretanje se naziva idealni KR.



Sl. 5. *Kretanje sistema u kliznom režimu.*

S obzirom da se kretanje na završnoj etapi odvija duž prave c u KR-u bliskom idealnom, jednačina kretanje ista je kao i jednačina klizne prave:

$$x_2=-cx_1 \;\text{ ili }\; \dot{x}_1=-cx_1 \;\text{ ili }\; x_1(t)=x_1(0)e^{-ct}\,. \qquad (5)$$

Iz (5) se vidi da *kretanje, opisano diferencijalnom jednačinom prvog reda, ne zavisi od parametara objekta* (u datom slučaju od parametra a), da je *karakter kretanja unapred poznat, te da za sintezu upravljanja nije neophodno tačno poznavanje parametara upravljanog procesa već samo mogući opseg promena istih.*

Zbog toga se upravljanje sa kretanjem u KR-u može uzeti kao najpodesniji način upravljanja posmatranim sistemom. Ovaj rezultat je označio početak intenzivnog izučavanja SUPS-a sa KR-ima.

U toku daljih istraživanja otvoreni su i rešavani mnogi teorijski i praktični problemi, kao što su:

- organizacija KR-a u sistemima višeg reda,
- kretanje u KR-u u multivarijabilnim sistemima,
- kretanje u KR-u u nelinearnim sistemima,
- definicija KR-a kod digitalnih sistema,
- uslovi nastanka i egzistencije KR-a,
- dostupnosti informacija o stanju sistema,
- uticaj nemodelovane dinamike na kretanje u KR-u,
- uticaji poremećaja i metode kompenzacije istih.

U narednim odeljcima, navedenim problemima biće posvećena odgovarajuća pažnja.

Pre nego što pređemo na probleme KR-a u sistemima višeg reda, razmotrimo jedan interesantan primer E. A. Barbašina, [43]. Neka je proces opisan modelom

$$\begin{aligned}\dot{x}_1&=x_2,\\ \dot{x}_2&=-a_1x_1-a_2x_2+bu,\\ y&=x_1.\end{aligned}\quad \Leftrightarrow \frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b}{s^2+a_2s+a_1}. \qquad (6)$$

a upravljanje je oblika (2). Pokazuje se da je SUPS za ovaj proces optimalan po brzini opadanja funkcije Ljapunova.

Neka je $V(\mathbf{x})$ kandidat funkcija Ljapunova. Nađimo upravljanje koje će obezbediti najbrže opadanje $V(\mathbf{x})$ duž trajektorija kretanja sistema. Izvod funkcije $V(\mathbf{x})$ je

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial x_1}x_2 - \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial x_2}(a_1x_1 + a_2x_2) - b\Omega x_1\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial x_2}. \tag{7}$$

Očigledno je da će $\dot{V}(\mathbf{x})$ najbrže opadati ako je

$$\Omega = \alpha \operatorname{sgn}\{\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}x_1\}, \alpha > 0. \tag{8}$$

Neka je

$$V(\mathbf{x}) = 0{,}5x_1^2 + cx_1x_2 + 0{,}5x_2^2; c > 0, \tag{9}$$

tada će (8) postati

$$\Omega = \alpha \operatorname{sgn}\{(cx_1 + x_2)x_1\} = \alpha \operatorname{sgn}\{gx_1\}. \tag{10}$$

Relacija (10) je analog relacije (4), a našao ju je S.V. Emeljjanov za sistem (6), u kome se realizuje KR. Naime, u vreme početnih istraživanja SUPS-a, uslovi egzistencije KR-a su bili definisani relacijom Dolgalenka [44] u obliku

$$\lim_{g\to 0+^{+}} \dot{g} < 0; \lim_{g\to 0-^{+}} \dot{g} > 0; \tag{11}$$

koja odražava činjenicu da su u KR-u sve trajektorije usmerene ka liniji prekljućenja upravljanja, gde se fazne trajektorije sučeljavaju.

Kao što se vidi sa sl. 5, na liniji x_1=0 ima prekljućenja upravljanja ali se ne ostvaruje KR, već na liniji prekljućenja g=cx_1+x_2=0, jer se na njoj fazne trajektorije sučeljavaju.

S obzirom na to da u KR-u važi

$$g = cx_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = -cx_1, \tag{12a}$$

$$\dot{g} = c\dot{x}_1 + \dot{x}_2 = [c^2 - a_2c - a_1 - b\Omega]x_1, \tag{12b}$$

sledi da će, za $g = 0^+$ i $x_1 > 0$, ili $g = 0^-$ i $x_1 < 0$, tj. za $\mathrm{gx}_1 > 0$, (11) biti ispunjeno ako je: $bk_a > c^2 - a_2c - a_1$. Na isti način, za $\mathrm{gx}_1 < 0$ se dobija $bk_b < c^2 - a_2c - a_1$. Ako je $k_a = -k_b = k > 0$, dobija se nejednakost

$$k > \sup_{a_i, b} |\frac{c^2 - a_2c - a_1}{b}|, \tag{13}$$

kao uslov egzistencije KR-a u sistemu (6) s upravljanjem (4).

Posle detaljnijne razrade KR-a u sistemima drugog reda, predstavljenoj u monografiji [2], istraživani su sistemi trećeg, a zatim i opšteg, n-tog reda.

2.2 *Klizni režimi sistema višeg reda*

U narednoj deceniji razvoja SUPS-a, osnovna pažnja S. V. Jemeljjanova i saradnika skoncentrisana je, uglavnom, na uslove egzistencije KR-a u sistemima s jednim ulazom i jednim izlazom za procese n-tog reda opisane kanoničkim kontrolabilnim modelom. U ovoj fazi, *uslovi invarijantnosti* i *metoda ekvivalentnog upravljanja* još nisu bili poznati, jer su uvedeni na isteku te decenije. Izučavani su, najpre, sistemi trećeg reda i učinjeni veliki napori da se nađu uslovi dosezanja i održanja KR-a. Naime, dok se kod sistema drugog reda moglo efektno koristiti grafička interpretacija faznog prostora, kod sistema trećeg i, naročito, sistema višeg reda, taj prilaz nije jednostavan. Moralo se pristupiti analitičkom projektovanju sistema. Kod sistema drugog reda, klizanje se odvija duž linije prekljućenja koja ne mora biti prava linija. U sistemima trećeg reda, KR se ostvaruju na ravni, u opštem slučaju na nekoj površi koja ne mora biti linearna funkcija koordinata stanja sistema. U sistemima n-tog reda govorimo o hiperravni ili hiperpovrši na kojoj se ostvaruje KR. Istraživanja KR-a u sistemima n-tog reda nameću problem dosezanja klizne hiperpovrši i stabilnosti sistema.

2.2.1 Stabilnost sistema u kliznom režimu

Prema našem uvidu, prvi prilaz u uopštavanju rešenja problema dosezanja i egzistencije KR-a u sistemima n-tog reda sa skalarnim upravljanjem, korišćenjem teorije stabilnosti Ljapunova dat je 1968. u radu S. Zimonjića, [45].

Razmatra se sistem

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{X}(\mathbf{x}, u, t). \tag{14}$$

Pretpostavlja se, najpre, da u prostoru stanja postoji neka hiperpovrš G, zadata relacijom

$$g(\mathbf{x}, t) = 0, \tag{15}$$

a zatim da sve fazne trajektorije koje pripadaju G odgovaraju asimptotski stabilnom kretanju. Tada, ako se upravljanje $u(t)$ izabere tako da sve fazne trajektorije u prostoru stanja, **x**, budu usmerene ka G, tj. da je kretanje sistema u odnosu na G stabilno, tada je sistem (14) apsolutno stabilan.

Imajući u vidu da je kretanje na G stabilno, razmotrimo pitanje stabilnosti sistema u odnosu na G. Neka je kandidat funkcije Ljapunova

$$V(\mathbf{x}) = |g(\mathbf{x})| = g(\mathbf{x})\operatorname{sgn}(g). \tag{16}$$

Diferencirajući (16) duž trajektorija kretanja sistema (14) dobija se uslov:

$$\operatorname{grad} g(\mathbf{x}, t)\operatorname{sgn}(g(\mathbf{x}, t))\dot{\mathbf{x}} < 0. \tag{17}$$

Neka je, na primer, dinamika sistema (14) opisana sa

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_x\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t), \tag{18}$$

gde je $\mathbf{A}_x \in \Re^{n\times n}$ u kompanjon formi sa elementima poslednje vrse a_i, $a_{i\min} \le a_i \le a_{i\max}$ i=1,2,...,n, $\mathbf{b} = [0,...,0,b]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{x} \in \Re^n$ - vektor stanja sistema, $u(t) \in \Re$ - skalarno upravljanje, i neka je željeno kretanje u KR-u opisano sa

$$g(\mathbf{x}, t) = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{n-1} c_ix_i + x_n = 0, \tag{19}$$

(19) je, u posmatranom prostoru, diferencijalna jednašina (n-1) reda sa Hurvicovim koeficijentima.

Najpre napišimo sistem (18) u obliku

$$\dot{x}_i = x_{i+1}; i = 1,2,...,n-1, \qquad \dot{x}_n = \sum_{i=1}^{n} a_ix_i + bu(t); \tag{20}$$

Primena uslova egzistencije (17) na sistem (20), (19) daje

$$\left(\sum_{i=1}^{n-1}\frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial x_i}\dot{x}_i + \dot{x}_n\right)\operatorname{sgn}(g) < 0 \text{ ili}$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n-1} c_ix_{i+1} + \sum_{i=1}^{n} a_ix_i + bu(t)\right)\operatorname{sgn}(g) < 0. \tag{21}$$

Iz (21) proizilazi da upravljanje u mora menjati znak pri promeni znaka $g(\mathbf{x})$, t.j.

$$u(t) = \begin{cases} u^- & \text{za } g < 0, \\ u^+ & \text{za } g > 0. \end{cases} \tag{22}$$

Moguća su dva prilaza. Prvi je da se upravljanje formira na osnovu linearne kombinacije koordinata stanja sistema:

$$u(t) = \sum_{i=1}^{n-1}\Omega_ix_i; \Omega_i = \begin{cases} \omega_{i1} \text{ za } \mathrm{gx_i} < 0, \\ \omega_{i2} \text{ za } \mathrm{gx_i} > 0, \end{cases} \tag{23}$$

kada imamo *kvazirelejno upravljanje,* čija se amplituda smanjuje približavanjem ka ravnotežnom stanju. Drugi prilaz je da upravljanje ima konstantnu vrednost, najčešće $u^- = -u^+ = const$, kada imamo sistem s *relejnim upravljanjem*, $u(t) = U_0\operatorname{sgn}(g), U_0 = const > 0$.

Tako, npr., za gore razmatran sistem drugog reda (6), uzimajući u obzir (12), (21) i (23) dobija se relacija (13). Na sličan način, za sistem trećeg reda, n=3 u (20), imali bi:

$$u = \sum_{i=1}^{2} \Omega_i x_i = \Omega_1 x_1 + \Omega_2 x_2, \tag{24}$$

$$\Omega_1 = \begin{cases} \omega_{11} & \text{za } gx_1 < 0 \\ \omega_{12} & \text{za } gx_1 > 0 \end{cases}; \Omega_1 = \begin{cases} \omega_{21} & \text{za } gx_2 < 0, \\ \omega_{22} & \text{za } gx_2 > 0. \end{cases}$$

2.3 Metoda ekvivalentnog upravljanja

S obzirom na (22), upravljanje u KR-u menja skokovito vrednost i znak tako da se fazne trajektorije sučeljavaju na izabranoj hiperpovrši. Javio se problem: kako opisivati dinamiku kretanja u KR-u? Kada je model u kanoničkom kontrolabilnom prostoru stanja, kretanje se opisuje jednačinom hiperpovrši klizanja - diferencijalnom jednačina n-1 reda. U opštem slučaju, kada je sistem opisan drugačijim modelom, nelinearan ili multivarijabilan, taj prilaz se ne može primeniti. Uopšte uzev, matematički problemi rešavanja diferencijalnih jednačina s prekidnom desnom stranom (u našem slučaju s prekidnim upravljanjem) predstavljali su odavno izazov za matematičare. Ruski naučnik A.F. Filipov [46] je predložio metodu za opisivanje kretanja na granici prekida nazvanu *metoda Filipova.* Ta metoda nije laka za praktičnu primenu. Zbog toga je tražen pogodniji prilaz.

Drugoimenovani autor ovog rada, u okviru svoje specijalizacije u IPU, u grupi S.V. Jemljjanova, pod mentorstvom V. I. Utkina je istraživala KR-e u multivarijabilnim sistemima. Rezultati istraživanja biće dati u narednom odeljku. Osnovna ideja koja je formalizovala opisivanje KR-a svodi se na sledeću aksiomu. Pošto se sistem u KR-u kreće po hiperravni, relacija (15), $g(\mathbf{x},t)$=0, važi. Kako stanje sistema ne napušta kliznu hiperpovršinu, vektor brzine fazne tačke tangencijalan je na hiperpovršinu u toku KR-a, tj. izvod funkcije $g(\mathbf{x},t)$ je takođe jednak nuli. Dakle, u KR-u su istovremeno ispunjeni sledeći uslovi:

$$g(\mathbf{x},t) = 0, \quad \dot{g}(\mathbf{x},t) = 0. \tag{25}$$

Primenjujući ove uslove na sistem (18), (19), dobija se

$$\mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} = 0, \quad \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{x}} = 0 \Rightarrow \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{b}u = 0. \tag{26}$$

Iz druge relacije se nalazi fiktivno upravljanje koje vodi sistem u KR-u

$$u = u_{eq} = -(\mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{b})^{-1}\mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{x}; \ \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{b} \neq 0. \tag{27}$$

To upravljanje je u [23] nazvano *usrednjeno upravljanje*. Nešto kasnije prof. Utkin [47] ovaj prilaz je razradio do detalja poređujući ga s metodom Filipova, a upravljanje (27) je nazvao *ekvivalentnim upravljanjem*. Metoda ekvivalentnog upravljanja danas dominira u teoriji SUPS-a.

Zamenom (27) u (18) dobija se diferencijalna jednačina koja formalno opisuje kretanje sistema u KR-u:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= (\mathbf{A} - \mathbf{b}(\mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{b})^{-1}\mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{A})\mathbf{x}, \\ \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t) &= 0. \end{aligned} \tag{28}$$

$(\mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{b})^{-1}\mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{A} = \mathbf{k}$ ima ulogu *vektora povratne sprege po stanju* u klasičnoj teoriji. Prema tome, treba izabrati $\mathbf{c}^{\mathrm{T}}$ tako da (28) ima željeni spektar sopstvenih vrednosti.

Medjutim, upravljanje (27) ne može da obezbedi dosezanje klizne hiperpovrši iz bilo kog polaznog stanja. To upravljanje je validno samo za početne uslove na samoj kliznoj hiperpovrši. Ako se primeni van klizne hiperpovrsine, vrednost $\mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}$ ostaje konstantna. U cilju obezbeđenja dosezanja klizne hiperpovrši iz bilo kog početnog stanja, može se primeniti prilaz S. Zimonjića (odeljak 2.2.1). Danas se, umesto (16), radije koristi funkcija Ljapunova u obliku

$$V(\mathbf{x}) = 0.5 g^2(\mathbf{x}), \tag{29}$$

čiji je izvod duž trajektorija sistema mora da ispuni uslov

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x})\dot{g}(\mathbf{x}) < 0, \tag{30}$$

da bi se klizna hiperpovrš dosegla i da bi na njoj egzistirao KR.

S obzirom da za KR upravljanje mora biti prekidna funkcija, u praksi se ono najčešće formira kao suma ekvivalentnog upravljanja (27), kao linearne komponente ukupnog upravljanja, i pogodno izabrane nelinearne komponente prekidačkog tipa. Takvo upravljanje je oblika

$$u = u_{eq} - \alpha \operatorname{sgn}(g(\mathbf{x})), \alpha > 0. \tag{31}$$

U (31) α može biti konstantno ili zavisiti od stanja sistema. Vrednost α se obično bira tako da se obezbedi odgovarajuća brzina dosezanja u KR-u i kompenzacija poremećaja. Postoje i drugi prilaz o kome će bit reči u odeljku 2.6.

2.4 Sinteza sistema sa skalarnim upravljanjem

Razmotrimo sintezu upravljanja pomoću metode ekvivalentnog upravljanja za proces opisan modelom

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(u(t) + p(t)), \\ g(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}, \end{aligned} \tag{32}$$

gde je $p(t)$ spoljni poremećaj (opterećenje) a $\Delta\mathbf{A}$ poremećaj parametara sistema. Sistem (32) može se napisati u obliku

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(u(t) + f(t)), \tag{33}$$

ukoliko važe uslovi poklapnja [23], gde $f(t)$ uključuje sve poremećaje i ograničena je funkcija po apsolutnoj vrednosti, tj. $|f(t)| \leq F < \infty$.

S obzirom da je poremećaj obično nemerljiv, najpre se sračunava ekvivalentno upravljanje bez poremećaja (27), tj. za *nominalni sistem*, a zatim se formira upravljanje (31) prema (30) i (32). U datom slučaju imamo

$$\dot{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{b}u(t) + \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{b}f(t). \tag{34}$$

Neka je $u(t)$ dato sa (31) i (27), tada je

$$\dot{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{x}} = -\alpha \operatorname{sgn}(g(\mathbf{x}) + \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{b}f(t). \tag{35}$$

Za g($\mathbf{x}$)>0 (35) mora biti manje od nule, i obrnuto, što u krajnjoj liniji daje uslov

$$\alpha > |\mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{b}f(t)|, \tag{36}$$

čime se obezbeđuje egzistencija KR-a pri delovanju ograničenih poremećaja.

U sledećem odeljku razmotrićemo korelaciju između konvencionalnog i kliznog upravljanja.

2.5 Sinteza kliznih režima redukovanog i punog reda

Pokazaćemo, najpre, da je *ekvivalentno upravljanje* identično upravljanju konvencionalne linearne povratne sprege po stanju. Najpre istaknimo činjenicu da u KR-u vektor $\mathbf{c}$ obezbeđuje (n-1) sopstvenu vrednost sistema n-tog reda, a jedna sopstvena vrednost može biti bilo koja pa i jednaka nuli [3]. Ograničićemo se na sisteme drugog reda. Neka je sistem opisan sa (33) za n=2, tj. relacijom (6). Neka se željeno kretanje opisuje sa (12), tj. $g = x_2 + cx_1 = \dot{x}_1 + cx_1 \;\; = 0$. Željeni karakteristični polinom sistema je $\overline{D}(s) = s(s+c) = s^2 + cs$, a polaznog: $D(s) = s^2 + a_2 s + a_1$. Sistem je dat u kanoničkom kontrolabilnom prostoru. Formirajmo vektore koeficijenata karakterističnih polinoma, izuzimajući koeficijente uz najveći stepen promenljive s. Tako imamo

$\bar{\mathbf{a}} = [0, c]$; $\mathbf{a} = [a_1, a_2]$. Tada je potreban vektor povratne sprege po stanju $\mathbf{k} = [\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}] = [a_1, a_2 - c]$, pa je upravljanje $u = a_1 x_1 + (a_2 - c)x_2$. S druge strane, po metodi ekvivalentnog upravljanja (27) dobijamo istu relaciju. Konačno upravljanje je oblika (31). Osnovna razlika između konvencionalne povratne sprege po stanju i kliznog upravljanja je u tome, što se kod konvencionalnog sistema ne može garantovati kretanje duž klizne hiperpovrši u svim uslovima.

Opisani način dovodi do *KR-a redukovanog reda*. Kretanje se opisuje dif. jednačinom n-1 reda. Drugi prilaz uvodi *integralno upravljanj*e, a kretanje u KR-u se opisuje istim redom kao i proces pa se naziva *KR punog reda* [48].

Ostajući kod sistema drugog reda, traženi karakteristični polinom je, $\overline{D}(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + c_2 s + c_1$. Sada je $\bar{\mathbf{a}} = [c_1, c_2]$ pa je potrebno konvencionalno upravljanje po stanju $u = [\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}]\mathbf{x} = (a_1 - c_1)x_1 - (a_2 - c_2)x_2$ Ako je sistem podvrgnut poremećajima, uvodimo klizno upravljanje na sledeći način: formiramo funkciju $g(\mathbf{x})$ u obliku

$$g(\mathbf{x}) = \int_0^t (\ddot{x} + c_2\dot{x} + c_1 x)dt = x_2 + c_2 x_1 + c_1\int_0^t x_1 dt\,. \quad (37)$$

Primenjujući metodu ekvivalentnog upravljaja, tj. nalazeći $\dot{g}(\mathbf{x}) = 0$, i zamene modela (6), dobija se upravljanje jednako upravljanju linearne povratne sprege po stanju. Za obezbeđenje KR-a uvodimo dodatnu prekidačku komponentu kao u (31). Integralna komponenta u upravljanju se može uvesti i na drugi način ostajući u KR-u redukovanog reda [49].

2.6 *Sistemi s vektorskim upravljanjem*

Kao što je ranije rečeno, sadržaj disertacije B. Draženović su bili KR-i u multivarijabilnim sistemima. Ovde ćemo, slično kao kod sistema sa skalarnim upravljanjem, definisati ekvivalentno upravljanje i istaknuti načine realizacije KR-a.

Multivarijablni nominalni SUPS se opisuje relacijom

$$\begin{aligned}&\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t); \mathbf{A} \in \Re^{n\times n}, \mathbf{B} \in \Re^{n\times m}; \mathbf{x} \in \Re^n\\&\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t); \mathbf{u}, \mathbf{g} \in \Re^m, \mathbf{C} \in \Re^{m\times n}.\end{aligned} \quad (38)$$

$\mathbf{g}(\mathbf{x})$ je m-dimenzionalni vektor, što znači da imamo m hiperpovrši. KR se organizuje na svakoj hiperpovrši, pa tako postoji i na njihovom preseku, ili samo na njihovom preseku.

Formalno, kao i kod sistema sa skalarnim upravljanjem, ekvivalentno upravljanje nominalnog sistema je

$$\mathbf{u}_{eq} = -(\mathbf{CB})^{-1}\mathbf{CAx};\ \det(\mathbf{CB}) \neq 0\,. \quad (39)$$

Dinamika sistema u KR-u je opisana sa

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}(\mathbf{CB})^{-1}\mathbf{CA})\mathbf{x}\,. \quad (40)$$

Uslovi dosezanja i egzistencije KR-a su

$$\mathbf{g}(\mathbf{x})\dot{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) < 0\,. \quad (41)$$

Upravljanje sa poremećajima je analogno

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{eq} - \boldsymbol{\alpha}\,\mathrm{sgn}(\mathbf{g}(\mathbf{x})), \boldsymbol{\alpha} = \mathrm{diag}(\alpha_i), \alpha_i > 0\,. \quad (42)$$

S obzirom da postoji m upravljanja i m hiperpovrši, proces uspostavljanja KR-a u sistemu može se organizovati na jedan od sledeća četiri načina [27]:

1. *Dosezanje sa fiksnim redosledom* [8], [23] kada se najpre upravljanjem u_1 organizuje KR na g_1=0, zatim upravljanjem u_2 na preseku g_1 i g_2 itd., tako da se konačno upravljanjem u_m organizuje kretanje na preseku svih hiperpovrši.

S obzirom da svaka klizna hiperravan opisuje dinamiku sistema za red niže od polaznog sistema, konačno kretanje biće opisano diferencijalnom jednačinom n-m tog reda.

2. *Dosezanje sa proizvoljnim redosledom* kod koga se kretanje u KR-u organizuje bez fiksiranja redosleda primene upravljanja.

3. Direktno *dosezanje konačnog KR-a,* kada se vektor upravljanja bira tako da se odmah uspostavi KR na preseku svih hiperpovrši.

5. *Decentralizovano dosezanje,* kada se na svakoj od hiperpovrši organizuje KR pomoću jednog od m upravljanja pri čemu se međusobni uticaj koordinata tretiraju kao poremećaji. Ovaj način dovodi do rasprezanja sistema i nezavisnog projektovanja svakog kanala, što je veoma pogodno za tzv. velike sisteme.

2.7 *Uslovi invarijantnosti (Matching conditions)*

Još na početku ovog poglavlja, na primeru sistema 2-og reda, kao i analizom diferencijalnih jednačina koje opisuju kretanje u KR-u sa pretpostavljenim modelom sistema i poremećajima, uočava se da su SUPS-i nezavisni (invarijantni) na poremećaje parametara i spoljašne uticaje. Da li je to moguće u svakom dinamičkom sistemu ili samo u onom predstavljenom modelom u kanoničkom kontrolabilnom prostoru stanja? Odgovor na ovo pitanje dobijen je u radovima [8], [23]. Razmotrimo (37) u sledećem obliku

$$\begin{aligned}&\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}\mathbf{f}(t); \mathbf{D} \in \Re^{n\times l},\\&\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t),\end{aligned} \quad (43)$$

gde član $\mathbf{Df}(t)$ objedinjuje sve poremećaje.

Iz $\dot{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) = \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{0}$ dobija se ekvivalentno upravljanje

$$u_{eq} = -(\mathbf{CB})^{-1}\mathbf{C}[\mathbf{Ax}(t) - \mathbf{Df}(t)]\,. \quad (44)$$

Zamenom (44) u (43) dobija se

$$\begin{aligned}&\dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{I} - \mathbf{B}(\mathbf{CB})^{-1}\mathbf{C}]\mathbf{Ax}(t) + [\mathbf{I} - \mathbf{B}((\mathbf{CB})^{-1}\mathbf{C}]\mathbf{Df}(t)\\&\mathbf{Cx}(t) = \mathbf{0}.\end{aligned} \quad (45)$$

Kretanje u KR-u biće invarijantno ako je ispunjen uslov

$$[\mathbf{I} - \mathbf{B}((\mathbf{CB})^{-1}\mathbf{C}]\mathbf{Df}(t) = \mathbf{0}\,. \quad (46)$$

U [8] je pokazano da ovaj uslov može biti ispunjen samo ako vektor poremećaja pripada prostoru vektora B koji množi upravljanje odnosno ako je

$$rang[\mathbf{D}, \mathbf{B}] = rang\mathbf{B}\,. \quad (47)$$

Uslovi (47) se u teoriji sistema upravljanja nazivaju *uslovi poklapanja (matching conditions).*

Model sistema u kontrolabilnom kanoničkom prostoru uvek ispunjava uslove invarijantnosti [8].

2.8. Zakoni dosezanja klizne hiperpovrši

Kineski naučnik W. Gao je u [27] predložio novi zakon upravljanja SUPS-ima kojim kontroliše i dinamiku kretanja sistema i u toku dosezanja klizne hiperpovrši. Taj zakon se definiše vektorskom diferencijalnom jednačinom

$$\dot{\mathbf{g}}(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{Q}\mathbf{sgn}(\mathbf{g}(\mathbf{x}, t)) - \mathbf{Kh}(\mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\,, \quad (48)$$

gde su: $\mathbf{q} = diag\{q_i\}, q_i > 0; \mathbf{sgn}(\mathbf{g}) = [\mathrm{sgn}(g_1),...,\mathrm{sgn}(g_m)]^{\mathrm{T}}$;

$\mathbf{K} = diag\{k_i\}, k_i > 0; \mathbf{h}(\mathbf{g}) = [h_1(g_1),...,h_m(g_m)]^{\mathrm{T}}$,

$g_i h_i(g_i) > 0, h_i(0) = 0.$

Procedura sinteze je sledeća. Leva strana (48) zameni se izrazom $\dot{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) = \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{CAx}(t) + \mathbf{CBu}(t) + \mathbf{CDf}(t)$ i iz dobijene relacije nađe upravljanje

$$\mathbf{u} = -\mathbf{u}_{eq} - \mathbf{Qsgn}(\mathbf{g}(\mathbf{x}, t)) - \mathbf{Kh}(\mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\,, \quad (49)$$

gde je $\mathbf{u}_{\mathrm{eq}}$ dato sa (44).

U zavisnosti od izbora matrica $\mathbf{Q}$ i $\mathbf{K}$ i vektora $\mathbf{h(g)}$ moguća su tri zakona dosezanja:

1. *Konstantni zakon dosezanja* **K=0 .** Za male vrednosti q_i proces dosezanja je spor, a za velike brz.

2. *Konstantan plus proporcionalan zakon dosezanja*, **Q,**K,**h≠0.** Kada je stanje daleko od klizne hiperpovrši, sistem se kreće brže, a u blizini nje sporije. Tada se q_i mogu birati relativno malim. Vreme dolaska na hiperpovrš je konačno.

3. *Stepenovani zakon dosezanja,* tada je

$$\dot{g}_i = -k_i \,|\, g_i \,|^{\nu} \operatorname{sgn}(g_i), i = 1,\ldots,m; 0 < \nu < 1 . \tag{50}$$

Vreme dosezanja je konačno i stanje nominalnog sistema se spušta meko na kliznu hiperpovrš.

Kao što je rečeno, ako sistem ima nemodelovanu dinamiku, umesto KR-a pojaviće se kvazi-KR i oscilatorno kretanje oko stanja ravnoteže. To parazitno kretanje je izazvano prekidačkom prirodom upravljanja visoke ali konačne frekvencije. Ovu pojavu nazivamo treperenje (*chattering*).

2.9. Metode ublažavanja treperenja

Treperenje upravljanja dovodi do neželjenih posledica, naročito kod elektromotornih pogona koji ulaze u režim protivstrujnog kočenja. Povećavaju se gubici u sistemu, dolazi do habanja mehaničkih delova i do veoma neprijatnih zvučnih efekata. Treperenje je jedan od osnovnih prepreka šire primene SUPS-a.

Postoje dva načina rešavanja tog, još uvek akutnog, problema. Prvi način je uvođenje tzv. *pograničnog sloja* (*boundary layer*) s velikim pojačanjem ili sa funkcijom [50]:

$$\operatorname{sgn}(g_i) \approx g_i (\delta + |\, g_i \,|)^{-1}, \delta - \text{mala pozitivna konstanta.} \tag{51}$$

Drugi način je organizacija KR-a pomoću stanja dobijenih iz asimptotskog observera a ne pomoću stanja samog upravljanog objekta [51]. Takvu strukturu možemo posmatrati kao sistem koji upravlja observerom kao idealnim objektom. Upravljanje observerom je i upravljanje objektom.

2.10. Klizni režimi višeg reda

U cilju ublažavanja problema treperenja, uvode se i KR-i višeg reda. Ideja je najpre nastala u grupi S.V Jemeljanova [52] i kasnije razrađivana od Levanta (Levantovski) i grugih. Na našim prostorima ta tehnika još nije korišćena. Osnovna ideja je sledeća: pod KR-om prvog reda se smatra KR koji ispunjava relacije (25). KR-i drugog reda, pored (25) moraju ispuniti i uslov $\ddot{g}(\mathbf{x}) = 0.$ Dakle KR-i r-tog reda se definišu relacijama

$$g(\mathbf{x}) = 0; \dot{g}(\mathbf{x}) = 0,\ldots, g^{(r)} = 0. \tag{52}$$

Najpozntiji rad u kome je primenjen KR drugog reda je posvećen robustnom egzaktnom diferencijatoru [53].

2.11. Primena observera u SUPS-ima

Upravljanje sa KR-ima po pravilu zahteva poznavanje potpunog stanja kontrolisanog objekta, ma da postoje pristupi koji koriste model ulaz-izlaz [22]. Asimptotski observeri ne samo da ublažavaju treperenje, a postaju neophodni kada se ne mogu neposredno izmeriti neka stanja procesa.

Osnovni problem u primeni observera je dejstvo poremećaja na objekat upravljanja koji obični asimptotski observeri ne "vide". Zbog toga se uvode tzv. prošireni observeri sa dodatnim jednostrukim ili dvostrukim integralnim dejstvom. Osim toga, postoje i observeri na bazi KR-a.

Drugi prilaz u savremenoj literaturi, je primena *multirejt tehnike*, koja pripada klasi diskretno upravljanih sistema o čemu će biti reči u sledećem poglavlju. Osim toga, postoje i tehnike observacije poremećaja i njegove kompenzacije. I ovaj prilaz je pogodnije ostvarivati u digitalnoj tehnici.

Pre nego što predjemo na metode organizacije KR-a u vremenski diskretnom domenu, završićemo odeljak sa dva primera sinteze SUPS-a.

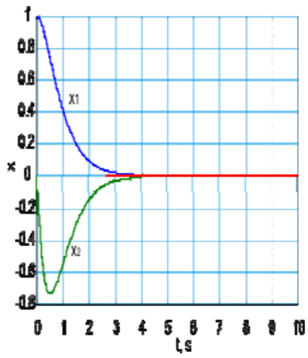
Primer 2. Parametri sistema (33), odnosno (6), su: $a_1 = -2;$ $a_2 = -3$, b=1, $|f(t)|$≤2. Polazni sistem je nestabilan. Neka se željena dinamika kretanja opisuje sa $\zeta = 1, \omega_n = 2$, Ekvivalentno upravljanje je $u_{eq} = -6x_1 - 7x_2$. Formirajmo kliznu liniju u obliku (37) i upravljanje u obliku (31). Sada je

$$\begin{aligned} \dot{g} &= 2x_1 + 3x_2 + u + f(t)_{|u=u_{eq}+\alpha\operatorname{sgn}(g)} = 2x_1 + 3x_2 - \\ &6x_1 - 7x_2 + \alpha \operatorname{sgn}(g) + f(t) = \alpha \operatorname{sgn}(g) + f(t). \end{aligned} \tag{53}$$

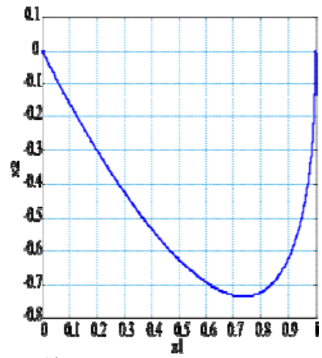
Na osnovu (36) nalazimo $\alpha \geq |\, f(t) \,| = 2.$ Prema tome, upravljanje je

$$\begin{aligned} &u = -6x_1 - 7x_2 - 2\operatorname{sgn}(g), \\ &g = x_2 + 4x_1 + 4\int_0^t x_1 \mathrm{d}t. \end{aligned} \tag{54}$$

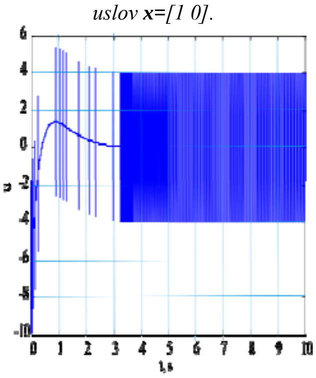
Na slikama 6 - 9 prikazani su rezultati simulacije sistema iz primera 2. Lako se može utvrditi da će kretanje ostati nepromenjeno u KR-u kada se parametri promene, ili kada deluju poremećaji čija se vrednost nalazi unutar zadatog opsega. Uvodjenje linearne aproksimacije (51) će eliminisati treperenje, a učiniti upravljani proces robustnim na promenu parametara, što nije slučaj kod konvencionalnih sistema.



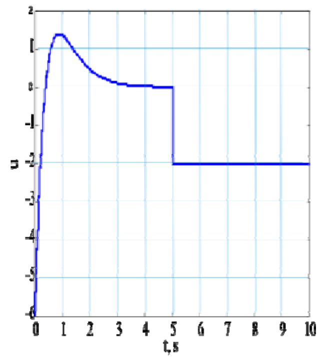
Sl. 6. *Odziv sistema na početni uslov* ***x****=[1 0].*



Sl. 7. *Fazni portret sistema*



Sl. 8. *Signal upravljanja.*



Sl. 9. *Upravljanje sa pograničnim slojem (51),δ=0.001*

Primer 3. *Upravljanje harmonijskim oscilatorom.* Ideju upravljanja harmonijskim oscilatorom u KR-u je predložio H. Sira-Ramirez [54] i primenio na Van der Polov oscilator. Ta ideja je zatim primenjena na upravljanje oscilatorom s operacionim pojačavačima za stabilizaciju amplitude [55], amplitude i faze (frekvencije) [56]. Detaljni prilazi upravljanju kako harmonijskim tako i drugim oscilatorima na bazi KR-a dati su u tezi [57], nagrađenoj prvom nagradom Matice srpske. Ovde ćemo prikazati primer iz teze [58] bez detalja, a čitaoci se upućuju na izvorne radove.

Harmonijski oscilator sa dodatnim upravljanjima radi stabilizacije amplitude i faze opisuje se modelom:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \omega_0 x_2 + x_1 u_1 + x_2 x_2, \\ \dot{x}_1 &= -\omega_0 x_1 + x_2 u_1 - x_1 x_2. \end{aligned} \qquad (55)$$

Klizne hiperpovrši su date relacijama

$$g_1 = A^2 - x_1^2 - x_2^2; A = const. \qquad (56)$$

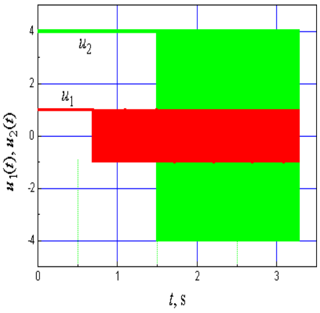
$$g_2 = 1 - \cos(\varphi_z - \varphi). \qquad (57)$$

Primenjujući uslove egzistencije KR-a na u_1 dobija se

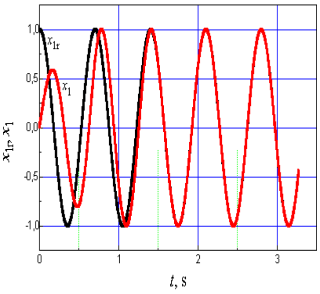
$$u_1 = U_{01}\,\mathrm{sgn}(g_1)\,. \qquad (58)$$

Ekvivalentno upravljanje je $u_{1eq} = 0$, s obzirom da harmonijski oscilator u nominalnim uslovima održava amplitudu. Zamenom u_{1eq} u (55) dobija se model organizacije KR-a na g_2. Na isti način, diferencirajući g_2 dobija se

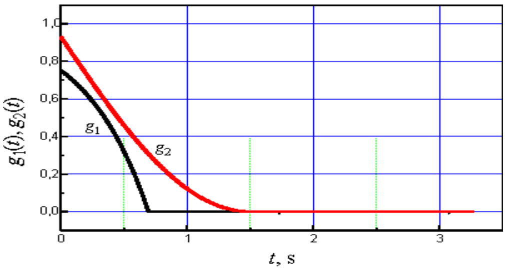
$$\dot{g}_2 = \sin(\varphi_r - \varphi)\frac{d}{dt}(\varphi_r - \varphi)\,. \qquad (59)$$



Sl. 10. *Signali upravljanja*



Sl. 12. *Proces regulacije amplitude i faze*



Sl. 11. *Prekidačke funkcije*

S obzirom da je sistem prethodno ušao u KR po g_1, važi $x_1 = A\sin\omega t; x_2 = A\cos\omega t$, sledi $\varphi = arctg(x_1/x_2)$; $d\varphi/dt$ postaje $d\varphi/dt = \omega_0 + u_2$. Zamenom u (59) dobija se

$$\dot{g}_2 = -(\omega_0 - \omega_r + u_2)\sin(\varphi_r - \varphi)\,. \qquad (60)$$

Iz uslova egzistencije KR-a nalazi se

$$u_2 = U_{02}\,\mathrm{sgn}(\sin(\varphi_r - \varphi)); U_{02} > 0. \qquad (61)$$

Na slikama 10, 11 i 12 prikazani su rezultati simulacije iz kojih se vidi hijerarhijski način upravljanja. Sistem najpre dolazi u KR po g_1, primenom u_1, a zatim u KR po g_2, primenom upravljanja u_2.

3. SUPS S DIGITALNIM KLIZNIM REŽIMIMA

3.1. Uvod

U prethodnom delu razmatrani su KR-i u sistemima s kontinualnom (analognom) informacijom o upravljanom procesu. Od sedamdesetih godina prošlog veka mikroprocesori postepeno ulaze u sisteme upravljanja da bi danas postali dominantni. S tim u vezi javio se problem: *šta se događa s KR-ima projektlovanim na osnovu algoritima za sisteme s kontinualnom obradom informacija kada se primeni vremenski diskretna obrada informacija*? Ovaj zadatak, do tog vremena gotovo potpuno neistražen, su, prvoimenovanom autoru ovog rada, postavili profesori B. Matić i B. Peruničić-Draženović 1978. god. kao temu doktorske disertacije. Postojale su samo dve reference ruskih autora sa relativno skromnim rezultatima. Na osnovu istraživanja, publikovan je niz radova o KR-ima u sistemima drugog reda sa diskretnom obradom informacije. Osnovni pravac istraživanja je bio vezan za radove ruskih autora iz šesdesetih godina, uglavnom skoncentrisanih u monografijama [2], [3], [6]. Metoda ekvivalentnog upravljanja nije bila u vidokrugu tog istraživanja. U [16] su prvi put detaljno obrađeni problemi digitalne realizacije kontinualnih algoritama upravljanja sa KR-om u sistemima *n*-tog reda. Najvažniji rezultat te disertacije je da diskretizacija deformiše KR-e u *kvazi-KR-e,* i da su potrebni uslovi egzistencije stabilnih kvazi-KR-a dati relaciojom

$$g(kT)\Delta g(kT) < 0; \Delta g(kT) = g(kT) - g((k-1)T) \qquad (62)$$

kao analog relaciji (30); T - je perioda odabiranja, k=0,1,2,...,. Najvažniji rezultat disertacije [16] publikovan je u radu [26] objavljenom u časopisu AN SSSR.

Slična istraživanja su kasnije ostvarili australijski naučnici Potts R. B. i Yu, X. [59], uvodeći pojam *pseudo KR-a.*

3.2. Digitalni klizni režimi

Drugi, savremeniji prilazi u digitalnoj organizaciji algoritama, koji će uvesti nove pojmove: *digitalni KR* i *digitalno ekvivalentno upravljanje,* istovremeno (1985.) su dati u disertacijama Z. Bučevca [18], na Mašinskom fakultetu u Beogradu, i A. Salihbegovića [17], na Elektrotehničkom fakultetu u Sarajevu. Oni, nažalost, svoje rezultate nisu publikovali ni u časopisima ni na konferencijama značajne međunarodne reputacije, tako da se navedeni pojmovi vezuju za druge autore, najčešće za S.V. Drakunova i V.I. Utkina [60].

U izlaganju ćemo se ograničiti na sisteme sa skalarnim upravljanjem. Diskretni model upravljanog procesa (18), (19) u nominalnim uslovima je

$$\mathbf{x}((k+1)T) = \mathbf{A}_d\mathbf{x}(kT) + \mathbf{b}_d u(kT), \qquad (63)$$

$$g(kT) = \mathbf{c}_d^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(kT)\,. \qquad (64)$$

Dalje ćemo, radi kratkoće zapisivanja, izostavljati T.

$g(k) = 0$ je diskretni model hiperpovrši na kojoj treba organizovati stabilni digitalni KR, koji se definiše tako da stanje sistema u trenucima odabiranja ispunjava uslov $g(\mathbf{x}(k)) = 0$. U relaciji (63) $\mathbf{A}_d$ i $\mathbf{b}_d$ su izračunati kao:

$$\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}T}, \mathbf{b}_d = (\int_0^T e^{A\tau}d\tau)\mathbf{b}\,. \qquad (65)$$

Primenimo formalno metodu ekvivalentnog upravljanja na sistem (63), (64) zahtevajući ispunjenje sledećih uslova:

$$g(k) = 0, \qquad (66)$$

$$\Delta g(k+1) = g(k+1) - g(k) = 0. \qquad (67)$$

Zamenom (63) u (67), s obzirom na (66), nalazi se

$$u(k) = u_{eq}(k) = -(\mathbf{c}_d^{\mathrm{T}}\mathbf{b}_d)^{-1}\mathbf{c}_d^{\mathrm{T}}\mathbf{A}_d\mathbf{x}(k);\ \mathbf{c}_d^{\mathrm{T}}\mathbf{b}_d \neq 0. \qquad (68)$$

Neka je $g(k) \neq 0$. Upravljanje koje će dovesti sistem u stanje $g(k+1) = 0$ se dobija opet u obliku (68). Taj jedinstveni tip upravljanja dovešće stanje sistema na kliznu hiperpovrš iz bilo kog početnog stanja i voditi duž te hiperpovrši, što nije slučaj kod analognih sistema. Dakle, relacija (68) je *digitalno ekvivalentno upravljanje* ali i *upravljanje dosezanja klizne hiperpovrši.*

Slično kao kod analognih sistema [27], W. Gao je u [28] i kod diskretnih sistema predložio zakon dosezanja koji kontroliše dinamiku i u procesu dovođenja na hiperravan (66). Taj zakon dosezanja je oblika

$$g(k+1) - g(k) = -qTg(k) - \varepsilon T \operatorname{sgn}(g(k)); \varepsilon, q, 1-qT > 0 \quad (69)$$

Zamenjujući (63) i (64) u (69) dobija se upravljanje

$$u(k) = -u_{eq} - (1-qT)g(k) - \varepsilon T \operatorname{sgn}(g(k) \qquad (70)$$

Zamenom upravljanja u (63) dobija se dinamika sistema u digitalnom KR-u prema zakonu dosezanja. Stanje sistema u kvazi-KR-u oscilovaće oko $g(k)$=0. Širina pogranične zone u kojoj egzistira kvazi-KR je [28] $g(\mathbf{x}) < \varepsilon T(1-qT)^{-1}$.

Kombinujući Gaov zakon dosezanja (69) i rezultate Z. Bučevca [18], relacija (68), u radu [29], istraživača s Elektronskog fakulteta u Nišu, G. Gola, predložen je novi algoritam upravljanja u digitalnom kliznom režimu. Odlika tog zakona je da se ograničava veličina upravljanja u režimu dosezanja, što nije slučaj s upravljanjem (68), koje može biti ekstremno veliko. Osim toga, obezbeđuje se i "meko" spuštanje na kliznu hiperravan (66), što nije slučaj s upravljanjem (70). Prema tome, stanje sistema će biti u trenucima odabiranja na hiperravni u nominalnom sistemu. Uz pretpostavku da je $\mathbf{c}_d^{\mathrm{T}}\mathbf{b}_d = 1$, upravljanje je dato izrazom

$$\begin{aligned} u(k) = &-T^{-1}u_{eq} + T^{-1}g(k) - \\ &\min\{T^{-1}\,|\,g(k)\,|, \sigma + |\,g(k)\,|\}\operatorname{sgn}(g(k); \sigma, q > 0. \end{aligned} \qquad (71)$$

Iako se stanje sistema u trenucima odabiranja nalazi na (66), između trenutaka odabiranja, ono je, u opštem slučaju, van klizne hiperravni. Zbog toga i digitalni KR je kvazi-KR.

3.3. Stabilnost digitalnih kliznih režima

Potrebni uslovi stabilnosti diskretnih KR-a dati su sa (62), a dovoljni uslovi mogu se dobiti primenom teorije stabilnosti Ljapunova. Neka je funkcija Ljapunova $V(\mathbf{x}(k)) = (g(x(k))^2$. Dovoljan uslov stabilnosti je $\Delta V(\mathbf{x}(k)) < 0$, što daje $g^2(k+1) - g^2(k) < 0$, odnosno $g^2(k+1) < g^2(k)$, što se može iskazati na više načina:

$a)$ $|\,g(k+1)\,| < |\,g(k)$;[17]

$b)$ $[g(k+1) - g(k)][g(k+1) + g(k)] < 0$;

$$c) \begin{matrix} \Delta g(k)\operatorname{sgn}(g(k)) < 0, \\ [g(k+1) + g(k)]\operatorname{sgn}(g(k)) \geq 0; \end{matrix} [61] \qquad (72)$$

$d)$ $2\Delta g(k) g(k) + \Delta^2 g(k) < 0$; [62]

$e)$ $|\,g(k+1)g(k)\,| < g^2(k)$.[63]

Uslovi (72c) uključuje i potrebne uslove (62).

3.4. Robusnost digitalnih kliznih režima

Digitalni KR-i ni teorijski ne mogu da ostvare invarijantnost na promenu parametara i dejstva spoljašnih poremećaja. Osnovni razlog je da se vrednost upravljanja ne menja izmedju dva uzastopna uzorka i zato i ne može da reaguje na smetnje i promene parametara koje nastaju u tom intervalu i deluju na sistem, jer ne podležu diskretizaciji. Medjutim, ni kod realnih analognih KR-a nije moguće ostvariti potpunu invarijantnost zbog ograničene frekvencije upravljanja, već samo snažnu robustnost. U digitalnim KR-ima se, medjutim, može estimirati i kompenzovati poremećaj. Zbog ove mogućnosti, digitalni KR-i su veoma interesantni za savremenu praktičnu primenu.

3.4.1 Metode estimacije poremećaja

Istaćićemo dve metode za estimaciju poremećaja. Prva je predložena u [64] i zasniva se na pretpostavci da je poremećaj sporopromenljiva funkcija u odnosu na periodu odabiranja. Ako je model sistema sa poremećajima dat u obliku

$$\mathbf{x}((k+1)T) = \mathbf{A}_d\mathbf{x}(kT) + \mathbf{b}_d u(kT) + \mathbf{d}(k), \qquad (73)$$

onda je estimirana vrednost poremećaja

$$\mathbf{d}(k) \approx \mathbf{d}(k-1) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{b}_d u(k-1) - \mathbf{A}_d\mathbf{x}(k-1). \qquad (74)$$

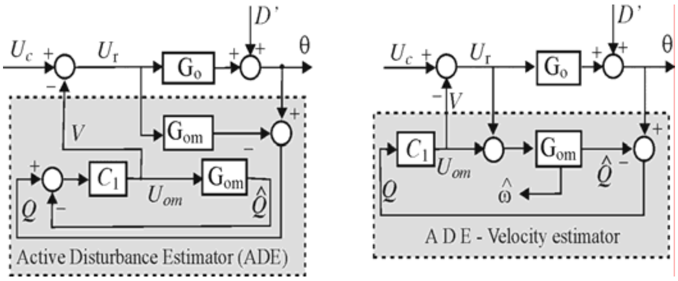
Sada se upravljanje u KR-u može odrediti kao:

$$u(k) = -u_{eq}(k) - (\mathbf{c}_d^{\mathrm{T}}\mathbf{b})^{-1}\mathbf{c}_d^{\mathrm{T}}\mathbf{d}(k-1), \qquad (75)$$

pa je

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}_d u_{eq}(k) + \mathbf{d}(k) - \mathbf{d}(k-1). \qquad (76)$$

Odstupanje od idealnog KR-a biće reda $O(T^2)$ [64].



Sl. 12. Aktivni *estimator poremećaja [20] i objedinjeni estimator poremećaja i stanja [66]*

Drugi prilaz je predložio B. Veselić u [20], a eksperimentalno je verifikovan kod pozicionih sistema za DC- i AC-motore [30],[32]. Suština tog prilaza se vidi na sl. 12 (levo). Na osnovu upoređenja realnog procesa i njegovog nominalnog modela, estimira se Q kao predstava svih poremećaja, uključujući i nemodelovanu dinamiku. Podsistem C_1G_{om} je servosistem koji treba da obezbedi $\hat{Q} = Q$. Tada izlaz podsistema V, doveden sa znakom minus na ulaz sistema, teoretski potpuno kompenzuje poremećaj D'. Time je ostvarena snažna robustnost sistema bez obzira na to da li su uslovi poklapanja, [8], [23], relacija (47), ispunjeni ili ne.

3.5. Estimatori stanja procesa

Standardne metode sinteze sistema s digitalnim KR-ima zahtevaju poznavanje stanja sistema u trenucima odabiranja. S obzirom da se retko mogu neposredno meriti stanja, koriste se estimatori ili observeri stanja koji pretpostavljaju da je proces potpuno opservabilan. Metode sinteze observera Luenbergerovog tipa su poznate. Ovde ističemo dve druge metode: *multirejt tehniku estimacije* [65] i *objedinjeni estimator poremećaja i stanja* [66], sl. 12 (desno). Multirejt estimatori primenjuju veću periodu odabiranja za ulaz sistema a manji za izlaz. Količnik perioda odabiranja ne sme biti manji od indeksa observabilnosti sistema. Osnovni nedostatak te metode je osetljivost na poremećaje, pa se mora prethodno primeniti neka od metoda kompenzacije poremećaja.

Objedinjeni estimator poremećaja i stanja u osnovi sadrži Luenbergerov observer. Detalji navedenih estimatora se mogu naći u navedenim referencama.

3.6. Problemi treperenja

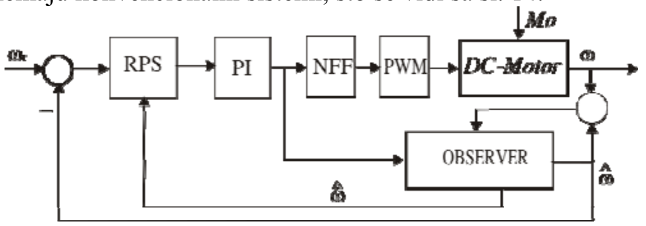
Problemi treperenja kod sistema s diskretnim KR-ima su prisutni kako zbog nemodelovane dinamike i neidealnosti elemenata tako i zbog samog principa obrade informacija. Algoritmi koji implementiraju analogne algoritme putem diskretne obrade informacija neminovno dovode do treperenja zbog transportnog kašnjenja u obradi informacija. Aalgoritam dat u [28] iako je zasnovan na zakonu dosezanja, takođe ima treperenje i u nominalnim uslovima, što nije slučaj s algoritmima [29],[67]. U radu [68] dat je efikasan prilaz ublažavanja treperenja primenom posebne tehnike dosezanja KR-a.

4. PRIMERI REALIZOVANIH SISTEMA

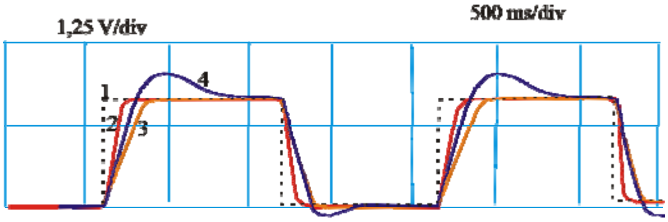
U ovom delu se daje kraći opis laboratorijskih modela sistema upravljanja s KR-ima praktično realizovanih u Laboratoriji za automatiku Elektronskog fakulteta u Nišu. Detaljnije informacije mogu se naći u referencama datim u naslovima odgovarajucih odeljaka.

4.1 *Regulator brzine obrtanja DC-motora* [69], [70], [71]

Sistem je urađen u analognoj tehnici prema strukturi na sl. 13. Osnovna ideja [69] je da se između regulatora promenljive strukture (RPS) i upravljanog procesa uvede PI-član. Time se ne remete uslovi klizanja, a poboljšava se tačnost [49]. Primenjen je asimptotski observer. Ispred objekta je unet NF filter koji formira ekvivalentno upravljanje od *stvarnog* VF signala upravljanja observerom. Pojačavač snage je sa širinsko-impulsnom modulacijom (PWM) noseće frekvencije 15kHz. Sistem je ostvario sve odlike KR-a - brz odziv i veliku robustnost na promenu opterećenja. Te osobine nemaju konvencionalni sistemi, što se vidi sa sl. 14.



Sl. 13. *Strukturna blok-šema sistema za regulaciju brzine motora jednosmerne struje s asimptotskim observerom i RPS-om*



Sl. 14. *Odzivi sistema sa sl. 13. 1 - referenca brzine, 2 - odzivi SUPS-a i konvencionalnog sistema sa PI regulatorom u nominalnim uslovima; 3,4 - odziv SUPS-a i konvencionalnog sistema sa PI regulatorom, respektivno, sa trostruko većim momentom inercije na vratilu motora.*

4.2 *Sinhronizacija harmonijskog oscilatora* [36]

Sistem upravljanja je realizovan u digitalnoj tehnici, a analogni harmonijski oscilator je dat modelom (55), koji u polarnom koordinatnom sistemu postaje

$$\dot{r} = ru_1; \dot{\theta} = \omega_0 + u_2 . \tag{77}$$

Vremenski diskretni model (77), za malu periodu diskretizacije je:

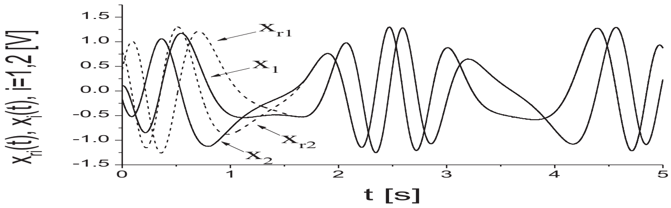
$$\begin{aligned} r^2(k+1) &= (1+2u_1(k)Tr^2(k); \\ \theta(k+1) &= \theta(k) + (\omega_0 + u_2(k))T. \end{aligned} \tag{78}$$

Reference su: $x_{r1} = r_r(t)\sin(\theta_r(t)); x_{r1} = r_r(t)\cos(\theta_r(t))$. Prekidačke funkcije su: $g_1(k) = r_r^2(k) - r^2(k)$; $g_2(k) = \theta_r(k) - \theta_r(k)$. Primenjujući algoritam [29], određena su upravljanja:

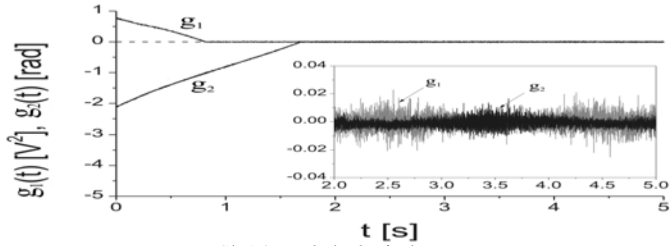
$$u_1(k) = \frac{\alpha_1}{2r^2(k)} \min\left\{\frac{|g_1(k)|}{\alpha_1 T}, 1\right\} \operatorname{sgn}(g_1(k)) + \frac{r_r^2(k) - r_r^2(k-1)}{2Tr^2(k)}$$

$$u_2(k) = \alpha_2 \min\left\{\frac{|g_2(k)|}{\alpha_2 T}, 1\right\} \operatorname{sgn}(g_2(k)) + \frac{\theta_r(k) - \theta_r(k-1)}{T} - \omega_0$$

Parametri sistema su: ω_0=6 s^{-1}, $r_r = 0{,}9 + 0{,}4\sin(\pi t)$; $\theta_r = 0{,}5 + 7{,}5t + 2\sin(2{,}51t)$.



Sl. 15. *Referentni i izlazni signali.*

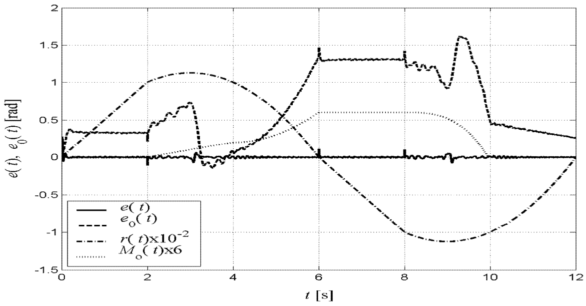


Sl. 16. *Prekidačke funkcije.*

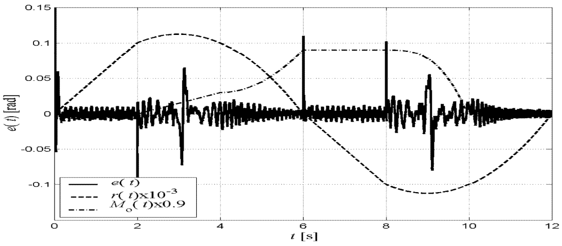
Na sl. 15 i 16 dati su eksperimentalno snimljeni odzivi sistema iz kojih se vidi da sistem ulazi najpre u KR po g_1 uspostavljajući jednakost amplituda oscilacija, a zatim u KR po g_2, kada se sinhronišu i faze. Nakon ulaska u KR-e, sistem postaje robustan na sve promene.

4.3 *Pozicioni sistem s DC-motorom* [20],[29],[30]

Ovaj sistem pozicionira DC-motor male snage kao i u 4.1. Upravljački sistem je digitalno realizovan pomoću sistema dSPACE DS1104 R&D sa periodom diskretizacije od T=0,4 ms. Implementirani su originalni algoritmi upravljanja [29] sa dodatnim integralnim delovanjem po signalu prekidačke funkcije [30], uz primenu aktivnog estimatora poremećaja (AEP) [20]. Na slikama 17 i 18 prikazani su eksperimentalni rezultati u praćenju složene trajektorije, nagibnog i paraboličnog oblika, i poremećaja kubnog, paraboličnog i odskočnog oblika, bez primene i sa primenom AEP. Iz ovih eksperimenata se vidi visoka tačnost i robustnost sistema.Za merenje pozicije primenjen je enkoder s rezolucijom 0,0016 rad. Ostvarena tačnost je 0.01 rad.



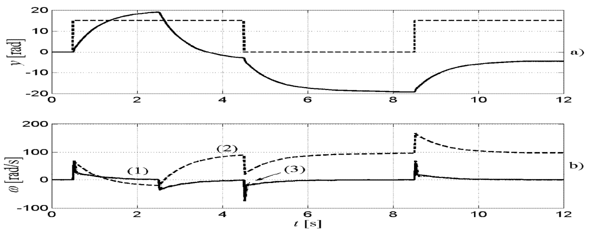
Sl. 17. *Greška praćenja sistema sa i bez primene AEP.*



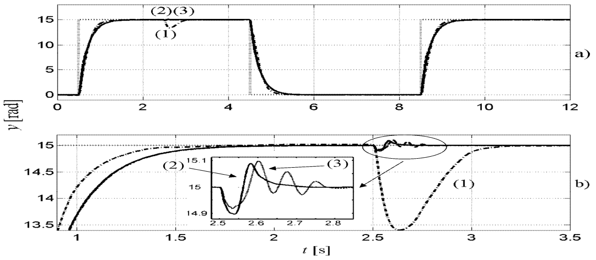
Sl. 18. *Greška praćenja sistema sa AEP (zumirano).*

4.4 *Pozicioni sistem s AC- motorom* [32]

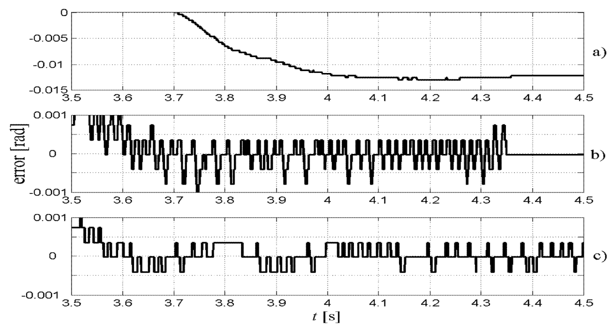
Sistem upravljanja je digitalno realizovan pomoću dSPACE DS1104 R&D i odgovarajućeg hardvera. Primenjen je princip indirektnog vektorskog upravljanja orjentacijom po fluksu rotora. Strujama po d i q osi upravljaju konvencionalni digitalni PI regulatori propusnog opsega 200Hz. Osnovni kontroler i onaj u AEP su implementacija originalno razrađenih algoritama [29], [30], [20]. Perioda odabiranja je 1 kHz. Nije primenjeno kolo za rasprezanje, jer je sam algoritam, nakon ulaska u KR, robustan. Rezultati eksperimenata prikazani su na sl. 19- sl. 22. Iz nih se vidi da sistem ostvaruje maksimalno moguću tačnost s obzirom na rezoluciju enkodera od $3.8 \cdot 10^{-4}$ rad, a upravljanje praktično ne treperi.



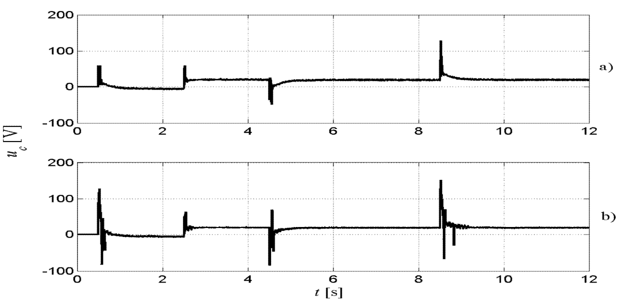
Sl. 19. *a) Odzivi pri pozicioniranju sistema bez AEP sa P-observerom; b) Estimacija brzine: 1) Ojlerov estimator; 2) P-observer; 3) PI^{2}observer.*



Sl. 20.. *a) Odzivi pri pozicioniranju: 1) sistem bez AEP sa PI^2 observerom ; 2) sistem sa AEP i P-observerom; 3) sistem sa AEP, P-observerom pri varijaciji inercije i otpornosti rotora; b) Zumiranje prethodnih odziva u okolini dejstva opterećenja.*



Sl. 21. *Statička tačnost: a) sistem bez AEP i sa PI^2 observerom; b) sistem sa AEP i P observerom; c) sistem sa AEP i P observerom pri varijaciji inercije i otpornosti rotora motora.*



Sl. 22. *Signali upravljanja: a) Sistem sa AEP i P observerom; b) sisatem sa AEP i P observerom pri varijaciji inercije i otpornosti rotora.*

5. ZAKLJUČCI

Ovim radom smo želeli da obeležimo značajne godišnjice u razvoju teorije sistema upravljanja promenljive strukture s kliznim radnim režimima: pedeset godina SUPS, 40 godina uslova invarijantnosti i metode ekvivalentnog upravljanja i 25 godina digitalnih kliznih režima i da istaknemo doprinose istraživača s naših prostora.

Deo tih sistema, razvijan u saradnji s osnivačem SUPS-a prof. S. V Jemeljjanovim i njegovim saradnicima: V.I Utkinom, B. Matićem, i drugim, je realizovan u Sarajevu.

Pod mentorstvom prof. B. Matića, i prof. B. Peruničić-Draženović, prva značajnija istraživanja u oblasti diskretnih KR-a su ostvarena u Sarajevu. Prva formulacija digitalnih KR-a je ostvarena pod mentorstvom A. Šabanovića, u Sarajevu, i Lj. Grujića, u Beogradu.

Dalji razvoj SUPS-a, zasnovanih na digitalnim KR-ma je ostvaren u Nišu pod mentorstvom Č. Milosavljevića.

Na osnovu istraživanja mnogih naučnika u svetu, a deo najznačajnijih su citirani u ovom pregledu, stvorena je jedna klasa veoma upotrebljivih robustnih sistema upravljanja.

Treba istaći da najveća zasluga za savremeni razvoj SUPS-a pripada prof. V.I. Utkinu, koji je inicirao mnoga istraživanja u svetu, publikujući značajne članke iz ove oblasti u vodećim časopisima i nekoliko monografija koje su nezaobilazno štivo za ovu klasu sistema upravljanja.

Dalji razvoj SUPS-a biće omogućen razvojem informacionih tehnologija, u prvom redu povećanjem brzine obrade informacija. Digitalni KR-i približavaće se osobinama analognih KR-a, uvodeći dodatne odlike, što će povećati stepen robustnosti SUPS-a i proširiti oblast njihove primene.

REFERENCE

[1] Емельянов, С. В. (1957): 'Способ получения сложных законов регулирования с использованием лишь сигнала ошибки или регулируемой координаты и ее первой производной', *Автоматика и телемеханика,* Но 10, 873-885.

[2] Емельянов, С. В.(1967): *Системы автоматического управления с переменной структурой*, Наука.

[3] Емельянов, С. В. (1970) (ред.): *Теория систем с переменной структурой*, »Наука«.

[4] Уткин, В. И.(1974): *Скользящие режимы и их применения в системах с переменной структурой*, Наука.

[5] Itkis, Y. F.(1976): *Control Systems of Variable Structure*, Jhon Wiley and Sons, New York.

[6] Петров, Б. Н., Емельянов, С. В. (1968) (Ред.), *Системы с переменной структурой и их применение в задачах автоматизации полета*, »Наука«.

[7] Matić, B.(1969): *Principi realizacije modela osetljivosti sistema promenljive strukture sa kliznim režimom*, dok. diser., ETF, Sarajevo.

[8] Draženović, B. (1970): *Multivarijabilni sistemi sa promenljivom strukturom*, dok.diser., ETF Sarajevo.

[9] Емельянов, С.В., Матич, Б., Костылева, Н.Е. "Универсалная унифицированная система управления переменной структури" ,*Приборы и системы управления* Но12 (1973), Но 1 (1974)

[10] Изосимов, Д.Б., Матич, Б., Уткин, В.И., Шабанович, А. (1968) "Использование скользящих режымов в задачах управления .электрическими машинами, *ДАН СССР*, **241**(4),769-772.

[11] Pašić, Z. (1971): 'Dobijanje derivacije signala korištenjem kliznog režima', *Automatika* 5, 295-299.

[12] Šabanović, A. (1979): *Sinteza sistema upravljanja brzine kaveznog asinhronog motora u klasi sistema s promenljivom strukturom sa osvrtom na upravljanje pozicije, mometa i snage*, dok. diser., ETF, Sarajevo.

[13] Bilalović, F.(1990): "Primena kliznih režima za upravljanje robotskog manipulatora", *Tehnika, Nauka, Inženjering* **21** (2), 67-70.

[14] Šabanović-Behlilović, N., Peruničić, B., Šabanović, A., Ilić, M. (1991): "VSS in active power filter control", *The IEEE Workshop on VSC of Power Conversion Systems*, Reno, Nevada, June 6.

[15] Draganović, Lj. (1982): *Adaptivni sistemi upravljanja*, »Svjetlost«, Sarajevo.

[16] Milosavljević, Č. (1982): *Neki problemi diskretne realizacije zakona upravljanja sistema sa promenljivom strukturom*,dok. diser., ETF, Sarajevo.

[17] Salihbegović, A. (1985): *Prilog analizi i sintezi diskretno realizovanih sistema sa prekidnim upravljanjem*, dok. diser., ETF, Sarajevo.

[18] Bučevac, Z. (1985): *Sinteza digitalno diskretnih sistema sa kliznim režimom*, dok. diser., Mašinski fakultet, Beograd.

[19] Antić, D. (1994): *Sistemi promenljive strukture sa proporcionalno-integralnim delovanjem*, dok. diser. EF, Niš.

[20] Veselić, B. (2006): *Primena digitalnih kliznih režima u sintezi robustnih servosistema za koordinisano praćenje složenih trajektorija*, dok. diser., EF, Niš.

[21] Iskrenović-Momčilović, O. (2006): *Upravljanje objektima sa konačnim nulama primenom diskretnih sistema promenljive strukture*, dok. diser., EF, Niš.

[22] Mitić, D. (2006): *Diskretni sistemi promenljive strukture zasnovani na modelu ulaz-izlaz*", dok. diser. EF, Niš.

[23] Draženović, B. (1969): "The invariance conditions in variable structure szstems", *Automatica* 5, 287-295

[24] Utkin, V. I. (1977):"VSS with sliding modes "(Survay), *IEEE, AC-22,* No 2, April, pp. 212-222.

[25] Šabanović, A., Izosimov, B. (1981). "Application of sliding modes to induction motor control", *IEEE Trans*. IA-**17**(1), 41-49.

[26] Milosavljević, Č. (1985): "General Conditions for the Existence of Quasi-sliding Mode on the Switching Hyper-plane in Discrete Variable Structure Systems", *Automatic and Remote Control* **46**, 307-314

[27] Gao, W, Hung, J.C. (1993): "Variable structure control of nonlinear systems: a new approach", *IEEE Trans*. IE-**40** (1), 45-55.

[28] Gao, W., Wang, Y. Homaifa A. (1995), "Discrete-time variable structure control systems," *IEEE Trans.* IE-42, 117-122.

[29] Golo, G., Milosavljević, Č. (2000), "Robust discrete-time chattering-free sliding mode control system", *System & Control Letters* **41**, 19-28

[30] Milosavljević, Č., Draženović, B., Veselić, B., Mitić, D. (2007): "A new design of servomechanisms with digital sliding mode", *Electrical Engineering* **89**(3), 233-244.

[31] Milosavljević, Č. (2004). 'Discrete-time VSS'. Chapter 5 In: Šabanović, A., Fridman, L. & Spurgeon, S. (eds.) *Variable structure systems: from principles to implementation*. Stevenage, IEE Press,.

[32] Veselić, B., Perunučić, B., Milosavljević, Č. (2008): "High-performance position control of induction motor using discrete-time sliding-mode control". *IEEE Trans. Ind. Electron.*, **55** (11), 3809-3817

[33] Golo, G., Milosavljević, Č. (1996): "Parabolic and triangular wave oscillator with sliding mode", *Electronic Letters* **32**, 1535-1536.

[34] Golo, G. , Milosavljević, Č. (1997): "Two-phase triangular wave oscillator based on discrete-time sliding mode control", *Electronic Letters* **33**, 1838-1839.

[35] Veselić, B., Golo, g., Milosavljević, Č. (2000): "Synchroniyation of two-phase harmonic oscillator using sliding mode vector control ", In *Proc. of 6th Int. Conf.Control of Oscillation and Chaos. St. Peterburg, Russia, 471-474.*

[36] Veselić, B., Golo, G., Milosavljević, Č. (2004): "Discrete time sliding mode approach to synchronization of modulated two-phase harmonic oscillator", *Electrical Engineering* **86,** 293-298

[37] Ignacijuk, P., Bartoszewicz, A. (2010), 'LQ optimal reahing law based sliding modes for inventory managament szstems', *Int. J. of Systems Science,* to be published.

[38] Sabanovic, A., Fridman, L. M., Spurgeon, S. (Ed.) *Variable Structure Systems: from Principles to Implementation,* The IEE Press, London, 2004.

[39] Egziabher, A. G. (2007) *Multirate output feedback based digital redesign of sliding mode control algorithms and their applications,* Ph. D. disertation, Indian Institute of Technology, Bombay, India

[40] Wang, B. (2008) *On discretisation of sliding mode control systems*, Ph. D. disertation, RMIT University, Melbourne, Australia

[41] Peruničić, B., Milosavljević, Č., Veslić, B., 'Variable structure control systems with sliding modes, Forty years of matching conditions and equivalent control method', Inited plenary lecture, DECOM-IFAC '09, The 6th *Int. Workshop on Knowledge and Technology Transfer in/to Development Countries,* Sept. 2009, Ohrid., 2009, pp. 1-12.

[42] Emel'yanov, S. V. (2007) 'Theory of variable structure control systems: inception and initial development', *Computional mathematics and Modeling*, **18**(4), 321-331

[43] Барбашин, Е. А. (1967) *Введение в теорию усточивости, Наука, Москва.*

[44] Долголенко, Ю. В., 'Скользящие режимы релейных систем непрямого регулирования', *Труды Всесоюзного совещания по теории автоматического регулирования*, Наука, 1955, 1.

[45] Зимонич, С. (1968) 'Об одном подходе к задачам синтеза систем с переменной структурой', в сборнике: Петров, Б. Н., Емельянов, С. В. (1968) (Ред.), *Системы с переменной структурой и их применение в задачах автоматизации полета*, »Наука« 81-83.

[46] Филиппов, А.Ф. (1960) 'Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью', *Математический сборник* **51**(1).

[47] Уткин, В. И (1970) 'Скољзящие режимы в системах с переменной структурой', *Automatika -Teoretski prilog,* но 3.

[48] Ackerman, J., Utkin, V. I. (1998) 'Sliding mode control design based on Ackerman's formula', *IEEE Trans. AC* **43**(2), 234-237.

[49] Milosavljević, Č. (1997), 'Variable structure systems of quasi-relay type with proportional-integral action', *Facta Universitatis*, *Mechanics Automatic Control and Robotics* **2** (7), 301-314.

[50] Slotine, J.J.E. (1984), 'Sliding controller design for non-linear systems', *Int. J. Control* **40**(2), 421-434.

[51] Young , K.D.,Utkin, V.I., Ozguner, U. (1999), A control engineer-s guide to sliding mode control, *IEEE Trans. on Control Systems Technology* **7**(3), 328-342.

[52] Emel'yanov, S. V., Korovin, S. K., Levantovski, L. V. (1986), 'Higher order sliding modes in the binary control systems', *Sov.Phis. Dokl.* **31**(4), 291-293.

[53] Levant, A.(1998) 'Robust exact differentiation via sliding mode technique', *Automatica* **34** (3), 379-384.

[54] Sira-Ramirez, H. (1987), 'Harmonic response of variable structure controlled Van der Pol oscillators', *IEEE Trans. on Circuit and Systems* **34**(1), 103-106.

[55] Milosavljević, Č, Radu-Emil, P. (1995) "Synthesis of harmonic oscillators with sliding mode", XXXIX Konf. ETRAN, Zlatibor, June, I.419-421.

[56] Veselić, B., Milosavljevic, Č. (2003) "Sliding mode based harmonic oscillator synchronization", *Int. J. of Electronics* **90**(9), 553-570

[57] Golo, G. *Primena kliznih režima u sintezi generatora talasnih oblika,* Magistarska teza, Elektronski fakultet u Nišu, 1995.

[58] Veselić, B. *Regulacija amplitude, frekvencije i faze harmonijskih oscilatora primenom kliznih režima*, magistarska teza, Elektronski fakultet, Niš, 1999.

[59] Potts, R. B.,Yu, X., (1991), 'Discrete variable structure systems with pseudosliding mode', *J. Austral. Math. Soc.* Ser. B, 365-376.

[60] Drakunov, S. V., Utkin, V.I. (1989), 'On discrete-time sliding mode', Proc. IFAC Symposium on *Nonlinear Control Systems design,* Capry I(Italy) 484-489.

[61] Sarpturk, S.Z., Istefanopulos, Y., Kaynak, O. (1987) 'On the stability of discrete-time sliding mode control systems', *IEEE Trans. AC* **32** (10), 930-932.

[62] Furuta, K. (1990), 'Sliding mode control of a discrete systems', *System & Control Letters* **14,** 145-142

[63] Sira-Ramirez, H. (1991), 'Non-linear discrete variable structure systems in quasi-sliding mode', *Int. J. Control* **54**(5), 1171-1187

[64] Su, W.C.,Drakunov, S.V.,Ozguner, U, (1996), 'Implementation of variable structure control for sampled data systems', In Garofalo, F. and Glielmo, L. Ed.) 'Robust control via variable structure and Lyapunov techniques' Springer Verlag, London, 87-106.

[65] Bandyopadhyay, B., Janardhanan, S. (2005), *Discrete-time sliding mode control: a multirate output feedback approach, Springer-Verlag Berlin.*

[66] Milosavljević. Č., Peruničić, B., Veselić, B (2009) 'Some practical problems in realizations of discrete-time controlled positional systems', DECOM-IFAC '09, Sept. 2009, Ohrid.

[67] Bartolini, G., Ferrara, A., Utkin, V. I. (1995) 'Adaptive sliding mode control in discrete-time systems', *Automatica*, **31**(5), 769-773.

[68] Veselić, B., Peruničić-Draženović, B. and Milosavljević, Č. (2008). Discrete-time sliding mode controlled positional system with two-scale reaching law and integral action. In: *Proceedings of IEEE 10th International Workshop VSS 2008*. Antalya, Turkey. pp. 73-78.

[69] Milosavljević, Č., Antić, D., Đorđević, G. (1992), 'DC motor speed regulation using PI type variable structure regulator with identity observer', *Facta Universitatis, Ser. Electronics and Energetics,* No 1., 69-78.

[70] Milosavljević, Č., Stoimenov, P. (1996), 'Synthesis of DC-motor variable structure speed controller', *J. Aut. Control* **6,** Univers. of Belgrade.

[71] Stoimenov, P. (1998), *Regulacija brzine obrtanja motora jednosmerne struje sintetizovan primenom teorije sistema promenljive strukture i opservera identiteta*, Magistarska teza, Elektronski fakultet u Nišu.