

Analiza primene Rao-Blackwell-izovanog partikal filtera u estimaciji frekvencija višekomponentnog audio signala

Davorin Mikluc; Milenko Andrić; Boban Bondžulić; Srđan Mitrović;

Vojna akademija;

Univerzitet odbrane

Beograd, Srbija

miklucd@yahoo.com, asmilenko@beotel.net, bondzulici@yahoo.com; srdjan.mitrovic@va.mod.gov.rs;

Sadržaj—U radu je analizirana primena Rao-Blackwell-izovanog partikal filtera u estimaciji frekvencija višekomponentnog audio signala. Analiziran signal se sastoji od tri komponente utopljene u beli Gausov šum. Primenjeni partikal filter estimira frekvencije na osnovu maksimalne vrednosti normalizovane spektralne gustine srednje snage. Vremensko-frekvencijska analiza signala je izvršena primenom spektrograma. Kvantitativna mera kvaliteta estimacije frekventnih komponenti signala je data kroz sledeće vrednosti: apsolutnu grešku estimacije, spektralnu entropiju estimiranih frekvencija i koren srednje kvadratne greške po frekvenciji.

Ključne riječi – višekomponentni audio signal; estimacija; Rao-Blackwell-izovan partikal filter; spektrogram; spektralna entropija;

I. UVOD

Estimacija trenutnih frekvencija je od velikog značaja u mnogim aplikacijama za radare, sonare i telekomunikacije. Najčešće se koristi vremensko-frekvencijska analiza u cilju izdvajanja trenutnih frekvencija, [1] i [2]. Spektrogram je prikaz vremensko frekvencijske raspodele srednje snage dobijen upotrebom diskretne Furijeove transformacije. Jedan od pristupa za izdvajanje frekvencija na osnovu spektrograma je primena filtera, čiji je zadatak da izdvoji frekvencije sa maksimalnom spektralnom gustinom srednje snage. S obzirom da je frekvencija signala najčešće promenljiva, prednost u filtriranju imaju adaptivni filtri. Primena Kalmanovog filtra, podrazumeva dodatno korišćenje metoda za formiranje algoritam za formiranje merenja i estimaciju frekvencija. Cilj ovog rada je da se analizira primena partikal filtera na višekomponentni audio signal. Osnove partikal filtera su date u [3]-[5]. Analizira se i uticaj odnosa snage signala šuma na kvalitet estimacije. Koren srednje kvadratne greške je usvojen za kriterijum kvaliteta estimacije. Estimirane komponente signala se analiziraju i sa stanovišta spektralne entropije.

II. PRIMENA PARTIKAL FILTERA NA AUDIO SIGNALU

U radu je predložen algoritam za izdvajanje komponentata iz analiziranog signala. Frekvencije u kojima je maksimalna vrednost spektralne gustine srednje snage predstavljaju merenje. Partikal filter koji ima mogućnost da prati više

merenja istovremeno je Rao-Blackwell-izovan partikal filter (RBPF), [6] - [8]. Ovaj filter se sastoji od N partikala, gde svaki od njih pojedinačno sadrži M estimacija. Opis stanja j -te estimacije je dvodimenzioni vektor $f_{e,j}(k)$, koji sadrži frekvenciju (f) i brzinu frekvencije ($\dot{f}$), (1). Postupak estimacije frekvencije komponentata se analizira kroz vremenske prozore signala, na kojima se izračunava DFT.

$$f_{e,j}(k) = [f \quad \dot{f}]^T, j = 1, \dots, M, \quad (1)$$

gde indeks k označava k -ti vremenski prozor. Svaki od N partikala sadrži estimaciju M merenja, pa se može predstaviti sledećim izrazom:

$$f_e^{(i)}(k) = [f_{e,1} \quad f_{e,2} \quad \dots \quad f_{e,M}]^T, i = 1, \dots, N, \quad (2)$$

gde i označava redni broj partikla. Dakle, matrica $f_e^{(i)}$ je dimenzije $2 \times M$.

Modeli procesa i opservacija partikal filtera su dati izrazom:

$$f_{p,j}^{(i)}(k) = F f_{e,j}^{(i)}(k-1) + Q(k), \quad (3)$$

$$f_{o,j}^{(i)}(k) = H f_{p,j}^{(i)}(k) + R(k). \quad (4)$$

Matrica transformacije predikcije je $H=[1 \ 0]$, dok su matrica šuma procesa $Q(k)$, matrica prelaza stanja F i vektor šuma merenja $R(k)$ dati sledećim izrazima:

$$Q(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_f N(0,1) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$R(k) = \sigma_f N(0,1), \quad (7)$$

pri čemu su: $f_{p,j}^{(i)}(k)$ predikcija stanja i -tog partikla za j -tu opservaciju, $f_{o,j}^{(i)}(k)$ j -ta opservacija i -tog partikla, T perioda diskretizacije, σ_f standardna devijacija šuma merenja frekvencije, standardna devijacija šuma procesa brzine frekvencije σ_f i $N(0,1)$ predstavlja standardnu Normalnu raspodelu. Matrica $f_p^{(i)}$ je dimenzija $2 \times M$, dok je $f_o^{(i)}$ dimenzije $1 \times M$. Prema tome, matrica estimacije stanja f_e i predikcija stanja f_p imaju dimenzije $2N \times M$, dok je matrica opservacija f_o dimenzija $N \times M$.

Merenja predstavljaju frekvencije u kojima je spektralna gustina srednje snage maksimalna. Kod višekomponentnih signala je otežano jednoznačno određivanje maksimuma. Neka su generisane opservacije stanja N partikala za j -tu frekvenciju izrazom (4). Algoritam za određivanje j -tog merenja, koje predstavlja frekvenciju u kojoj je maksimalna spektralna gustina srednje snage, $f_{m,j}(k)$, u k -tom prozoru, je opisan na sledeći način:

$$P(f_{m,j}(k), k) = \max(P(f_{o,j}(k), k)). \quad (8)$$

Matrica P predstavlja normalizovanu spektralnu gustinu srednje snage. Sada se izračunava težinski koeficijent, $w_j^{(i)}(k)$, na osnovu funkcije verovatnoće Normalne raspodele i težinskog koeficijenta istog partikla izračunatog u prethodnom prozoru:

$$w_j^{(i)}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_f} e^{-\frac{(f_{o,j}^{(i)}(k) - f_{m,j}(k))^2}{\sigma_f^2}} w_j^{(i)}(k-1). \quad (9)$$

Dobijeni težinski koeficijenti se normalizuju po j -toj koloni:

$$w_j^{(i)}(k) = \frac{w_j^{(i)}(k)}{\sum_{n=1}^N w_j^{(n)}(k)}. \quad (10)$$

Zatim se formiraju sume težinskih koeficijenata po partiklima $w_{sum}^{(i)}$. Dobijena suma se zatim normalizuje:

$$w_{sum}^{(i)} = \frac{w_{sum}^{(i)}}{\sum_{n=1}^N w_{sum}^{(n)}} \quad (11)$$

Filtriranje partikla počinja formiranjem kumulativne sume w_c :

$$w_c(d) = w_c(d-1) + w_{sum}^{(d-1)}. \quad (12)$$

za svako d , tako da je $d=2, \dots, N+1$, pri čemu je $w_c(1)=0$. Generiše se prag filtriranja uniformnom raspodelom od N koeficijenata na intervalu od $[0,1]$. Filtriranje kumulativne sume podrazumeva odbacivanje onih partikala za koje je vrednost kumulativne sume niža od vrednosti generisanog praga i umnožavanje onih partikala koji nisu odbačeni do ukupnog broja N .

Sledi proračun estimacije j -tog merenja u skladu sa izrazom:

$$f_{e,j}(k) = \sum_{i=1}^N w_j^{(i)}(k) \cdot f_{o,j}^{(i)}(k), \quad (13)$$

i kovarijansa estimacije:

$$\sigma_{e,j}^2(k) = \sum_{i=1}^N w_j^{(i)}(k) \cdot (f_{o,j}^{(i)}(k) - f_{e,j}(k))^2. \quad (14)$$

III. REZULTATI

Generisan je trokomponentni zašumljeni audio signal trajanja T_f 5 sekundi sa frekvencijom odabiranja $F_s=8$ kHz. Broj odabrak audio signala je N_y . Zakonitost promene frekvencija pojedinačnih komponenti signala su dati u izrazima:

1) *linearni čirp*,

$$f_1(t) = \frac{(0.7 - 0.95) F_s}{10} t + 0.95 \frac{F_s}{2}, \quad (15)$$

2) *sinusoidalna promena frekvencije*

$$f_2(t) = \frac{F_s}{4} - \frac{1}{2\pi t} \frac{500}{0.4} \sin(2\pi \cdot 0.4t), \quad (16)$$

3) *linearni čirp*,

$$f_3(t) = \frac{(0.3 - 0.1) F_s}{10} t + 0.1 \frac{F_s}{2}, \quad (17)$$

Sledi izraz kojim je generisan signal $y_s(t)$:

$$y_s(t) = 0.2 \sin(2\pi f_1(t)t) + 0.2 \sin(2\pi f_2(t)t) + 0.2 \sin(2\pi f_3(t)t). \quad (18)$$

Signalu je dodati beli Gausov šum $w_n(t)$ sa varijansom od 0.04. Sledi da je zašumljeni trokomponentni audio signal dat izrazom:

$$y(t) = y_s(t) + w_n(t). \quad (19)$$

Odnos snage signala i šuma SNR je 1.7 dB. Vremensko frekventijska analiza audio sekvence je predstavljena pomoću spektrograma. Za izračunavanje spektrograma od signala korišćeni su sledeći parametri: Diskretna Furierova transformacija u $Ndft=1024$ tačke, Kaiser prozorska funkcija dužine $L=400$ i parametrom oblika $\beta=3\pi$, dok je preklapanje između susednih prozora $O=200$ tačaka. Za fiksnu dužinu prozora, L , parametrom oblika β se može direktno praviti kompromis između širine glavnog loba i nivoa bočnih lobova.

Broj prozora BP je dat izrazom:

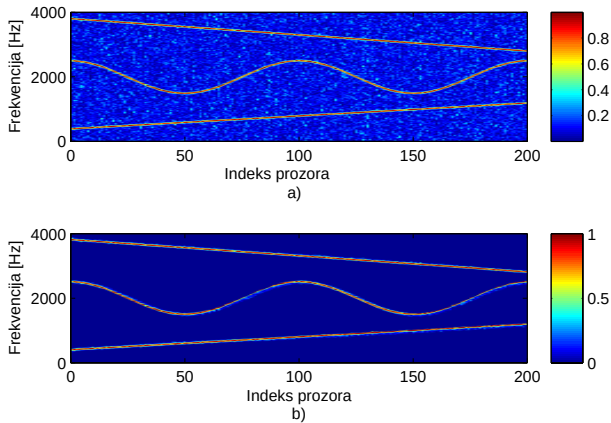
$$BP = \text{fix}\left(\frac{N_y - O}{L - O}\right). \quad (20)$$

Matrica S sadrži kompleksne koeficijente izračunate opisanom DFT-om, dimenzija $BP \times Ndft$. Podatak koji je potreban za frekventijsko-vremensku analizu audio signala u ovom radu je normirana spektralna snaga. Mora se imati u vidu da se analizira samo jedna polovina proračunatom simetričnog spektra snage i u daljem tekstu će se upotrebljavati vrednost $F_s/2$ za normiranje.

Sledi proračun matrice P , koja je istih dimenzija kao matrica S , i sadrži normirane vrednosti modula koeficijenata spektralne snage. Normiranje je izvršeno sa maksimalnom vrednošću modula koeficijenta spektralne snage po prozoru. Normirane vrednosti za svaki k -ti prozor, $k = 1, \dots, BP$, se računaju prema izrazu:

$$P(1:F_s/2, k) = \frac{|S(1:F_s/2, k)|}{\max(|S(1:F_s/2, k)|)}. \quad (21)$$

Na Sl. 1.a) je dat prikaz spektrogram originalnog audio signal, dok je na Sl. 2.b) dat spektrogram filtriranog signala.



Slika 1. a) Spektrogram generisanog signala, b) spektrogram filtriranog signala

Partikli se ažuriraju na osnovu izraza (3) i (4), pri čemu su:

$$\sigma_f = 3 \frac{F_s/2}{Ndft} \text{ standardna devijacija šuma merenja}$$

$$\text{frekvencije i } \sigma_{fv} = 1 \frac{F_s/2}{Ndft} s^{-1} \text{ standardna devijacija šuma}$$

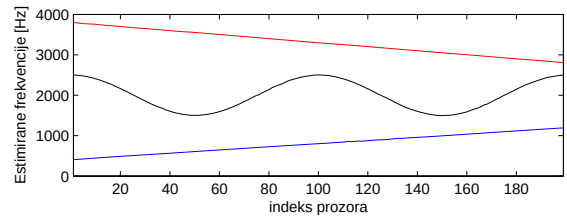
merenja brzine frekvencije. Perioda diskretizacije procesa

$$\text{iznosi } T = \frac{1}{F_s/2}.$$

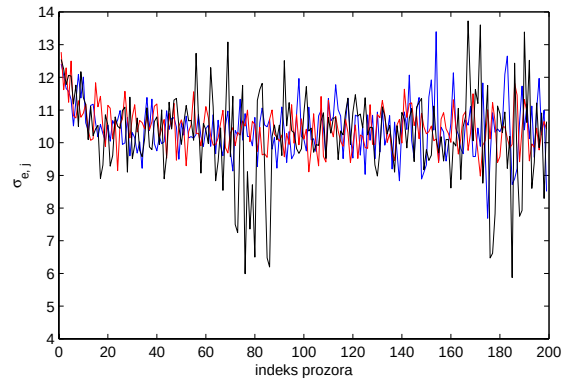
Frekvencije iz spektra koji predstavljaju merenje se dobijaju izrazom (8). Zatim se proračunavaju težinski koeficijenti partikala, izraz (9)-(12). Sledi proračun estimacije frekvencija i kovarijansi izrazima (13) i (14). Na Sl. 2 je prikazana estimacija frekvencija komponenti, dok je na Sl. 3 dat prikaz korena kovarijansi.

Na Sl. 4 je prikazana spektralna snaga u estimiranim frekvencijama. Kako su vrednosti spektralne snage u diskretnim frekvencijama, predložen je metod linearizacije između dve susedne frekvencije u kojima se računa DFT. Ovako proračunata spektralna snaga se definiše kao linearna spektralna snaga $P_{lin,j}(k)$ i proračunava se za svako j -to merenje u k -tom prozoru sledećim izrazom:

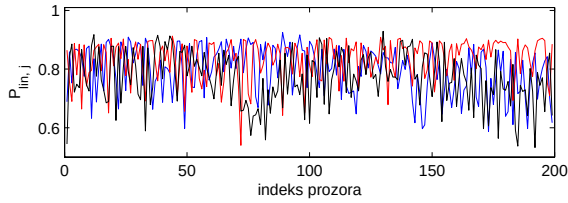
$$P_{lin,j}(k) = \frac{P(\text{fix}(f_{e,j}(k)/Ndft) \cdot Ndft)}{2} + \frac{P((\text{fix}(f_{e,j}(k)/Ndft) + 1) \cdot Ndft)}{2}. \quad (22)$$



Slika 2. Estimirane frekvencije



Slika 3. Standardne devijacije estimiranih frekvencija



Slika 4. Linearizovana spektralna gustina snage

Linearizovana spektralna snaga i estimirana frekvencija predstavljaju precizniju analizu u frekventnom domenu, jer time se koriguje curenje spektra.

Na osnovu radova u [9] i [10], može se proračunati spektralna entropija filtriranog signala na osnovu linearizovane spektralne snage. Spektralna entropija se računa sledećim izrazom:

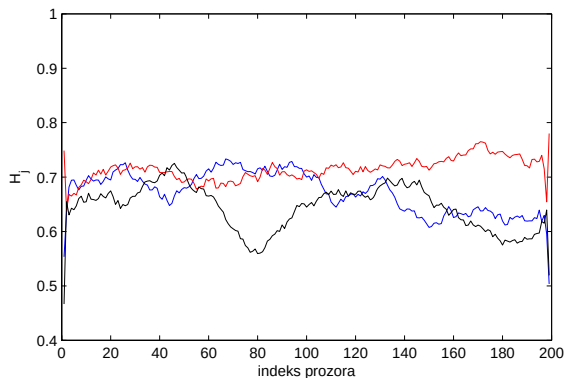
$$H_j(k) = P_{lin,j}(k) \ln(P_{lin,j}(k)). \quad (23)$$

Na Sl. 5 je spektralna entropija predstavljena usrednjavanjem od po 20 tačaka. Na osnovu vrednosti spektralne entropije se vidi da su dva signala uredjena, jer su vrednosti gotovo konstantne, dok je treći manje ureden, jer ima određenu varijaciju, na Sl. 5 je to plot crne boje. Ako se pogleda Sl. 3, vidi se da plot crne boje predstavlja signal, čija je sinusoidalna zakonitost promene frekvencije.

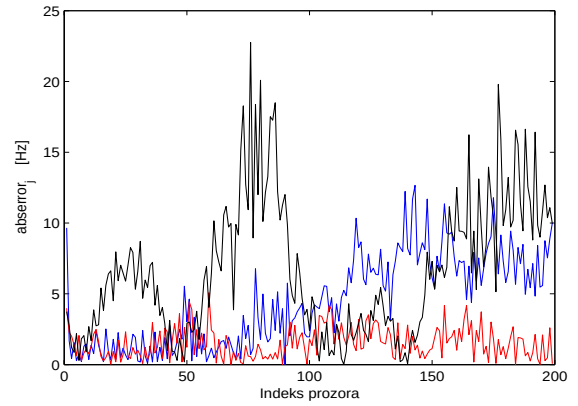
Grešku estimacije frekvencija je prikazano kroz apsolutnu grešku estimirane frekvencije i frekvencije koja je definisana kao merenje. Greška estimacije se računa izrazom:

$$abserror_j(k) = |f_{e,j}(k) - f_{m,j}(k)| \quad (24)$$

Za rezultate na Sl. 6, može se reći da je model estimacije optimalan za dve estimirane frekvencije, dok za jednu nije. Lošija estimacija je druge komponentne signala, definisana u izrazu (16).



Slika 5. Spektralna entropija



Slika 6. Apsolutna greška estimacije

Još jedan kriterijum za kvalitet estimacije je koren srednje kvadratne greške po frekvenciji za celu sekvencu signala. Definisan je sledećim izrazom:

$$rmse_j = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{BP} (abserror_j)^2}{BP}}. \quad (25)$$

U tabeli I su date vrednosti korena srednje kvadratne greške u zavisnosti od SNR . Analizom uticaja SNR na estimaciju, dolazi se do zaključka, da ako je vrednost SNR manja od -6.5 dB, ne može se estimirati frekvencija, jer je nivo spektralne gustina srednje snage signala vrlo blizak nivou spektralne gustina srednje snage šuma. S druge strane, ako je vrednost SNR veća od 15 dB, nema svrhe rad estimatora, jer je nivo šuma izuzetno nizak.

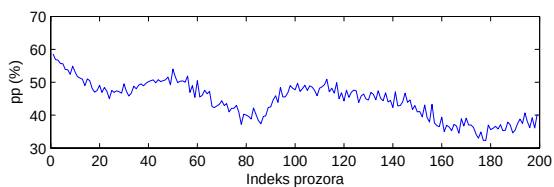
Na Sl. 7 je predstavljen proces filtriranja partikala kroz procenat partikala, koji nisu odsečeni filtriranjem, a izraz koji se izračunava je:

$$pp(k) = \frac{N_p}{N} 100\%. \quad (26)$$

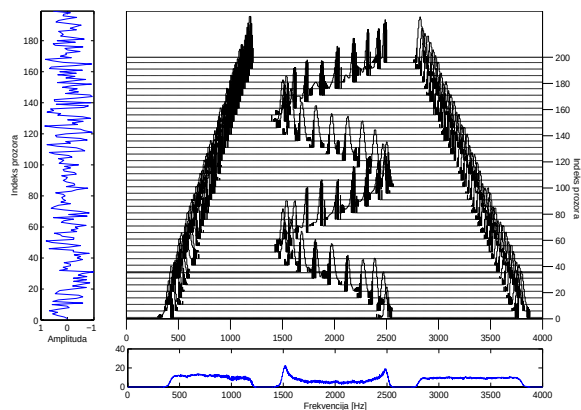
Broj N_p je broj partikala koji nisu odsečeni filtriranjem.

TABELA I. KOREN SREDNJE KVADRATNE GREŠKE U ZAVISNOSTI OD SNR

SNR	rmse _j [Hz]		
	j=1	j=2	j=3
13.82 dB	3.848	2.531	9.671
7.78 dB	3.211	1.357	8.106
1.81 dB	0.952	1.832	7.188
-4.3870	1.097	0.783	6.756
-6.2810	4.199	4.062	7.489



Slika 7. Procenat partikala, koji nisu oduševljeni mutiranjem



Slika 8. Vremensko – frekvencijski filtriranog audio signala

Na Sl. 8 je vremensko frekvencijski prikaz filtriranog signala.

IV. ZAKLJUČAK

Generisan je trokomponentni audio signal utopljen u beli Gausov šum. Rao-Blackwell-izovan partikal filter je primenjen za estimaciju frekvencija pojedinačnih komponenti signala. Merenja su izdvojena iz signala upotrebom partikala i maksimalne normirane spektralne gustine srednje snage. Kvantitativna analiza kvaliteta estimacije je pokazala dobre rezultate. Doprinos primene RBPF je u preciznijoj estimaciji frekvencija, koje se ne mogu dobiti DFT-om. Ovime se smanjuje curenje spektra. U radu je predstavljen uticaj SNR na kvalitet estimacije i spektralna entropija izdvojenih komponenti.

LITERATURA

- [1] L. Rankine, M. Mesbah, and B. Boashash, "IF estimation for multicomponent signals using image processing techniques in the time-

frequency domain," *Signal Processing*, vol.87, no.6, pp. 1234–1250, 2007.

- [2] Lj. Stanković, M. Daković, T. Thayaparan, "A real-time time-frequency based instantaneous frequency estimator", *Signal Processing*, vol.93, pp. 1392–1397, 2013.
- [3] Doucet, A. and Johansen, A. M. "A tutorial on particle filtering and smoothing: fifteen years later", in *Handbook of Nonlinear Filtering* (eds D. Crisan and B. Rozovsky), Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- [4] Doucet, A., de Freitas, J. F. G. and Gordon, N. J., "Sequential Monte Carlo Methods in Practice", New York: Springer, 2001.
- [5] Andrieu, C., De Freitas, J. F. G. and Doucet, A. (1999) Sequential Markov chain Monte Carlo for Bayesian model selection. In *Proc. Wrkshp Higher Order Statistics*, Caesar, pp. 130–134. New York: Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- [6] B.-N. Vo, S. Singh, and A. Doucet, "Random finite sets and sequential monte carlo methods in multi-target tracking", *Proceedings of International Radar Conference*, pp. 486–491, September 2003.
- [7] M. Vihola, "Rao-Blackwellized particle filtering in random set multitarget tracking," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 43, No. 2, pp. 689-705, 2007.
- [8] S.Sarkka,A.Vehtari,andJ.Lampinen,"Rao-Blackwellized particle filter for multiple target tracking," *Information Fusion*, 2006.
- [9] Milenko Andrić, Stojadin Manojlović, "Analiza radarskih signala pomoću spektralne entropije", *YUINFO 2009*, 08. - 11. mart 2009.
- [10] Nemanja Majstorović, Milenko Andrić, Davorin Mikluc, "Entropy-based algorithm for speech recognition in noisy environment", *TELFOR 2011*, Beograd, 22. - 24. novembar 2011.

ABSTRACT

The application of Rao-Blackwellized particle filter in the estimation of multicomponent audio signal frequencies has been analysed in this paper. The analysed signal consists of three components immersed into white Gaussian noise. The applied particle filter estimates frequencies on the basis of mean power of normalised spectral density maximum value. Time-frequential signal analysis has been conducted by means of spectrogram. Quantitative measure of the frequent signal components estimation quality has been presented by the following values: absolute estimation error, estimated frequencies spectral entropy and frequency root mean square error.

Rao-Blackwellized particle filter application analysis in frequency estimation of multi-component audio signal

Davorin Mikluc, Milenko Andrić, Boban Bondžulić, Srđan Mitrović