

# Indirektno merenje struja u provodnicima velikog preseka

Snežana Aleksandrović, Ines Grozdanović

Rudarsko-geološki fakultet

Univerzitet u Beogradu

Beograd, Srbija

[snezana.aleksandrovic@rgf.bg.ac.rs](mailto:snezana.aleksandrovic@rgf.bg.ac.rs), [ines.grozdanovic@rgf.bg.ac.rs](mailto:ines.grozdanovic@rgf.bg.ac.rs)

**Sadržaj**—Za merenje velikih intenziteta struja ne mogu se primeniti uobičajene metode, ili je njihova primena povezana sa mnogim teškoćama. Često se, međutim, javlja potreba za merenjem ovakvih struja ili registrovanjem njihovih brzih promena. Kako primena poznatih metoda za direktno merenje manjih struja u ovakvim slučajevima nije moguća iz više razloga, kao optimalna se pokazala indirektna metoda merenja struja pomoću Holovih senzora. Cilj ovog rada je upoznavanje sa mogućnostima i prednostima metode merenja velikih struja u provodnicima kružnog i pravougaonog preseka merenjem magnetne indukcije u njihovoj okolini.

**Ključne reči - intenzitet struje; sabirnice; Holov senzor**

## I. UVOD

U mnogim elektroenergetskim sistemima postoji potreba za merenjem struja u provodnicima velikog poprečnog preseka, odnosno struja velikog intenziteta (reda veličine nekoliko stotina, ili hiljada ampera), kao i za registrovanjem njihovih brzih promena. Neki od primera su: kontrola velikih jednosmernih struja u elektrolizi, merenje struje u kolima za napajanje i slično. Kontrolna merenja ovih struja predstavljaju problem, jer ih je najčešće potrebno izvesti naknadno i bez prekidanja strujnog kola, te se postavlja pitanje izbora optimalne metode merenja u pomenutim slučajevima.

Indirektnu metodu merenja pomoću strujnih transformatora moguće je primeniti samo kod naizmeničnih struja. Osim toga, ova metoda merenja podrazumeva da su transformatori unapred ugrađeni u strujno kolo na određenom mestu na provodniku. Treba naglasiti da ugradnja mernog transformatora zahteva naknadno prekidanje strujnog kola. Ovo praktično znači da treba izvršiti presecanje provodnika velikog poprečnog preseka, što znatno otežava primenu ove metode i čini je neprihvatljivom.

Jedno od rešenja predstavljaju strujna klešta, ali ne i u slučaju jednosmernih struja. Strujna klešta nisu pogodna ni kod praćenja i registrovanja veoma brzih promena struje, jer sadrže gvozdeno jezgro. Uticaj magnetnih osobina materijala od koga je jezgro načinjeno ne može se zanemariti kod viših frekvencija i brzih promena i predstavlja ograničavajući faktor primene [1].

Merenje jednosmernih i naizmeničnih električnih struja velikog intenziteta i praćenje njihovih brzih promena najbolje je izvesti na indirektni način, pomoću Holovih senzora.

Kada kroz neki provodnik protiče električna struja, u njegovoj okolini postoji magnetsko polje, čiji intenzitet zavisi od jačine te struje [2]. Ova pojava može se iskoristiti za merenje jačine struje u provodniku na indirektni način, merenjem magnetske indukcije u neposrednoj okolini provodnika. Zbog svojih malih dimenzija, kao i velike osjetljivosti, za registrovanje intenziteta magnetske indukcije najbolje je koristiti Holove poluprovodničke senzore (generator). Na krajevima Holovog generatora dobija se napon srazmeran intenzitetu magnetske indukcije na mestu na kome je on postavljen, odnosno jačini merene struje u provodniku. Veličina ovog napona prilično je mala, ali to ne predstavlja naročitu teškoću, pošto se primenom pojačavača može povećati na dovoljnu vrednost.

Kod ove vrste merenja ne koristi se jaram od gvožđa, pa ne dolazi ni do pojave zasićenja, tako da napon na izlazu Holovog generatora može slediti vrlo brze promene struje u provodniku, što se može iskoristiti za njihovo praćenje, registrovanje memorisanje, ili za njihovu obradu pomoću računara, uz korišćenje odgovarajućih instrumentacionih modula i integrisanih softverskih paketa. U tom smislu u radu su ukratko prezentirane mogućnosti i specifičnosti ovakvog načina indirektnog merenja velikih struja.

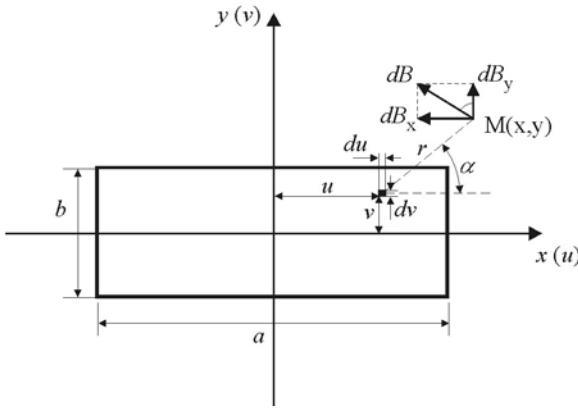
Postavljanje sondi sa Holovim generatorom na određeni način uz provodnik ne predstavlja problem jer se radi o masivnim i krutim provodnicima velikog preseka. Ovi provodnici mogu biti kružnog, ili pravougaonog preseka. Zbog toga je konfiguracija polja u njihovoj okolini sasvim različita u ova dva slučaja, pa se mora odvojeno i analizirati [3].

## II. TEORIJSKE OSNOVE METODE

Struktura magnetskog polja koga stvaraju električne struje može biti vrlo složena. Ona zavisi od oblika i rasporeda strujnih provodnika i intenziteta struja u njima. Međutim, na sve slučajeve može se primeniti Amperov zakon o cirkulaciji vektora magnetske indukcije po proizvoljnoj zatvorenoj konturi, koji za prostorno strujno polje ima oblik [4], [5]:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \iint_S J dS \quad (1)$$

gde je  $\mathbf{J}$  vektor gustine struje, a  $dS$  element površine „ $S$ “ kroz koju protiče elektricitet.



Slika 1. Magnetno polje u okolini pravougaone sabirnice.

Jačina struje kroz tu površinu je:

$$i = \int_S J dS \quad (2)$$

U slučaju vrlo dugog cilindričnog provodnika kružnog preseka, linije magnetnog polja su koncentrični krugovi u ravнима normalnim na osu provodnika. Vektor magnetne indukcije je tangenta na liniju polja i ima isti intenzitet u svim tačkama jedne linije.

Kada se Amperov zakon primeni na kružnu konturu poluprečnika  $r \geq a$  (gde je  $a$  poluprečnik provodnika) za intenzitet vektora magnene indukcije dobija se:

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \quad (3)$$

gde je  $I$  intenzitet struje u provodniku, a  $\mu_0$  magnetna permeabilnost vazduha. Zbog toga je kod provodnika kružnog preseka najbolje senzore postaviti uz samu površinu provodnika.

Primena ove metode ne mora se ograničiti samo na provodnike kružnog preseka, već se može upotrebiti i kod provodnika pravougaonog preseka (sabirница). U tom slučaju konfiguracija polja je režirana vrlo složenom zakonitošću, pa se postavlja pitanje: gde postaviti senzor i koju komponentu magnetne indukcije meriti? U tom smislu u radu su prezentovani matematički aspekti promene intenziteta komponenata magnetne indukcije u zavisnosti od koordinata tačke u kojoj se vrši merenje.

Na sl. 1 prikazan je poprečni presek jedne sabirnice, čije su dimenzije  $a$  i  $b$ . Elementarna jačina magnetne indukcije u

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\mu_0 I}{4\pi ab} \left\{ \frac{1}{2} (2x+a) \ln \frac{(2y+b)^2 + (2x+a)^2}{(2y-b)^2 + (2x+a)^2} - \frac{1}{2} (2x-a) \ln \frac{(2y+b)^2 + (2x-a)^2}{(2y-b)^2 + (2x-a)^2} + \right. \\ &\quad \left. + (2y+b) \left[ \operatorname{arctg} \frac{2x+a}{2y+b} - \operatorname{arctg} \frac{2x-a}{2y+b} \right] - (2y-b) \left[ \operatorname{arctg} \frac{2x+a}{2y-b} - \operatorname{arctg} \frac{2x-a}{2y-b} \right] \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

tački  $M(x,y)$  koju stvara struja kroz elementarnu površinu  $dS = du \cdot dv$ , čije su koordinate  $u$  i  $v$  jednaka je:

$$dB = \frac{\mu_0 J dS}{2\pi r} \quad (4)$$

Vektor  $dB$  može se razložiti na komponente  $dB_x$  i  $dB_y$ , čiji su intenziteti:  $dB_x = -dB \cdot \sin \alpha$  i  $dB_y = dB \cdot \cos \alpha$ .

Ukupna magnetna indukcija u posmatranoj tački dobija se sabiranjem uticaja svih elementarnih struja po površini poprečnog preseka provodnika. Njene komponente su:

$$B_x = \int_S dB_x = -\frac{\mu_0 J}{2\pi} \int_S \frac{\sin \alpha}{r} dS \quad (5)$$

$$B_y = \int_S dB_y = \frac{\mu_0 J}{2\pi} \int_S \frac{\cos \alpha}{r} dS \quad (6)$$

Pošto je ukupna struja provodnika  $I = J \cdot a \cdot b$ , i zamenom:  $\sin \alpha = (y-v)/r$ ,  $\cos \alpha = (x-u)/r$  i  $r = [(x-u)^2 + (y-v)^2]^{1/2}$  u jednačine (5) i (6) za komponente magnetne indukcije duž  $x$  i  $y$  ose, u tački  $M(x,y)$  dobija se:

$$B_x = -\frac{\mu_0 I}{2\pi ab} \int_S \frac{y-v}{(x-u)^2 + (y-v)^2} dudv \quad (7)$$

$$B_y = \frac{\mu_0 I}{2\pi ab} \int_S \frac{x-u}{(x-u)^2 + (y-u)^2} dudv \quad (8)$$

odnosno,

$$B_x = -\frac{\mu_0 I}{2\pi ab} \int_{-a/2}^{a/2} \left[ \int_{-b/2}^{b/2} \frac{y-v}{(x-u)^2 + (y-v)^2} dv \right] du \quad (9)$$

$$B_y = \frac{\mu_0 I}{2\pi ab} \int_{-b/2}^{b/2} \left[ \int_{-a/2}^{a/2} \frac{x-u}{(x-u)^2 + (y-u)^2} du \right] dv \quad (10)$$

Integraljenjem se dobija:

$$\begin{aligned}
B_y = & \frac{\mu_0 I}{4\pi ab} \left\{ \frac{1}{2} (2y+b) \ln \frac{(2x+a)^2 + (2y+b)^2}{(2x-a)^2 + (2y+b)^2} - \frac{1}{2} (2y-b) \ln \frac{(2x+a)^2 + (2y-b)^2}{(2x-a)^2 + (2y-b)^2} + \right. \\
& \left. + (2x+a) \left[ \operatorname{arctg} \frac{2y+b}{2x+a} - \operatorname{arctg} \frac{2y-b}{2x+a} \right] - (2x-a) \left[ \operatorname{arctg} \frac{2y+b}{2x-a} - \operatorname{arctg} \frac{2y-b}{2x-a} \right] \right\} \quad (12)
\end{aligned}$$

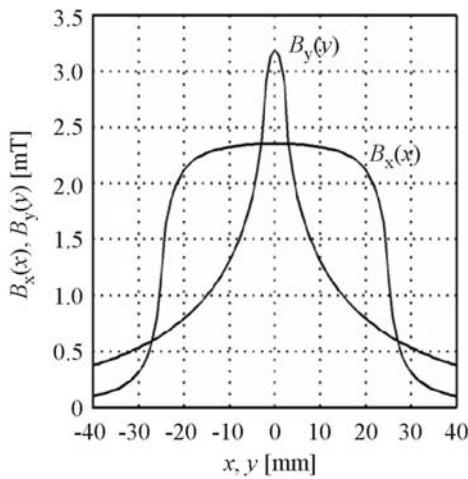
Nule ovih funkcija su  $B_x = 0$  za  $y = 0$ , odnosno  $B_y = 0$  za  $x = 0$ . Maksimum  $B_x$  nastupa za  $x = 0$ , a maksimum  $B_y$  za  $y = 0$ . Tok funkcija  $B_x(x)$  i  $B_y(y)$  predstavljen je na sl. 2. Krive su nacrtane za vrednosti parametara  $a = 50$  mm,  $b = 5$  mm i struju u provodniku  $I = 200$  A. Oblici krivih su isti i za ostale vrednosti parametara standardnih profila sabirnica.

Ispitivanjem se pokazalo da bi bilo najpogodnije postaviti senzor na sredinu odgovarajuće strane ( $x = 0$ , odnosno  $y = 0$ ). Međutim, u praksi nije pogodno merenjem određivati sredine strana, već je mnogo zgodnije da se to uradi približno, po osećaju. Kao siguran kriterijum za određivanje sredine usvojeno je da se ona može približno proceniti sa greškom manjom od  $\pm 10\%$  od dužine odgovarajuće strane (u praksi se ovo može uraditi i sa većom tačnošću).

Kao primer uzeta je sabirnica dimenzija  $50 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$  kod koje odstupanje komponente  $B_x$  iznosi  $-0.27\%$  za  $\Delta x = \pm 5$  mm (od nule). Za  $B_y$ , odstupanje je  $-0.5\%$  za  $\Delta y = \pm 0.5$  mm. Greške su u oba slučaja relativno male i međusobno se mnogo ne razlikuju. Međutim, u slučaju komponente  $B_x$  lako se može uočiti odstupanje od 5 mm, dok je u drugom slučaju prilično teško primetiti odstupanje od 0.5 mm.

U cilju smanjenja preslušavanja polja, koje se može pojavit kod dugačkih, parealelno postavljenih provodnika na rastojanju, moguće je postaviti osam Holovih senzora, kružno i simetrično oko provodnika (sl. 3), sa poluprečnikom  $d$  od centra pravougaone sabirnice ( $d = 30$  mm za posmatrani primer sabirnice  $50 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ ) [6].

Holovi senzori mogu se primeniti i za određivanje raspodele gustine struje visoke frekvencije u masivnim pravougaonim provodnicima usled skin efekta [7].



Slika 2. Magnetno polje u okolini pravougaone sabirnice.

### III. PRIMENJIVOST PREDLOŽENOG NAČINA MERENJA

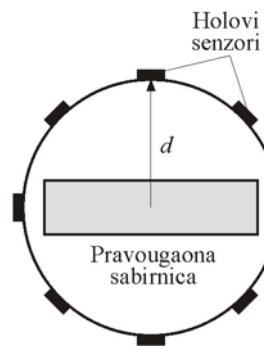
Intenzitet magnetne indukcije u okolini provodnika kroz koji protiče struja srazmeran je njenoj jačini, bez obzira na profil provodnika. Ova činjenica koristi se za indirektno merenje struje, pod uslovom da se radi o dugom, pravom provodniku i da je gustina struje u njemu homogena. Pored toga, potrebno je još i da gustina struje ne bude isuviše mala.

Pošto se razmatra merenje struje u provodnicima relativno velikog preseka, uslov da su oni dugi i pravi praktično je uvek ispunjen. Radi se o tome da su to pravo vodenici (osim na mestima savijanja), kruti provodnici, nalik na šine, naročito kod većih preseka. Može se slobodno reći da su "dugi" uvek kada im je dužina znatno veća od poprečnih dimenzija, što je u praktičnim izvođenjima redovan slučaj.

Uslov da je gustina struje u provodniku homogena ispunjen je jer se radi o jednosmernim i naizmeničnim strujama niskih frekvencija. Ostaje još uslov da gustina struje nije isuviše mala. To praktično znači da u provodniku određenog preseka jačina struje ne sme biti ispod neke granice. Ovu granicnu vrednost određuje nominalni intenzitet magnetne indukcije u okolini provodnika koji se može meriti sa velikom sigurnošću.

Stiče se utisak da uslov u pogledu gustine struje predstavlja ozbiljan ograničavajući faktor za ovakav način merenja, naročito kod provodnika velike površine poprečnog preseka. Međutim, analizom izraza za magnetnu indukciju u okolini provodnika, za različite standardne preseke (najmanje, srednje i najveće) dolazi se do sasvim suprotnih zaključaka.

U tabelama I i II navedene su brojne vrednosti nekih karakterističnih veličina za različite preseke standardnih provodnika. Ove vrednosti dobijene su na osnovu usvojenog kriterijuma da se merenje magnetne indukcije vrši na površini provodnika i da njena vrednost ne treba da bude ispod  $10^{-4}$  T.



Slika 3. Holovi senzori oko pravougaone sabirnice.

Sa  $J_{\min}$  označena je najmanja gustina struje za određeni presek provodnika, a sa  $I_{\min}$  struja koja odgovara toj gustini. Najveća propisana struja za posmatrani presek označena je sa  $I_{\max}$  (kod pravougaonih profila navedene su posebno vrednosti za jednosmernu i naizmeničnu struju). U poslednjoj koloni tabele date su vrednosti  $(I_{\min}/I_{\max}) \cdot 100\%$ , koje za određeni presek pokazuju procentualnu veličinu najmanje struje koja se može meriti u odnosu na najveću dozvoljenu struju trajnog opterećenja.

U slučaju provodnika pravougaonog preseka, kao što se vidi iz tabele I, odnos minimalne i maksimalne dozvoljene struje ne premašuje vrednost od 1.988% i to u nepovolnjem slučaju (naizmenična struja) i za najmanje dimenzije profila ( $12 \times 2 \text{ mm}^2$ ).

TABELA I. PROVODNICI PRAVOUGAONOG PRESEKA

Širina × debljina [mm <sup>2</sup> ]	$J_{\min}$ [A/mm <sup>2</sup> ]	$I_{\min}$ [A]	$I_{\max}$ [A]	$I_{\min}/I_{\max} \cdot 100\%$
			DC/AC	DC/AC
12 × 2	0.089	2.132	115 / 110	1.853 / 1.988
50 × 5	0.034	8.495	650 / 630	1.307 / 1.348
120 × 10	0.017	20.163	2150 / 2000	0.938 / 1.008
200 × 10	0.016	32.876	3400 / 3000	0.967 / 1.096

TABELA II. PROVODNICI KRUŽNOG PRESEKA

Prečnik [mm]	$J_{\min}$ [A/mm <sup>2</sup> ]	$I_{\min}$ [A]	$I_{\max}$ [A]	$I_{\min}/I_{\max} \cdot 100\%$
6	0.053	1.5	125	1.2
16	0.034	4	480	0.833
36	0.017	9	900	1

Kod provodnika kružnog preseka (tabela II) procentualni odnos minimalne struje i struje opterećenja ima najveću vrednost za najmanji izabrani prečnik (6 mm). Vidi se da je minimalna struja, koja se može meriti na osnovu usvojenih kriterijuma, mala u odnosu na trajnu vrednost struje opterećenja datu propisima za odgovarajući profil provodnika.

Kako se radi o energetskim provodnicima koji služe za napajanje i čija je nominalna struja bliska maksimalno dozvoljenoj struci trajnog opterećenja, ovako male vrednosti ne mogu se očekivati u normalnom radu, pa zbog toga i nisu od interesa za merenje. Ovo, tim pre, što ovakva merenja treba da posluže prvenstveno za kontrolu pogona u približno nominalnom režimu. To znači da minimalna gustina struje praktično ne predstavlja ograničavajući faktor za ovakav način indirektnog merenja struje.

#### IV. ZAKLJUČAK

Za kontrolna merenja struja velikog intenziteta u provodnicima kružnog i pravougaonog preseka i za praćenje brzih promena struje u njima, najpogodnije je primeniti indirektnu metodu, pomoću Holovih generatora. Primena ove metode ne zahteva prekidanje strujnog kola, a postiže se i potpuno galvansko odvajanje kola merenje struje od mernog kola instrumenta. U radu je predstavljena analiza strukture magnetskog polja u slučaju provodnika kružnog i pravougaonog preseka i, u tom smislu, optimalnog mesta postavljanja Holovih generatora. Na osnovu analize minimalne gustine struje u slučaju nekih karakterističnih standardnih preseka provodnika, datih u radu, dolazi se do zaključka da su uslovi primenjivosti razmatranog indirektnog načina merenja u potpunosti zadovoljeni u praksi.

#### LITERATURA

- [1] G. Hosemann, "Elektrische Energietechnik," Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001.
- [2] E. Ramsden, "Hall-Effect Sensors: Theory and Applications," 2nd ed., Burlington: Elsevier 2006.
- [3] S. M. Sze, "Semiconductor Sensors," New York: Wiley, 1994.
- [4] R. Boll, K. J. Overshott, "Sensors - A Comprehensive Survey," vol. 5: Magnetic Sensors, 1989.
- [5] I. Dolezel, P. Karban, P. Solin, B. Ulrych, Integral Methods in Low-Frequency Electromagnetics, New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.
- [6] L. Di Rienzo, R. Bazzocchi, A. Manara, "Circular Arrays of Magnetic Sensors for Current Measurement," IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 50, no. 5, October 2001, pp.1093-1096.
- [7] M. Kosek, M. Truhlar, A. Richter, "Skin effect in massive conductors at technical frequencies," Przeglad Eletryczny (Electrical Review), vol. 87, no. 5, May 2011, pp. 179-185.

#### ABSTRACT

The accustomed current measuring methods are not applicable to high-intensity currents and in case of their employment there are many difficulties. However, it is often necessary to measure these currents or to register their fast changes. The application of the known methods for low-intensity currents direct measurement is not possible in this case for several reasons, therefore the indirect method of high-intensity currents measurement by way of Hall's sensors. The purpose of this paper is to get familiar with the possibilities and advantages of the method for high-intensity currents measurement in conductors of circular and rectangular cross-section by magnetic flux density measurement in their surroundings.

#### INDIRECT CURRENT MEASUREMENT IN HIGH CROSS SECTION CONDUCTORS

Snežana Aleksandrović, Ines Grozdanović