PRECIZNIJE ODREĐIVANJE FREKVENCIJSKI ZAVISNIH EKVIVALENTNIH POLUPREČNIKA ALUČEL PROVODNIKA
IMPROVED DETERMINATION OF FREQUENCY DEPENDENT EQUIVALENT RADIUSES OF STEEL CORED ALUMINIUM CONDUCTORS

Karolina Kasaš-Lažetić, Miroslav Prša, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
Nikola Mučalica, »Elektroenergetika – Južna Bačka«, Novi Sad

Sadržaj – *Alučel užad su uvek napravljena u obliku upletenih provodnika. U praktičnim proračunima se realan provodnik često zamenjuje pojednostavljenim modelom, sastavljenim od koaksijalno postavljenih cilindričnih provodnika kružnog poprečnog preseka, unutrašnjeg od čelika, a spoljašnjeg od aluminijuma.*

Cilj ovog rada je da se odrede ekvivalentni poluprečnici čeličnog jezgra i aluminijumskog dela provodnika modela, kao i zavisnost tih poluprečnika od frekvencije. Pojam ekvivalencije se u ovom slučaju odnosi na istu podužnu otpornost, posebno čeličnog jezgra i posebno aluminijumskog dela koju ima realan provodnik, za različite, standardizovane vrednosti poprečnih preseka realnih provodnika, pri frekvencijama od 0Hz do 2500Hz (pedeseti harmonik osnovne industrijske frekvencije). Proračuni su izvršeni primenom COMSOL Multiphysics programskog paketa

Ključne reči – *Alučel provodnici, ekvivalentni poluprečnici čeličnog jezgra i aluminijumskog dela, raspodela struje, podužna otpornost*

Abstract – *Steel cored aluminium cables are always made as a bunch stranding conductors. In practical calculations real conductor is often replaced with simplified model, composed of two coaxial cylindrical conductors with circular cross-section, internal made of steel and external made of aluminum.*

The main goal of this paper is to determine equivalent radiuses of steel core and aluminum part of a conductor, as well as a frequency dependence of those radiuses. In this case, term equivalent means the same resistance per unit length of a steel core, and the same resistance per unit length of aluminum part as a real conductor, for different, standardized values of real conductor's cross-sections on frequencies from 0Hz to 2500Hz (fiftieth harmonic of basic industrial frequency). All calculation was carried out applying COMSOL Multiphysics computer program package.

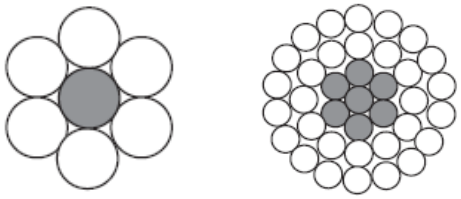
Key words – *Steel cored aluminium conductors, equivalent radiuses of steel core and aluminum part, current distribution, resistance per unit length*

1. UVOD

Vodovi predstavljaju najvažniji deo dalekovoda i kao takvi treba da imaju dobre mehaničke i provodne karakteristike. Da bi se ti zahtevi ispunili, pri izradi elektroenergetske nadzemne mreže se vrlo često koriste kombinovani provodnici, tzv. alučel užad, napravljena od aluminijuma i čelika. Mehaničku čvrstoću obezbeđuje jezgro od čelika, a dobru provodnost plašt od aluminijuma.

U slučaju manjih poprečnik preseka alučel užadi, oko čeličnog provodnika kružnog poprečnog preseka su upleteni aluminijumski provodnici, dok je kod većih poprečnih preseka i čelično jezgro sastavljeno od više upredenih pocinkovanih čeličnih provodnika. Smer upredanja narednog sloja je uvek suprotan u odnosu na prethodni sloj.

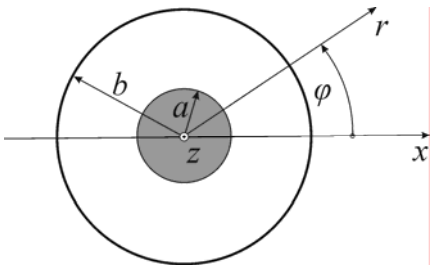
Tipičan izgled realnog alučel provodnika je prikazan na Sl.1 [1], [2] .



Sl. 1. *Poprečni presek realnog alučel provodnika*

Zbog specifične geometrije realnog provodnika, proračun električnog i magnetskog polja u samim provodnicima i van njih, kao i određivanje strujne raspodele u njima je dosta složen.

Radi pojednostavljenja analize posmatranih provodnika, u praktičnim proračunima se realan provodnik često zamenjuje modelom, sastavljenim od koaksijalno postavljenih cilindričnih provodnika kružnog poprečnog preseka, unutrašnjeg od čelika, a spoljašnjeg od aluminijuma, kao što je prikazano na Sl. 2.



Sl. 2. *Poprečni presek pojednostavljenog modela provodnika, u cilindričnom koordinatnom sistemu*

U radu [3] je analiziran model realnog alučel provodnika, u kojem su proračunate vrednosti ekvivalentnog spoljašnjeg poluprečnika b, alučel provodnika tako, da ukupna podužna otpornost pojednostavljenog modela, pri vremenski konstantnoj struji, bude jednaka ukupnoj podužnoj otpornosti realnog provodnika. Konstatovano je, da tako izračunat ekvivalentan poluprečnik praktično ne zavisi od frekvencije.

U ovom radu je alučel provodnik modelovan ekvivalentnim provodnikom kod koga je podužna otpornost čeličnog jezgra pri vremenski konstantnoj struji jednaka podužnoj otpornosti realnog provodnika i isti uslov je ispunjen i za plašt od aluminijuma. Iz datih jednakosti su određeni ekvivalentni poluprečnici modela, čeličnog jezgra - a i aluminijumskog plašta - b.

Cilj rada je da se ispita zavisnost izračunatih ekvivalentnih poluprečnika modela od frekvencije. Proračuni su izvršeni za različite, standardizovane vrednosti poprečnih preseka realnih provodnika, pri frekvencijama od 0Hz do 2500Hz, uglavnom na neparnim harmonicima industrijske frekvencije 50Hz.

2. TEORIJSKA OSNOVA

U slučaju prostoperiodičnih struja, zbog izrazitog površinskog efekta, veoma mali deo struje će se naći u čeličnom jezgru. To znači, da jezgro, iako je od nelinearnog materijala, nikad neće dostići zasićenje, i da može da se tretira kao linearan material konstantne permeabilnosti.

Linearnost problema i prostoperiodične struje koje postoje u provodnicima omogućavaju da se problem definiše i rešava u kompleksnom domenu.

Pri vremenski konstantnim strujama, podužna otpornost provodnika, poprečnog preseka S, načinjenog od homogenog materijala konstantne specifične provodnosti σ iznosi,

$$R'_{=} = \frac{1}{\sigma S}. \tag{1}$$

Na osnovu izraza (1) se određuje podužna otpornost ekvivalentnog modela alučel provdnika. U realnom modelu, podužna otpornost čeličnog jezgra, sastavljenog od N_{Fe} žica se izračunava prema izrazu

$$R'_{=Fe} = \frac{1}{\sigma_{Fe} N_{Fe} S_{Fe}}, \tag{2}$$

gde je S_{Fe} površina poprečnog preseka jedne čelične žice. Iz jednakosti podužnih otpornosti čeličnog dela modela $R'_{=mFe}$ i realnog provodnika $R'_{=Fe}$,

$$R'_{=mFe} = \frac{1}{\sigma_{Fe} a^2 \pi} = R'_{=Fe} = \frac{1}{\sigma_{Fe} N_{Fe} S_{Fe}} \tag{3}$$

može da se odredi poluprečnik čeličnog jezgra modela

$$a = \sqrt{\frac{N_{Fe} S_{Fe}}{\pi}}. \tag{4}$$

Izjednačavanjem podužnih otpornosti aluminijumskog dela modela $R'_{=mAl}$, i realnog provodnika $R'_{=Al}$,

$$R'_{=mAl} = \frac{1}{\sigma_{Al}(b^2 - a^2)\pi} = R'_{=Al} = \frac{1}{\sigma_{Al} N_{Al} S_{Al}}, \tag{5}$$

dolazi se do spoljašnjeg poluprečnika **b**, ekvivalentnog modela (Sl. 2),

$$b = \sqrt{\frac{N_{Al} S_{Al} + N_{Fe} S_{Fe}}{\pi}}. \tag{6}$$

Zahvaljujući linearnosti problema, jačina struje u provodniku neće uticati na oblik elektromagnetskog polja u njemu i van njega, kao ni na raspodelu struja.

Geometrija provodnika sugeriše primenu cilindričnog koordinatnog sistema (Sl. 2), sa z osom u pravcu ose provodnika. U tom slučaju, strujna raspodela može da se prikaže u *r*–φ ravni, a time ceo problem da se posmatra kao dvodimenzionalan.

Rešavanje definisanog zadatka je najpogodnije započeti postupkom određivanja izraza za kompleksni magnetski vektor potencijal. U zadatom koordinatnom sistemu, kompleksni vektor gustine struje ima samo z-komponentu i funkcija je r i φ koordinate. Na osnovu toga, može da se uoči i da magnetski vektor potencijal ima samo z komponentu i da je funkcija r i φ koordinate.

Magnetski vektor potencijal se dobija rešavanjem parcijalne diferencijalne jednačine [4], [5] oblika

$$\Delta \underline{A}_z - j\omega\mu\sigma \underline{A}_z = -\mu \underline{J}_z, \tag{7}$$

koja u cilindričnom koordinatnom sistemu, glasi

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \underline{A}_z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \underline{A}_z}{\partial \varphi^2} - j\omega\mu\sigma \underline{A}_z = -\mu \underline{J}_z. \tag{8}$$

Za granični uslov pri rešavanju gornje diferencijalne jednačine je uzeto da magnetski vektor potencijal isčezava dovoljno daleko od provodnika.

Izračunate vrednosti magnetskog vektor potencijala definišu vektor gustine indukovane struje unutar provodnika

$$\underline{\vec{J}}_{ind} = -j\omega\sigma\underline{\vec{A}}\,, \tag{9}$$

dok je kompleksni vektor ukupne gustine struje jednak,

$$\underline{\vec{J}}_{tot} = \underline{\vec{J}}_0 + \underline{\vec{J}}_{ind}\,. \tag{10}$$

Snaga Džulovih gubitaka po jednom kilometru dužine provodnika može da se odredi integracijom po poprečnom preseku provodnika, S_{pp},

$$P'_J = \int_{Spp} \frac{J_{tot}^2}{\sigma} dS\,, \tag{11}$$

dok se podužna otpornost po kilometru dužine kabla izračunava pomoću izraza

$$R' = \frac{P'_J}{\left|\underline{I}_0\right|^2}\,, \tag{12}$$

gde je $\underline{I}_0$ kompleksna jačina struje u provodniku.

3. MODEL

Problem je rešavan primenom AC/DC modula COMSOL Multiphisics 3.5a programskog paketa [6]. Korišćen je "Quasi-static, Magnetic-Perpendicular Induction currents, Vector Potential" mod, i Time-harmonic simulacija. Geometrija sistema omogućava da se problem posmatra kao dvodimenzionalan.

Pretpostavljena kompleksna jačina struje u provodniku je $\underline{I}_0$=(1+j0)A.

Specifične provodnosti materijala od kojih je načinjen provodnik su preuzete iz biblioteke paketa, i iznose $\sigma_{Al}=3{,}774\cdot10^7$ (S/m) i $\sigma_{Fe}=1{,}12\cdot10^7$ (S/m). Relativna permeabilnost čelika je μ_{rFe}=4000.

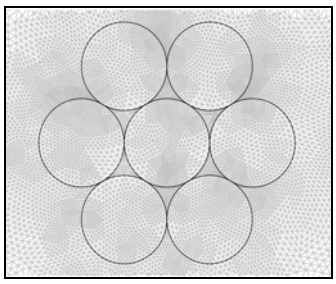
Pošto se analizirani provodnici nalaze u vazduhu, električne i magnetske karakteristike okruženja su takođe podešene na odgovarajuće vrednosti (ε_r=1, μ_r=1, σ_0=0).

Oblast oko provodnika je ograničena kružnom linijom poluprečnika R_{gr}=1m, sa centrom u koordinatnom početku.

Pošto ukupna jačina struje kroz posmatranu oblast mora da bude jednaka nuli ($-\vec{n}\times\vec{H} = \vec{J}_{sz}$), na granici oblasti je definisana struja, intenziteta površinske gustine,

$$J_s = -\frac{I_0}{2\pi R_{gr}}\,. \tag{13}$$

Da bi se što tačnije odredila strujna raspodela u provodnicima sistema, neophodno je formirati dovoljno gustu mrežu u svim delovima posmatranog modela (Sl. 3.).



Sl. 3. *Deo analiziranog domena sa formiranom mrežom pri analizi alučel užeta 25/4*

Nakon što je definisana mreža, program vrši izračunavanje magnetskog vektor potencijala iz jednačine

$$j\omega\sigma\vec{A} + \nabla\times(\mu_0^{-1}\mu_r^{-1}\nabla\times\vec{A}) = J_z\vec{i}_z\,, \tag{14}$$

u određenim tačkama mreže, i time omogućuje određivanje i drugih veličina od interesa, kao što su intenzitet vektora gustine struje u provodnicima kabla i snaga Džulovih gubitaka po jedinici dužine kabla. Pomoću tih veličina se, na osnovu izraza (12), izračunava podužna otpornost po kilometru kabla.

4. DOBIJENI REZULTATI

Proračuni su izvršeni na većem broju standardizovanih alučel provodnika [1], [2] na deset različitih frekvencija (0 Hz, 50 Hz, 150 Hz, 250 Hz, 350 Hz, 450 Hz, 1000 Hz, 1500 Hz, 2000 Hz i 2500 Hz), za realan provodnik, i njegov ekvivalentan model.

U radu su predstavljeni rezultati za dva karakteristična alučel provodnika, nominalnih površina 25/4mm^2 i 125/30mm^2, čije su osnovne karakteristike date u Tabeli 1.

Tabela 1. *Alučel užad – Osnovni podaci*

Nazivni presek užeta [mm^2]	Čelično jezgro	Aluminijumski plašt	
	Broj žica i njihov prečnik	Broj žica i njihov prečnik	Broj slojeva
	n × mm	n × mm	
25/4	1 × 2,25	6 × 2,25	1
125/30	7(1+6) × 2,33	30(12+18) × 2,33	2

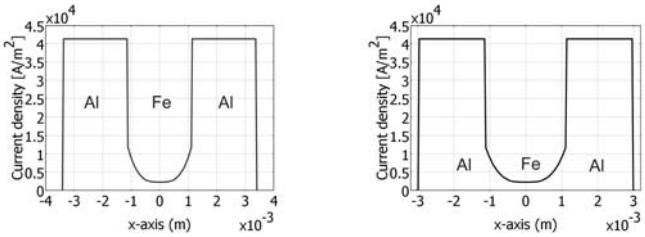
U Tabeli 2 su navedeni podaci o prečnicima čeličnog jezgra i kompletnog užeta realnog provodnika kao i vrednosti ekvivaletnih prečnika modela proračunatih na osnovu izraza (4) i (6).

Tabela 2. *Alučel užad – Dimenzije realnog provodnika i modela*

Nazivni presek užeta [mm^2]	Prečnik [mm]			
	Čelično jezgro		Kompletno uže	
	Realan provodnik	Model (2a)	Realan provodnik	Model (2b)
25/4	2,25	2,25	6,8	5,9528
125/30	6,99	6,1646	16,1	14,1728

Kao što je u poglavlju 2 objašnjeno, usled linearnosti problema, izbor intenziteta struje u provodniku ($\underline{I}_0$=1A) neće, prilikom analize, bitno uticati na dobijene rezultate.

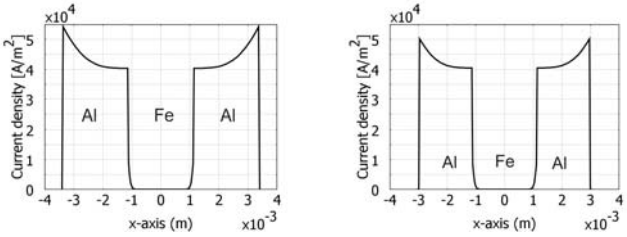
Raspodela struje u realnom provodniku manjeg poprečnog preseka, 25/4mm^2, na frekvenciji 50Hz, predstavljena je levim dijagramom na Sl. 4, dok desni dijagram na istoj slici prikazuje raspodelu struje u modelovanom provodniku.



Sl.4. *Intenzitet vektora gustine struje realnog i modelovanog provodnika 25/4 mm^2, duž pravca φ=0, na 50Hz*

Sa gornje slike se vidi da ne postoji značajna razlika u raspodeli struje u realnom i modelovanom provodniku 25/4, na frekvenciji 50Hz. Usled površinskog efekta, u čeličnom jezgru se nalazi veoma mali deo struje, a raspodela struje u aluminijumskom plaštu je ravnomerna. Površinski efekat je zanemarljiv u aluminijumskom delu užeta.

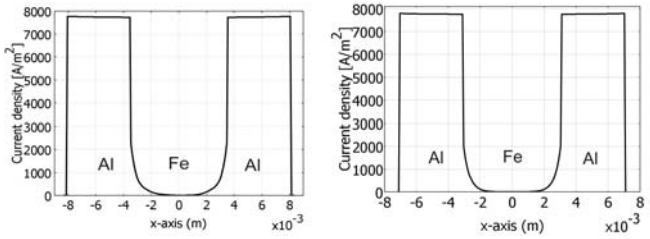
Raspodela struje u istom provodniku, ali na mnogo većoj frekvenciji (2500Hz) je prikazana na Sl. 5.



Sl.5. *Intenzitet vektora gustine struje realnog i modelovanog provodnika 25/4 mm^2, duž pravca φ=0, na 2500Hz*

Kao što se i očekivalo, površinski efekat je mnogo izraženiji na višim frekvencijama. U čeličnom jezgu praktično nema struje, a neravnomerna raspodela u aluminjumskom plaštu je jasno uočljiva. Usled smanjenja spoljašnjeg poluprečnika modela, smanjuje se i maksimalna vrednost intenziteta struje uz spoljašnji deo plašta, za otprilike 7%.

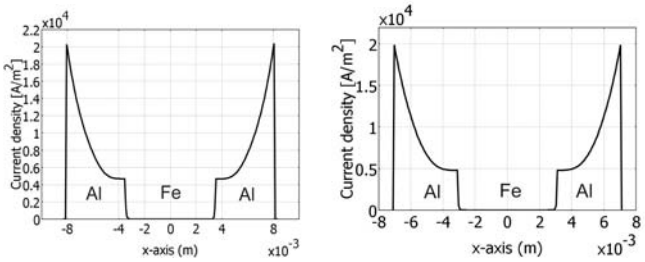
Na Sl. 6 je prikazana raspodela struje u provodniku 125/30. Desni dijagram odgovara realnom provodniku, a desni modelu, na frekvenciji 50Hz.



Sl.6. *Intenzitet vektora gustine struje realnog i modelovanog provodnika 125/30 mm^2, duž pravca φ=0, na 50Hz*

Raspodela struje je na posmatranoj frekvenciji veoma slična kao i kod provodnika manjeg poprečnog preseka (25/4). U čeličnom jezgru praktično nema struje; sva struja je kanalisana aluminijumskim plaštom. Površinski efekat se na posmatranoj frekvenciji u aluminijumskom delu ne uočava; raspodela struje je ravnomerna.

Površinski efekat najbolje dolazi do izražaja u užadima većih poprečnih preseka i na višim frekvencijama. Sl. 7 prikazuje raspodelu struje u realnom i modelovanom provodniku 125/30 na frekvenciji 2500Hz.



Sl.7. *Intenzitet vektora gustine struje realnog i modelovanog provodnika 125/30 mm^2, duž pravca φ=0, na 2500Hz*

U čeličnom jezgru, na datoj frekvenciji, ne postoji struja. Sa slike se vidi da je intenzitet struje uz spoljašnji deo plašta mnogo veći (4 puta) nego uz njegov unutrašnji deo.

Podužne otpornosti vodova su određene korišćenjem izraza (13), za sve navedene frekvencije. Dobijene vrednosti su prikazane u Tabeli 3, a kao što je uobičajeno, podužne otpornosti su date po kilometru dužine kabla.

Tabela 3.*Podužne otpornosti posmatrane alučel užadi*

Provodnik	**25/4mm^2**		**125/30mm^2**	
f (Hz)	**R' (Ω/km)**		**R' (Ω/km)**	
	Realan	**Model**	**Realan**	**Model**
0	1,05837	1,05840	0,19352	0,19373
50	1,09457	1,09460	0,20533	0,20587
150	1,09960	1,09962	0,20654	0,20688
250	1,10203	1,10204	0,20770	0,20797
350	1,10497	1,10494	0,21065	0,21088
450	1,10721	1,10711	0,21465	0,21493
1000	1,10936	1,10917	0,21969	0,22008
1500	1,12454	1,12345	0,26116	0,26338
2000	1,14540	1,14292	0,30722	0,31278
2500	1,17312	1,16879	0,35116	0,36095

Iz Tabele 3 može da se zaključi da se podužne otpornosti alučel provodnika, predstavljene preko ekvivalentnog modela, veoma malo razlikuju od podužnih otpornosti realnih provodnika.

5. ZAKLJUČAK

U radu je prikazan način efikasne zamene realnog alučel provodnika ekvivalentnim modelom koaksijalno postavljenih cilindričnih provodnika, unutrašnjeg od čelika, i spoljašnjeg od aluminijuma.

Pokazano je, da ovaj matematički model realnog provodnika može da se koristi za određivanje raspodele struja u provodnicima i podužnih otpornosti provodnika svih oblika poprečnog preseka.

Izvršena je analiza standardizovanih alučel provodnika različitih poprečnih preseka, u opsegu učestanosti od 50Hz do 2500Hz, posmatrajući uglavnom neparne harmonike osnovne učestanosti.

Pokazano je da ekvivalentan model može uspešno da zameni realan provodnik pri određivanju raspodele struja po poprečnom preseku i proračunu podužne otpornosti posmatranih alučel užadi.

Veoma bitan zaključak je, da, kao u [3], proračunati ekvivalentni poluprečnici modela ne zavise od frekvencije.

U visokonaponskim mrežama se uglavnom postavljaju jedan pored drugog dva ili više provodnika po fazi. U tom slučaju, osim površinskog efekta, postoji i efekat blizine, čiji uticaj takođe treba uzeti u obzir.

LITERATURA

[1] „Užad za nadzemne vodove“, dokument u .pdf formatu, skinut sa internet stranice http://www.elka.hr/media/katalog/14/alu-celicna_uzad_za_nadzemne_vodove.pdf 18. januara 2011.

[2] Lj. Gerić, Razvodna postrojenja-Zbirka zadataka, 2. izdanje, Novi Sad: Fakultet Tehničkih Nauka, 2006.

[3] N. Mučalica, M. Prša, K. Kasaš-Lažetić, Određivanje frekvencijski zavisnog ekvivalentnog poluprečnika Alučel provodnika, Zbornik radova Naučno-stručnog Simpozijuma INFOTEH-JAHORINA 2010, Ref. D-9 pp. 395-398, 2010.

[4] B. D. Popović, *Elektromagnetika*, 2. izdanje, Beograd: Građevinska knjiga, 1986.

[5] D. Ivanović, *Vektorska analiza* , 2. izdanje, Beograd: Naučna knjiga, 1960.

[6] Dokumentacija “COMSOL-Multiphysics 3.5a”, 2008.