INFOTEH-JAHORINA Vol. 10, Ref. B-I-11, p. 114-118, March 2011.

UTICAJ PARAMETARA ENERGIJSKE FUNKCIJE NA STABILNOST RADA HOPFIELD-OVE NEURALNE MREŽE

THE INFLUENCE OF ENERGY FUNCTION PARAMETERS ON THE STABILITY OF HOPFIELD NEURAL NETWORK

Nenad Kojić, *Visoka škola strukovnih studija za informacione i komunikacione tehnologije, Beograd*
Irini Reljin, *Ministarstvo za telekomunikacije i informaciono društvo, Elektrotehnički fakultet, Beograd*
Branimir Reljin, *Inovacioni centar Elektrotehničkog fakulteta u Beogradu*

Sadržaj - *Intenzivan razvoj računarskih mreža zahteva razvoj sofisticiranih protokola za rutiranje, koji treba da omoguće pouzdanost i kvalitet pojedinih servisa. Skalabilnost same mreže mora da bude podržana i odgovarajućim algoritmom za rutiranje. Međutim, promena topologije mreže direktno menja rang matrica koje koristi algoritam (matrice kojima se opisuje stanje komunikacione mreže), što može dovesti do promene stabilnosti rada protokola za rutiranje. U ovom radu će se posmatrati model Hopfield-ove neuralne mreže namenjen višekriterijumskom rutiranju, u realnom mrežnom okruženju, koji su autori ranije razvili. Na tom modelu će se vršiti analiza stabilnosti neuralne mreže i preciznost algoritma usled promene parametara energijske funkcije i ranga matrica. Cilj rada je definisanje opsega u kojima se može vršiti promena svih parametara neuralne mreže kako bi se to minimalno odrazilo na stabilnost i kvalitet dobijenog rezultata.*

Abstract - *Intensive development of computer networks requires the development of sophisticated protocols for routing, which should provide the reliability and quality of certain services. Scalability of the network must be supported by the appropriate routing algorithm. However, changing the network topology makes directly change rang of matrix used by the algorithm (matrix that describes the state of the communication network). These changes can lead to routing protocols stability. In this paper we will consider a model of the Hopfield neural network designed for multi-criteria routing in real-network environment, which the authors have already developed. On this model will be performed stability analysis of neural networks and accuracy of the algorithm due to changes in parameters of energy functions and matrix's rank. The aim is to define the extent to which changes can be made of all the parameters of the neural network to the minimum impact on the stability and quality of the obtained results.*

1. UVOD

U savremenim mrežnim okruženjima broj korisnika je vrlo promenljiv kao i trenutak konekcije ili pristupna tačka u mreži na koju će se novi korisnik priključiti [1]. U ovakvim uslovima rada, a posebno imajući u vidu saobraćaj koji je eksplozivnog karaktera i potrebe za omogućavanjem garancija u kvalitetu servisa, protokoli za rutiranje imaju vrlo važnu ulogu. Dinamičnost promena topologije mreže i parametara iste, zahteva da i protokol može adaptivno i dinamički da odgovori na sve postavljene zadatke [1],[2].

Postoji veliki broj radova u kojima autori predlažu različite vrste rešenja u cilju ostvarivanja što kvalitetnijeg, bržeg i racionalnijeg prenosa signala u ovakvim mrežnim uslovima. Jedan broj ovih radova je usmeren i na primenu veštačke inteligencije [3-6]. Razlog za to je mogućnost ove vrste sistema da učenjem na nepotpunom skupu ulaznih podataka vrše predikciju događaja, i relativno brzo konvergiraju ka rešenju, u skladu sa dinamičkim promenama parametara u mreži. U prethodnim radovima, autora ovog rada, razvijeno je nekoliko različitih modela Hopfield-ove neuralne mreže namenjenih rutiranju u različitim mrežnim topologijama i sa različitim upravljačkim i korisničkim zahtevima [3],[5].

Imajući u vidu opšti model Hopfield-ove neuralne mreže, može se pokazati da ona ispunjava sve potrebne uslove koje u opštem slučaju zahteva pojam stabilnosti nekog sistema [3]. Međutim, uslov da se kreirana neuralna mreža mora u potpunosti prilagoditi svim promenama u mrežnom okruženju, pa i broju rutera, tj. krajnjih korisnika, zahteva i prilagođenje odgovarajućih parametara neuralne mreže. Ukoliko su parametri opisani kao promenljive, njihov uticaj vrlo često i u velikoj meri može da utiče na stabilnost cele neuralne mreže, a samim tim i na izbor optimalnog rešenja tj. putanje za rutiranje [3],[7],[8]. Uz to, promena topologije, pored promene pojedinačnih vrednosti menja i rang korišćenih matrica. Promena ranga utiče na promenu složenosti algoritma i broja ciklusa koji se u njemu realizuju. U takvim slučajevima, promene imaju kvadratne efekte, i posmatraju se komulativno, što u pojedinim situacijama može da utiče na stabilnost celog sistema [7],[8]. Ukoliko do toga dođe, konačno rešenje nije optimalno i predstavlja jedan od lokalnih minimuma posmatrane matematičke funkcije ili potpuno divergentnu vrednost [7],[8].

U ovom radu će se posmatrati jedno ranije realizovano rešenje Hopfield-ove neuralne mreže namenjeno dinamičkom rutiranju paketa [9]. Ova neuralna mreža ima ulogu centralne logike u protokolu za rutiranje i rešenje nalazi multi-kriterijumskom optimizacijom parametara koji opisuju stanje komunikacione mreže. Većina drugih algoritama, koja koristi više parametara po linku, težinskim koeficijentima sve parametre svode na jedan parametar (cenu), po kome dalje vrše traženje najkraće putanje unutar mreže. Za razliku od ovakve logike rada, u ovom slučaju vrši se analiza i obrada svih parametara istovremeno, a na kraju dobija Pareto optimalno rešenje [6],[9].

U ovom slučaju za potrebe multikriterijumske optimizacije koristili smo Hopfield-ovu neuralnu mrežu [3], za koju je napisana namenski kreirana energijska funkcija [9]. Velike oscilacije ranga matrica (kojima se opisuju ulazni podaci), koje su u direktnoj korelaciji sa promenom u mrežnom okruženju, u nekim slučajevima mogu da dovedu do ugrožavanja stabilnosti neuralne mreže, pronalaženja neoptimalnog rešenja ili blokade rada mreže [7],[8].

Cilj ovog rada je da se, polazeći od uslova za opštu stabilnost Hopfieldove neuralne mreže, a zatim i projektovanja mreže za konkretno rešenje, dođe do zaključka kako parametri mreže i rang matrica mogu da dovedu do narušavanja stabilnosti. Cilj analize opsega vrednosti za sve parametre je ostvarivanje stabilnosti sistema čime se garantuje regularan rad neuralne mreže, što će dalje implicirati kvalitet dobijenog rešenja.

Ovaj rad je organizovan kroz pet poglavlja. Nakon uvoda i upoznavanja sa problemom koji će se rešavati, u drugom poglavlju su date teorijske analize modela Hopfield-ove neuralne mreže sa aspekta stabilnosti. U trećem poglavlju će se ova stabilnost posmatrati u kontekstu konkretne energijske funkcije i strukture mreže namenjene rutiranju paketa. U četvrtom poglavlju će se prikazati empirijski rezultati i analizirati uticaj parametara energijske funkcije na rad mreže. U petom poglavlju dat je zaključak i dalje smernice u istraživanju.

2. STABILNOST HOPFIELD-OVE NEURALNE MREŽE

Stabilnost Hopfield-ove neuralne mreže predstavlja veoma bitnu karakteristiku kako za samu mrežu tako i za njenu implementaciju [3],[7],[8],[10].

Stabilnost ove vrste neuralne mreže je karakteristika koja se može posmatrati kroz više različitih elemenata:

- promene energijske funkcije u vremenu,
- uticaja elemenata matrice **T** (matrice povezanosti u Hopfieldovoj neuralnoj mreži [3]),
- veza energijske funkcije i svih parametara mreže na traženje ravnotežnog stanja,
- uticaj pojedinačnih podmreža kroz elemente T_{ij} matrice **T**, na rad cele mreže,
- uticaj pojedinačnih podmreža kroz energijsku funkciju na rad cele mreže,
- stabilnosti podmreža, itd.

Za potrebe rutiranja koristićemo "*Continuous-time*" model Hopfield-ove neuralne mreže, gde se stanje i-tog neurona u mreži, opisuje relacijom (1) kao u [3],[7]

$$C_i \frac{dU_i}{dt} = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} T_{ij} V_j - \frac{U_i}{R_i} + I_i, \quad V_i = g(U_i) \tag{1}$$

gde je U_i napon kondenzatora C_i, R_i je otpornik vezan paralelno tom kondenzatoru, T_{ij} su konduktanse koje povezuju izlaze ostalih neurona, V_j, sa kondenzatorom C_i, a I_i je struja polarizacije i-tog neurona.

Opšti oblik energijske funkcije za Hopfield-ovu neuralnu mrežu definiše se kao u [7],[8]

$$E = -\frac{1}{2}\sum_i \sum_j T_{ij} V_i V_j - \sum_i V_i I_i + \sum_i \frac{1}{R_i}\int g^{-1}(V)dV \tag{2}$$

Teorema 1. Ako je g^{-1} monotono rastuća funkcija i ako je $T_{ij} = T_{ji}$, tada je $\frac{dE}{dt} \le 0$.

Dokaz:

Zapisujući $\frac{dE}{dt}$ kao $\frac{dE}{dt} = \sum_i \frac{\partial E}{\partial V_i}\frac{\partial V_i}{\partial t}$ i predstavljajući

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial V_i} &= -\frac{1}{2}\sum_j \left(T_{ij} + T_{ji}\right)V_j - I_i + \frac{U_i}{R_i} \\ &= -\frac{1}{2}\sum_j \left(-T_{ij} + T_{ji}\right)V_j - \left(\sum_{j=1}^{n} T_{ij} V_j + I_i - \frac{U_i}{R_i}\right) \\ &= -C_i \frac{dU_i}{dt} = -C_i \frac{\partial g^{-1}(V)}{\partial V_i}\frac{\partial V_i}{\partial t}\end{aligned} \tag{3}$$

Tada je

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_i C_i \frac{\partial g^{-1}(V)}{\partial V_i}\left[\frac{\partial V_i}{\partial t}\right]^2 \tag{4}$$

Ako je g^{-1} monotono rastuća funkcija, tada je $\frac{dE}{dt} \le 0$, a ravnotežno stanje je minimum energijske funkcije.

Ako matrica **T** nije simetrična, neuralna mreža može da konvergira u ograničenoj meri ili da divergira ako je I_i=0 [11]. Stavljajući u (1) da je I_i=0 i množeći celu jednačinu sa R_i dobija se

$$R_i C_i \frac{dU_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} T_{ij} R_i V_j - U_i \tag{5}$$

Uvodeći smenu $\tau_i = R_i C_i$ i $W_{ij} = T_{ij} R_i$ u (5) dobija se

$$\tau_i \frac{dU_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} W_{ij} V_j - U_i \tag{6}$$

U stabilnom stanju nema promene napona na kondenzatoru, dU_i/dt=0, pa je

$$U_i = \sum_{j=1}^{n} W_{ij} V_j \quad . \tag{7}$$

Tada je izlaz neurona

$$V_i = g\left(\sum_{j=1}^{n} W_{ij} V_j - I_i\right). \tag{8}$$

Za idealni operacioni pojačavač, energijska funkcija (2) tada postaje

$$E = -\frac{1}{2}\sum_i \sum_j T_{ij} V_i V_j - \sum_i V_i I_i \tag{9}$$

Polazeći od izraza (9) autori u radu [11] pokazuju da je stabilnost Hopfield-ove neuralne mreže generalno moguće ostvariti ako odgovarajući koeficijenti i uslovi zadovolje određena pravila i relacije. Cilj ovog rada je analiza uticaja parametara energijske funkcije, i ranga odgovarajućih matrica, na stabilnost cele neuralne mreže u prilog definisanja odgovarajućih relacija za stabilan rad mreže.

3. ANALIZA PARAMETARA HOPFIELD-OVE MREŽE NA STABILNOST RADA

U svom radu [3] Hopfield i Tank su predložili mogućnost primene ove vrste veštačkih neuralnih mreža za potrebe optimizacije. Naime, problem Trgovačkog putnika, TSP (*Travelling Salesman Problem*), spada u grupu klasičnih optimizacionih problema. Cilj putnika je da se obiđe svaki od n gradova, i to samo po jednom, i da se vrati u početni grad. Optimizacioni proces se zapravo svodi na traženje najkraće putanje koja zadovoljava ovaj uslov. Cena putanje je predstavljena dužinama pojedinačnih deonica (d_{xy}) kojima putnik prođe, a koje su fizička rastojanja između dva grada. Na taj način, ako se put započne iz grada *A*, preko gradova *B*, *C*, *D* i vraćanjem u *A*, ukupna dužina puta je

$$d = d_{AB} + d_{BC} + d_{CD} + d_{DA}.$$

Traženje optimalne putanje je vrlo složen problem i spada u grupu *NP-complete* problema [3]. Poseban problem je što vreme potrebno za nalaženje ove putanje eksponencijalno raste sa povećanjem broja gradova. Za rešenje ovog problema Hopfield i Tank [3] predlažu oblik energijske funkcije kao

$$E = A/2\sum_X\sum_i\sum_{j\neq i} V_{Xi}V_{Xj} + B/2\sum_i\sum_X\sum_{X\neq Y} V_{Xi}V_{Yj} + \\ +C/2\left(\sum_X\sum_I V_{Xi} - n\right)^2 + D/2\sum_X\sum_{Y\neq X}\sum_i d_{XY}V_{Xi}\left(V_{Y,i+1}+V_{Y,i-1}\right) \quad (10)$$

gde je:

V_{xi} *i*-ti neuron za grad *x* i gde je $0 \leq V_{xi} \leq 1$
d_{xy}, rastojanje između gradova *x* i *y*,
indeksi *i*-1 i *i*+1 izračunati po modulu *n*
a *A*, *B*, *C* i *D* su težinski koeficijneti.

Uloga prva dva člana je da obezbede postojanje samo jedne jedinice u svakoj vrsti i koloni matrice **V**, čime se obezbeđuje da se svaki grad poseti tačno jednom [3],[12]. Iz tog razloga, njihova minimizacija se može posmatrati i kroz sledeći iskaz

$$E = A/2\sum_x\left(\sum_i V_{xi} - 1\right)^2 + B/2\sum_i\left(\sum_y V_{yi} - 1\right)^2 + \\ +C/2\left(\sum_X\sum_I V_{Xi} - n\right)^2 + D/2\sum_X\sum_{Y\neq X}\sum_i d_{XY}V_{Xi}\left(V_{Y,i+1}+V_{Y,i-1}\right). \quad (11)$$

Posmatrajući parcijalni izvod energijske funkcije (10), u kojoj su prva dva člana predstavljena kao u (11), ima se

$$\frac{\partial E}{\partial V_{xi}} = A\left(\sum_j V_{xj} - 1\right) + B\left(\sum_y V_{yi} - 1\right) + CV_{Xi} \\ +D\sum_{y\neq x} d_{xy}\left(V_{y,i+1}+V_{y,i-1}\right). \quad (12)$$

Ukoliko je dobijeno rešenje stabilno [7], tada je

$$\sum_j V_{xj} = 1 \;\wedge\; \sum_y V_{yi} = 1 \quad (13)$$

što prema uslovu stabilnosti po kolonama [3],[7],[8] daje uslov za opštu stabilnost mreže, pod uslovom da su *x*, *y* i *z* različiti,

$$Dd_{xy} > 0 \text{ ili } D\left(d_{xy} + d_{xz}\right) > 0 \text{ za } V_{xi}{=}0 \quad (14)$$

što ukazuje da parametar *D* mora biti pozitivan.

S obzirom da se uticaj konstanti *A* i *B*, može posmatrati ravnopravno (podjednako je zastupljena stabilnost po vrstama i kolonama) može se pretpostaviti da je

$$A = B\,. \quad (15)$$

Posmatrajući izvod

$$\frac{dU_i}{dt} = -A\left(2V_{xi} - 2\right) - D\left(d_{xy}1V_{y1,i-1} + d_{xy}2V_{y2,i+1}\right) = 0 \quad (16)$$

dolazi se do sledeće relacije [8]

$$V_{xi} = 1 - \frac{D\left(d_{xy}1V_{y1,i-1} + d_{xy}2V_{y2,i+1}\right)}{2A} > 0 \quad (17)$$

Na taj način je relacija između parametra *A* i *D*

$$A > D\cdot\max\left(d_{xy}, \forall x, y\right) \quad (18)$$

U radu [8], autori analizom mogućih pozicija rasporeda vrednosti 1 u matrici V_{xi}, pokazuju da je

$$A < D\cdot\min\left(\left|d_{wx} - d_{yz}\right|, \forall w,x,y,z, w\neq x, y\neq z\right). \quad (19)$$

Relacije (13)-(19) treba da obezbede stabilan rad Hopfield-ove neuralne mreže i da utiču na optimalni izbor dobijenog rešenja. U ovom slučaju, optimalnost je direktno povezana sa pronalaženjam najkraće putanje.

U radu Ali-Kamoun [12], autori su dali značajna poboljšanja za proces traženja najkraće putanje. Za *n* gradova predložena promena koristi *n*(*n*-1) neuron – jer su dijagonalni elementi u matrici povezanosti uklonjeni– a traženje najkraće putanje se tada dobija na osnovu konačnog stabilnog stanja neurona. Predložena energijska funkcija ovih autora je data sa

$$E = \frac{\mu_1}{2}\sum_X\sum_{\substack{i\neq X\\(X,i)\neq(d,s)}} C_{Xi}V_{Xi} + \frac{\mu_2}{2}\sum_X\sum_{\substack{i\neq X\\(X,i)\neq(d,s)}} \rho_{Xi}V_{Xi} + \frac{\mu_3}{2}\sum_X\left(\sum_{i\neq X} V_{Xi} - \sum_{i\neq X} V_{iX}\right)^2 + \\ \frac{\mu_4}{2}\sum_i\sum_{X\neq i} V_{Xi}(1 - V_{Xi}) + \frac{\mu_5}{2}(1 - V_{ds})\,. \quad (20)$$

U energijskoj funkciji (20) koeficijent μ_1 ima ulogu u minimizaciji ukupne cene; μ_2 treba da spreči pojavu nepostojećih putanja u konačnoj putanji; član uz μ_3 treba da bude nula za svaku od validnih deonica (broj ulaza u ruter treba da bude jednak broju izlaza iz istog); član uz μ_4 treba da utiče na forsiranje neuralne mreže da teži stabilnom stanju (u ovom slučaju to su uglovi hiperkocke) definisanom sa $v_i \in \{0,1\}$; dok član uz koeficijent μ_5 treba da bude nula ako je izlaz V_{ds} jednak 1 [12]. Za razliku od energijske funckije Hopfield-Tank-a [3] u (10) se pojavljuju potpuno drugi članovi, dok se relacijski odnos između matrice rastojanja, **d**, koju smo sada označili sa **C**, najviše menja. Naime, kod Hopfield-Tank modela poslednji član energijske funkcije je oblika dV^2, dok kod Ali-Kamounovog oblika ima formu CV. Ovaj gubitak kvadratne zavisnosti matrice **V**, utiče na promenu svih rezultata izvoda po matrici **V**. Na taj način se i relacije za obezbeđenje stabilnosti menjaju, i na drugi način se posmatra uticaj koeficijenata μ_i na stabilnost dobijenog rešenja [7],[8].

Polazeći od opšte relacije za rad Hopfield-ove mreže

$$\frac{dU_i}{dt} = -\frac{U_i}{\tau} + \sum_{j=1}^{N} T_{ij}\cdot V_j + I_i \quad (21)$$

odnosno

$$\frac{dU_i}{dt} = -\frac{U_i}{\tau} - \frac{\partial E}{\partial V_i}\,. \quad (22)$$

za energijsku funkciju definisanu sa (20) dobija se da je

$$\frac{dU_{xi}}{dt} = -\frac{U_{xi}}{\tau} - \frac{\mu_1}{2}C_{Xi}(1 - \delta_{Xd}\delta_{is}) - \frac{\mu_2}{2}\rho_{Xi}(1 - \delta_{Xd}\delta_{is}) \\ -\mu_3\sum_{Y\neq X}(v_{XY} - v_{YX}) + \mu_3\sum_{Y\neq X}(v_{iY} - v_{Yi}) - \frac{\mu_4}{2}(1 - 2v_{Xi}) + \frac{\mu_5}{2}\delta_{Xd}\delta_{is} \quad (23)$$

Posmatrajući oblik energijske funkcije u prostoru, potrebno je obezbediti da se za svaku „dolinu“ obezbedi tačno jedna najniža tačka koja obezbeđuje opadanje energije tj. kreiranje lokalnog minimuma u formi reprezentacije energijske površine. Ovaj uslov zahteva da je [3],[7],[12]

$$\frac{\partial^2 E}{\partial V_{xi}^2} > 0 \quad \forall(x,i)\,. \quad (24)$$

Za energijsku funkciju (20) ovaj uslov se svodi na

$$2\mu_3 - \mu_4 > 0\,. \quad (25)$$

Koeficijent μ_5 treba da ima relativno veliku vrednost da bi se obezbedilo da vrednost neurona na poziciji (*d,s*) bude forsirana ka vrednosti 1 (ulazni napon na ovoj poziciji treba da raste), i da se inicijalizuje početak putanje trgovačkog putnika. Ovo se može predstaviti sa [12]

$$\left.\frac{dU_{xi}}{dt}\right|_{(x,i)=(d,s)\ initial\ state} = \frac{\mu_5}{2} > 0 \qquad (26)$$

U tom slučaju, brzina promene ulaznih signala na veze koje ne treba kreirati među pojedinim neuronima definisana je sa

$$\left.\frac{dU_{xi}}{dt}\right|_{(x,i)\neq(d,s)\ initial\ state} = -\frac{\mu_2}{2} \qquad (27)$$

dok za veze koje treba da postoje, postojaće ulazni signali koji su proporcionalni sa dodeljenim cenama pojedinim linkovima [12] sa vrednošću

$$-\frac{\mu_1}{2} C_{xi} \qquad (28)$$

Da bi se rad neuralne mreže i proces konvergencije ubrzao, potrebno je da bude zadovoljen uslov [12]

$$\mu_5 >> \mu_1 \cdot (C_{xi})_{\max} \quad . \qquad (29)$$

Uz sve navedene uslove, moraju se postaviti i prioriteti koji se moraju ispoštovati. Sa aspekta rada mreže i procesa dolaska do rešenja, uslovi koji se nalaze uz konstante μ_2 i μ_5, treba da imaju isti značaj [12]. Naime, koliko je bitno da samo postojeće deonice budu u sklopu konačnog rešenja toliko je važno da se u konačnoj deonici nađe i povratna veza između (d,s). Kako su težinski koeficijenti zaslužni za stimulisanje pojedinih članova energijske funcije, a ova dva uslova su podjednako bitna, može se usvojiti da je

$$\mu_2 = \mu_5 \quad . \qquad (30)$$

Na sličan način se može uspostaviti i veza [12]

$$\mu_4 < \mu_1 < \mu_2 = \mu_5 \, . \qquad (31)$$

Uslov za ispravan rad neuralne mreže je njena konvergencija ka validnoj putanji tj. minimalnoj ceni konačne putanje. Povećavanjam vrednosti parametra μ_1 dolazi do sve manjeg uticaja parametra μ_3. Kako je μ_3 ključni koeficijent za funkcionisanje rada neuralne mreže, mora se definisati relacija kojom se vrednost parametra μ_1 ograničava u odnosu na μ_3. Matrica **C** se u relaciji (20) pojavljuje samo na jednom mestu i to u prvom sabirku. U iterativnom postupku, najveća vrednost ovog sabirka je za maksimalni element matrice **C**, tj. za $\left(C_{xi}\right)_{\max}$, pa se može zahtevati da je prvi član u relaciji (20) bar dva puta manji od trećeg, da bi se prioritet dao stabilnosti rada mreže. Ovo se može iskazati uslovom [12]

$$\mu_1 < 2\frac{\mu_3}{(C_{xi})_{\max}} \quad . \qquad (32)$$

4. REZULTATI

Hopfield-ova neuralna mreža se pokazala kao vrlo pogodan alat za rešavanje različitih vrsta optimizacionih problema [3], [6-9],[12]. U prethodnim radovima autora ovog rada, najveći broj implementacija je bio usmeren na rešavanje problema dinamičkog rutiranja paketa u komunikacionim mrežama [6],[9]. Kao jedno od rešenja je ponuđena i energijska funkcija oblika (33), koja ima za cilj pronalaženje optimalne putanje između dva zadata rutera, u mreži proizvoljne topologije [9].

$$E = \frac{\mu_1}{2}\sum_{X}\sum_{\substack{i\neq X\\(X,i)\neq(d,s)}} C_{Xi}V_{Xi} + \frac{\mu_2}{2}\sum_{X}\sum_{\substack{i\neq X\\(X,i)\neq(d,s)}} \rho_{Xi}V_{Xi} + \frac{\mu_3}{2}\sum_{X}\left(\sum_{i\neq X} V_{Xi} - \sum_{i\neq X} V_{iX}\right)^2 +$$
$$\frac{\mu_4}{2}\sum_{i}\sum_{X\neq i} V_{Xi}(1-V_{Xi}) + \frac{\mu_5}{2}(1-V_{ds}) + \frac{\mu_6}{2}\sum_{X}\sum_{\substack{i\neq X\\(X,i)\neq(d,s)}} \left[1-(K_{Xi}-G_{Xi})\right]V_{Xi} \qquad (33)$$

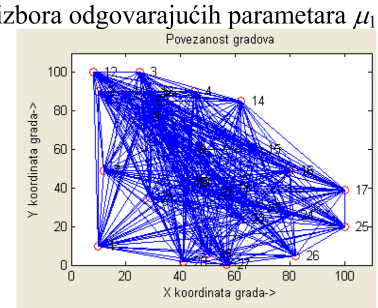
Ova funkcija uzima u obzir tri različite ulazne matrice: matricu cena linkova **C**, matricu kapaciteta (propusnog opsega) **K** i matricu **G** koja opisuje trenutne zauzetosti pojedinačnih linkova saobraćajem kroz njih.

Cilj našeg istraživanja je bio ispitivanje uticaja parametara μ_i i ranga matrica, kojima se opisuje stanje komunikacione mreže, na stabilnost rada Hopfield-ove neuralne mreže i optimalnost dobijenog rešenja. Shodno analiziranoj logici za potrebe rutiranja, a na bazi korišćenih matrica **C**, **K** i **G**, pod Pareto optimalnim rešenjem podrazumevaćemo onu putanju koja ostvari vezu između izvorišta i odredišta poštujući sledeće kriterijume:

1. Cena korišćenih linkova treba da bude što je manja moguća.
2. Razlika između ukupnog kapaciteta linka i trenutnog opterećenja istog, treba da bude što veća. Na ovaj način se koriste linkovi sa realno najpovoljnijim raspoloživim resursima.
3. Ukupan broj hopova (deonica u ukupnoj putanji) treba da bude što manji i da se saobraćaj odvija sa što manjim brojem rutera, čime se vreme obrade u ruterima smanjuje a ukupna brzina prenosa povećava.

Analiziran je veliki broj mreža različitih topologija i složenosti, a ovde će biti navedeni neki karakteristični primeri.

Kao prvi primer posmatrajmo mrežu kao na slici 1, sa 29 čvorova, u kojoj su čvorovi 26 i 2 uzeti kao izvorišni i odredišni par (d, s). Na toj mreži ćemo testirati uticaj parametara μ_i na stabilnost rada Hopfield-ove neuralne mreže i optimalnost rešenja. Pareto optimalno rešenje, u skladu sa usvojenim pretpostavkama za potrebe ovog rada, u ovom slučaju je putanja 26-19-2. To znači da će svako drugo rešenje tumačiti kao „lošije“ i smatraće se da je to posledica pogrešanog izbora odgovarajućih parametara μ_1-μ_6.



Slika 1. Korišćena topologija mreže sa 29 rutera.

Za sličan primer kao na slici 1 u radu [9] su korišćene sledeće vrednosti parametara: μ_1=950; μ_2=2500; μ_3=1500; μ_4=475; μ_5=2500; μ_6=1000, koje daju stabilan rad mreže. Ove vrednosti parametara μ_i zvaćemo *nominalnim*. Rang matrica **C**, **K** i **G**, koje definišu energijsku funkciju jednak je broju čvorova i iznosi 29. Sve vrednosti članova u tim matricama su skalirane na interval [0-1].

Analiza uticaja vrednosti parametara je vršena menjanjem vrednosti samo jednog od parametara μ_i, dok su ostali imali konstantne (nominalne) vrednosti kao u [9]. Usvojili smo korak promene $\Delta\mu$=50 za svaki od parametara i vršili smo smanjenje/povećanje vrednosti parametara u odnosu na nominalnu vrednost sve dok se u rešenju ne dobije promena u odnosu na optimalno rešenje.

Parametar μ_1 se na opisani način može smanjiti na vrednost 150, kada neuralna mreža pronalazi rešenje, ali drugačije od optimalnog. Sa druge strane, povećanjem preko vrednosti

1100, neuralna mreža pronalazi putanju koja nije optimalna. Na ovaj način opseg vrednosti u kojima se može kretati vrednost parametra μ_1, a da neuralna mreža uvek pronalazi optimalno rešenje, je [200, 1100].

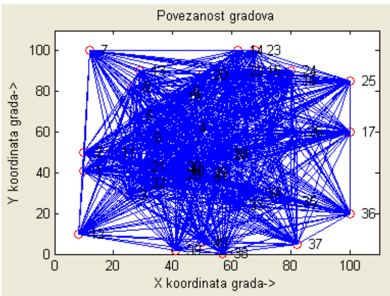
Za parametar μ_2 interval ispravnog rada je od 1200 do 3000.

Parametar μ_3 ima relativno simetričnu fleksibilnost oko vrednosti predložene u [9], i dozvoljava smanjenje do vrednosti od 1000, odnosno povećanje do 2500, sa garancijom dobijanja optimalnog rešenja.

Parametar μ_4 se može kretati u intervalu od 100 do 600.

Parametar μ_5 pokazuje mnogo veću osetljivost na donju granicu, koja je u merenjima imala vrednost 1400, dok je gornja dostigla vrednost 6000, kada dolazi do promene u pronađenom rešenju. Parametar μ_6 ima isti interval promene kao i parametar μ_1 što je i očekivano, s obzirom da se oba odnose na matrice koje imaju potpuno isti način uticaja na dobijeno rešenje.

U drugom primeru smo analizirali intervale parametara μ_i na mreži koja ima drugačiju topologiju uslovljenu povećanjem broja rutera. Posmatrana topologija, slika 2, ima 40 rutera i slučajno definisanu povezanost među njima. Za ovu topologiju primenjeni su isti uslovi za testiranje. Vrednosti elemenata matrica **C**, **K** i **G** su slučajno generisane u opsegu [0-1]. Posmatran je isti par $(s,d)=(26,2)$. Pareto optimalno rešenje u ovom slučaju je putanja 26-28-2, i svako drugo će se smatrati kao „lošije“. Kriterijum za definisane Pareto optimalne putanje i u ovom slučaju je u skladu sa prethodno definisana tri uslova.



Slika 2. Topologija mreže sa 40 rutera

Opsezi parametara μ_1-μ_6 u slučaju topologije na slici 2 mogu imati sledeće vrednosti:

$\mu_1 \in [750\text{-}1000]$, $\mu_2 \in [2100\text{-}3200]$, $\mu_3 \in [1200\text{-}2200]$, $\mu_4 \in [250\text{-}600]$, $\mu_5 \in [1500\text{-}2000]$ i $\mu_6 \in [750\text{-}1000]$

Na ovaj način svaki od parametara μ_1-μ_6 može imati bilo koju vrednost definisanu unutar njegovog intervala, pri čemu se dobijalo uvek isto Pareto optimalno rešenje.

Analizirani su i drugi slučajevi na osnovu kojih smo dobili sledeće rezultate. U najvećem broju slučajeva širina dozvoljenih opsega vrednosti parametara μ_i, je uža (za oko 20%) za mreže sa većim brojem čvorova. Pokazuje se da su u skoro svim slučajevima vrednosti promenljivih u skladu sa teorijskim relacijama (25)-(32). Međutim, pokazuje se da pored svih promenljivih u datim relacijama, konačni opseg, koji treba da bude u korelaciji sa povećanja broja rutera u mreži, ne zavisi samo od maksimalne vrednosti pojedinačnih elemenata matrica (kao što je definisano u relacijama (29) i (32)), već i od sume vrednosti odgovarajućih deonica koje se nalaze u konačnoj putanji. Ovo je direktno povezano sa načinom definisanja energijske funkcije i njenog izračunavanja (33). Iz tog razloga neophodno bi bilo izvršiti skaliranje vrednosti parametara μ_i u skladu sa povećanjem broja rutera u mreži.

5. ZAKLJUČAK

U radu su prikazani rezultati merenja uticaja promene parametara energijske funkcije kao i ranga matrica **C**, **K** i **G** na stabilnost rada Hopfield-ove neuralne mreže. Pored stabilnosti posmatrana je i optimalnost dobijenog rešenja, posmatrajući multikriterijumsku funkciju za potrebe rutiranja u mrežama sa paketskim saobraćajem. Pokazano je da parametri imaju bitnu ulogu kod ostvarivanja stabilnosti rada mreže, i da njihove vrednosti nisu konstantne kada se posmatra topologija mreže sa drugačijim brojem rutera. Dalja istraživanja biće usmerena ka pronalaženju logike koja će automatski vršiti promenu parametara energijske funkcije u skladu sa promenama u topologiji komunikacione mreže.

LITERATURA

[1] M. Pioro, M. Deepankar, *Routing, flow and capacity design in communication and computer networks*, Elsevier Inc., 2004.

[2] S. Halabi, D. McPherson, *Internet routing architectures*, Cisco Press, Second edition, 2001.

[3] J. J. Hopfield, D. W Tank, “’Neural’ computations of decision in optimization problems”, *Biol. Cybern.*, Vol. 52, pp. 141-152, 1985.

[4] D. Pan, M. Du, Y. Wang, Y. Yuan, “A Hybrid Neural Network and Genetic Algorithm Approach for Multicast QoS Routing”, *Advances in Neural Networks*, Vol. 3174, pp. 419-438, 2004.

[5] R. Singh, S. Verma, “Simulation of Secure Dynamic Load Routing Load-Aware Protocol”, *CNC '10 Proceedings of the 2010 International Conference on Advances in Communication, Network, and Computing*, pp. 329-334, IEEE Computer Society Washington DC 2010.

[6] N. Kojić, I. Reljin, B. Reljin, “Optimal routing in packet switching network by using neural network”, in *Proc. EUROCON-2005*, Vol. 2, pp. 1750-1753, Belgrade, 21-24 Nov., 2005.

[7] Z. B. Xu, C. P. Kwong, “Global convergence and asymptotic stability of asymmetric Hopfield neural networks,” *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 191, No. 3, pp. 405–427, 1995.

[8] G. Feng, C. Douligeris, "Using Hopfield networks to solve traveling salesman problems based on stable state analysis technique," *Neural Networks, IEEE - INNS - ENNS International Joint Conference on*, Vol. 6, pp. 6521, 2000.

[9] N. Kojić, I. Reljin, B. Reljin, “Neural network for optimization of routing in communication networks”, *FACTA UNIVERSITATIS, Series: Electronics and Energetics*, Vol. 19, No. 2, pp. 317-329, August 2006.

[10] A. I. Galushkin, *Neural Networks Theory*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007.

[11] A. S. Poznyak, E. N. Sanchez, W. Yu, *Differential neural networks for robust nonlinear control-Identification, State Estimation and Trajectory Tracking*, World Scientific Publishing, Singapore, 2001.

[12] M. Ali, F. Kamoun, “Neural networks for shortest path computation and routing in computer networks”, *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 4, No. 6, pp. 941-953, 1993.